

1. はじめに

最近の十数年間における確率統計水文学いわゆるStochastic Hydrologyの進展に伴って流出解析の面では洪水予測精度の向上がもたらされた。特にこの間の後半では降雨・流出系の非線型性の解明のために幾多の努力がなされてきている。これらの非線型流出解析法の主なものとして、まず貯留関数法の一般化や非線型変換法が議論され、やがて1970年代初頭には非線型応答理論に基づく流出核の同定法の提案がなされるに至った。それらは同定の手法により、i)非線型応答式の離散表示による直接計算法 ii)核の直交関数展開を用いる方法 iii)フィルター相関法の3種に分類される。このなかでiii)に含まれる日野他^{1,2)}による遅延フィルター相関法を用いた非線型流出核の具体的計算方法は次のような点に著しい特徴をもっており、実用とが高いと思われる。

- ① 計算が単純であること。
- ② lag time ($\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$)における線型および非線型核 $h_n(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ の値そのものを直接に、しかも必要とする任意の点について容易に求めること。
- ③ データ数や応答関数の時間スケールが大きくてもdimensionalityの制約を受けないこと。
- ④ digital 電算機その他analogue 的にも核を求めることが可能であること。

この方法を神流川流域に適用した結果、従来の線型予測などに比較して洪水予測の精度の著しい向上がみられた。

しかしながら、この遅延フィルター相関法の基本的仮定(入力が高ス分布をもつ白色雑音であり、平均値に対して正負に変動すること)が成立しにくい実際の多くの河川流域に対して、この方法を単純に適用すると不合理な結果をもたらすことになる。すなわち、一般的な降雨入力 x の実際の確率分布 p はFig.1 (a)のような型をとるが、従来の通常遅延フィルター相関法の入力高ス分布を仮定している。このために、 $x' = f(x)$ のような変換を行い入力をFig.1 (b)の高ス分布とすることが形式的に行われ、その最も一般的な例は対数正規分布である。しかし、その場合でも無降雨日数が50%あるいはそれ以上のことを考えれば、Fig.1 (b)の破線部は実質的には存在せず無意味なものとなる。

本論では、実データの条件に即して入力の確率分布をFig.1 (c)のように正值のみをとる非高ス分布とする仮定に緩和した遅延フィルター相関法の拡張を試みた。

また、拡張された遅延フィルター相関法の実データへの適用性を検証するために、流域特性や降雨パターンなどそれぞれ全く異質な大小河川流域に適用してみた。

2. 遅延フィルター相関法の拡張

2.1 通常遅延フィルター相関法 (Ordinary δ -Delay Filter Method)

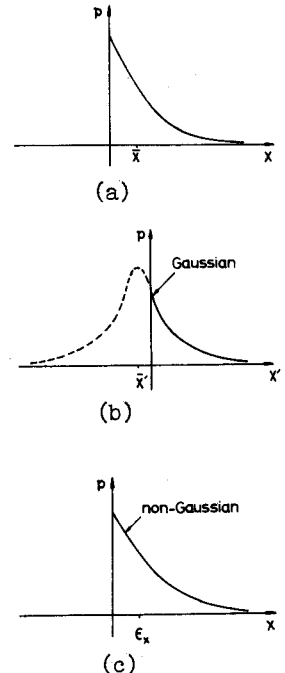


Fig.1

いま、ある非線型系への入力をガウス分布をもつ白色雑音であるとし、これを $x(t)$ とする。このとき、非線型系からの出力 $y(t)$ は Cameron-Martin-Wiener (あるいは、Wiener-Hermite) 展開により次式で表われる。

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n(h_n, x(t))$$

$$= h_0 + \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

$$- k \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_2, \tau_2) d\tau_2 + \dots \quad (1)$$

ただし、 h_n : 核、 G_n : 直交汎関数 であり

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t-\sigma) d\sigma \quad (2)$$

ここで、既知の非線型系として並列に並べられた 1 個および 2 個の遅延回路系からの出力と、式 (1) との積の平均をとることにより、線型および 2 次の非線型核は次式で与えられる。

$$h_1(\sigma_1) = \frac{1}{k} \overline{y(t)x(t-\sigma_1)} \quad (3)$$

$$h_2(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2k^2} \overline{y(t)x(t-\sigma_1)x(t-\sigma_2)} \quad (4)$$

この方法をそのまま相模川流域に適用したところ Fig.2 の破線のようにになり結果は良くない。この実測と予測計算の不一致の原因の一つには前述したように実測データ入力にガウス分布とかけ離れていることが考えられる。一方、データ中の無降雨日数に関しては無視し得ない場合も多く、しかも強降雨日数の割合は非常に小さいため非線型性の情報が少くなり良い結果は得にくいこともある。そこで通常法のまま後者の点を補正するため降雨強度に關係する k を修正し、 $\hat{k} = \alpha^2 k$ として 2 次の流出核を求めて予測すれば $\alpha = 2.0$ のとき Fig.3 のようになる。低水部での予測結果は依然として不適当である。このため次節では実データにより適合した入力分布の仮定の緩和をはかった。

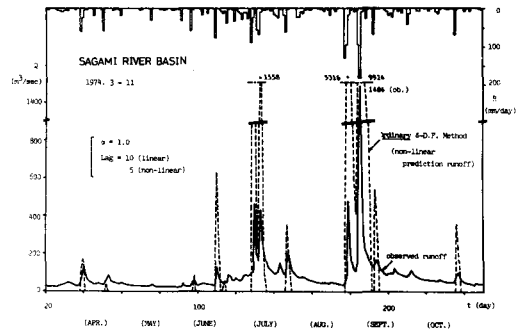


Fig.2

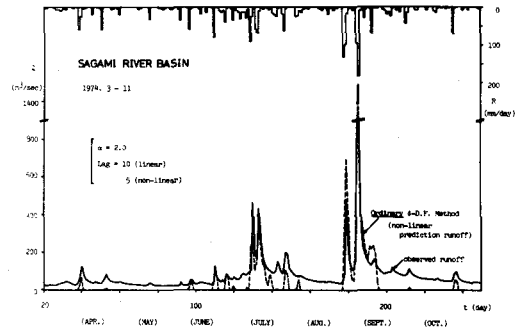


Fig.3

2.2 拡張された遅延フィルター相関法 (Extended δ -Delay Filter Method)

前節と同じ非線型系への入力を $x(t)$ とすれば、出力 $y(t)$ は Volterra series により次のように表わされる。

$$y(t) = y_0 + \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (5)$$

いま、 $x(t)$ は確率分布が非負非ガウス分布片振れのランダム変数で、その平均を ϵ_x として式 (6) のようにお

く。

$$x(t) = \varepsilon_x + x'(t) \geq 0 \quad (6)$$

ここに $x'(t)$ は近似的に白色雑音とみなせる。 $x \rightarrow 0$; $y \rightarrow 0$ ($y_0 \equiv 0$) の条件のもとに式(6)を式(5)に代入して2次の項までとれば、出力として定常成分 (ε_y) と変動成分 (y') を得る。すなわち、

$$y(t) = \varepsilon_y + y'(t) \geq 0 \quad (7)$$

ただし、

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) d\tau_1 + \varepsilon_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (8)$$

$$y'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) x'(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x'(t-\tau_1) x'(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ + 2 \varepsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x'(t-\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \quad (9)$$

あらためて平均出力からの変動分を次式で表わす。

$$y''(t) = y(t) - \bar{y}(t) = y'(t) - k \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_1) d\tau_1 \quad (10)$$

ただし、

$$k = \int_{-\infty}^{\infty} x'(t) x'(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

ここで、式(10)および遅延回路系からの出力

$$y_1(t) = x'(t-\sigma_1), \quad y_2(t) = x'(t-\sigma_1) x'(t-\sigma_2)$$

を用いて、線型および非線型核は式(12), (13)で与えられる。

$$K_1(\sigma_1) = \frac{1}{k} \overline{y''(t) x'(t-\sigma_1)} - 2 \varepsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\sigma_1, \tau_2) d\tau_2 \quad (12)$$

$$K_2(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2k^2} \overline{y''(t) x'(t-\sigma_1) x'(t-\sigma_2)} \quad (13)$$

このとき、 $\varepsilon_x = 0$ とすれば、 $K_1(\sigma_1)$, $K_2(\sigma_1, \sigma_2)$ は前節の Wiener series における核 $h_1(\sigma_1)$, $h_2(\sigma_1, \sigma_2)$ にそれぞれ帰着する。拡張遅延フィルター相関法では式(12), (13)において先に入出力の3重相関をとることにより2次の核を求め、その後1次の核が得られるが、この点は通常法と逆である。

Table 1 各流域データの特徴

流域	流域面積 (km^2)	データの 時間単位	流出の遅 れの程度	連続利用デ ータ長 (個)	降雨の自己相関 $C_{xx}(\tau)$ [$C_{xx}(\tau_0) \equiv 0$]	流域特徴ほか
相模川	1200	日	1日	275	$\tau_0 = 2$ $C_{xx}(\tau) \approx \delta(\tau)$	上流に富士山麓熔岩 台地
神流川	370	日	1日	1095	$\tau_0 = 2$ $C_{xx}(\tau) \approx \delta(\tau)$	多雨山地流域
梓川 (富士川支流)	0.4	時間	20時間	200	$\tau_0 = 36$ $C_{xx}(\tau) \approx \delta(\tau)$	急傾斜の山地極小流域
クワイ川 (タイ)	10800	日	3日	245	$\tau_0 = 12$ $C_{xx}(\tau) \approx \delta(\tau)$	明瞭な雨季乾季の別

3. 実河川への適用例

拡張遅延フィルター相関法の適用性を調べるために4種の実河川流域データを用いた。これらのデータの背景には、流域面積・地形・地質・植性などの流域特性や降雨形態に大きな差異があり、この解析法を幅広く検証するためには有効である。

本論で用いた各流域データの特徴を示せばTable 1のようである。

3.1 相模川

神奈川県企業庁により収集整理されている、相模川中流部城山ダム地点流量と流域平均雨量データを利用した。

通常法の (Fig.2) と同一のデータを用いて拡張法を適用した結果はFig.4のようになる。Fig.2に比較して一定程度の予測の向上は認められるが、全般的にまだ不適當である。これは前述したように非線型性の情報の不足によるものと考えられ、通常法で試みたように降雨変動平均強度(λ)の補正係数(α)を用いて非線型核を求めることにする。 $\alpha = 2.0$ とした場合の結果はFig.5のようになる。予測は高水部・低水部を通じてほぼ満足すべきものとなっており、Fig.3の通常法の場合よりもはるかに良好な結果を示している。図中破線の(non-linear prediction)は線型・非線型の合成により得られるが、予測時のLag数として、非線型成分はLag = 5日、線型成分は中間流出を考慮してLag = 10日としている。

一方、2次の非線型流出核はFig.6のようになる。 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ 日以外の $\sigma_1 (= \sigma_2) = 7$ 日にもピークが生じているのは、流域固有の中間流出の遅れと強降雨の周期性によるものと考えられる。

3.2 神流川

Fig.7は利根川支流神流川流域に適用した結果である。データには中程度降雨グループ3ヶ年間の連続したものをを用いた。従来の通常法よりさらに良好な予測結果が示されている。一方

この場合の非線型核を調べると、 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ のみで顕著なピークをもつ比較的単純な構造をもつことが知れた。このために従来の方法でもかなり高い予測精度が得られたものと考えられる。

3.3 梓川(富士川支流)

甲府市街地北部の山地に、山梨大学荻原研究室により流出試験地が設けられ、時間観測データが収集されている。このデータは流域面積のきわめて小さい(0.4km^2)急傾斜の流域のものである。Lag数はデータの性格上Lag = 40 hrとした。拡張法による予測結果は、荻原らにより得られた貯留関数法による解析結果と共にFig.8に示される。ただしこの場合についてのみ線型核算出にも $\alpha_L = 1.7$ 程度の修正を加えて得られたものである。洪水期間全体にわたり強い非線型性が認められ、Fig.9に表わされる非線型核もこのことを裏

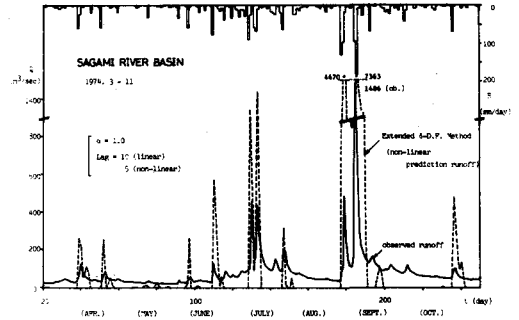


Fig.4

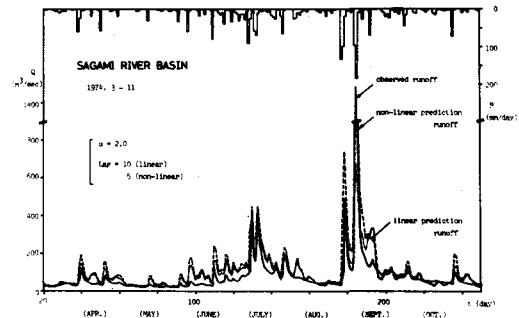


Fig5

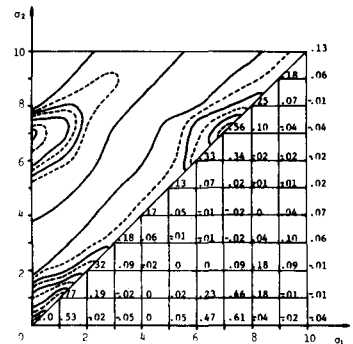


Fig.6 normalized second order kernel (SAGAMI river,1974)

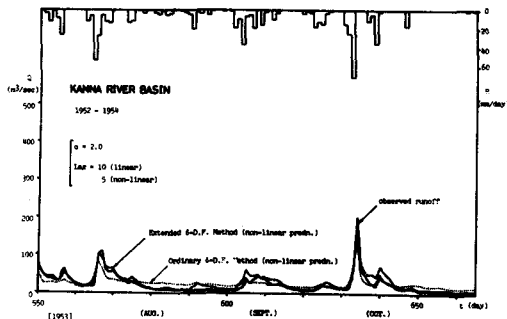


Fig. 7

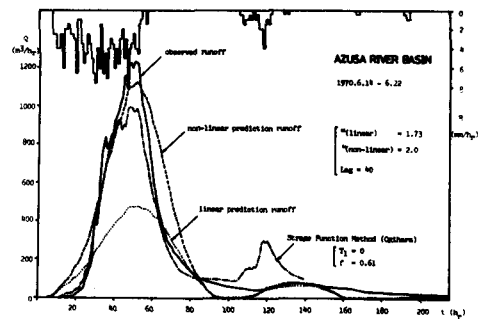


Fig. 8

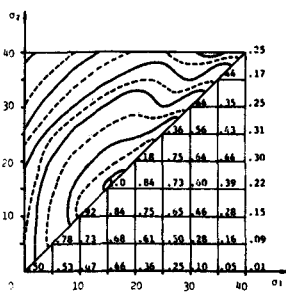


Fig. 9 normalized second order kernel (AZUSA river, 1971.6.14 - 6.22)

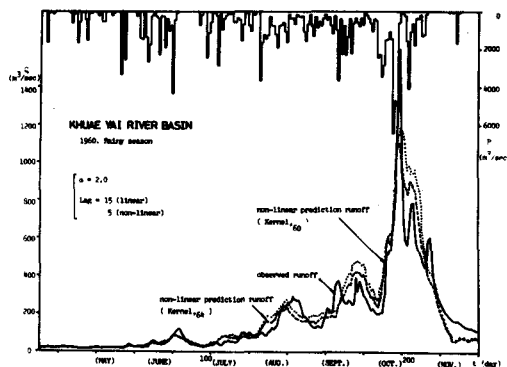


Fig. 10

付けている。Fig. 8では予想以上に良好な計算結果が得られたが、この種の短期洪水流出についてはさらに解析を重ねる必要がある。

3.4 クワイ河⁷⁾

タイ・バンコタ市西方クワイ河上中流部流域1.1万Km²のデータを用いた。この地方では明瞭な雨季・乾季の別があり、実測Hydrographからは雨季の期間中に流出係数の変化が歴然と認められる。このままでは流域システムの定常性が問題となるが、本データでは個々の洪水期間に較べ時間スケールの大きい(緩慢な)流出係数の変化とみることができると、ここでは予め流出係数(C_f)を求め、 $x = C_f \cdot R$ として変換された降雨入力を用いて拡張法を適用した。ただしRは降水量である。

一方、この流域の大部分は透水性の高い石灰岩質で構成されていることから、大きな流域面積にもかかわらず中間流出成分の遅れの小さいことが知れて、ここでは線型部予測Lag数は15日とした。

1960年雨季のデータを用いて予測される結果はFig. 10(破線)のようになる。ただし $\alpha = 2.0$ としている。1960年と同程度の降雨レベルを記録した1964年の資料をTraining Dataとして別個に流出核(kernel₆₄)を算出し、1960年の降雨データにより流出予測を行えばFig. 10(点線)のようになり、両者とも実測値と比較的良好な一致を示している。

上記2種データの変換降雨・流出量の相互相関は、遅れ $\tau = 2, 3$ 日および9, 10日ごろにはほぼ同程度の高い値をとり、中間流出成分の大きいことが理解された。2次の非線型核も両年データについてはほぼ同形状なものが得られて、この両年に関しては流出特性に変化のないことが判明した。

4. まとめ

降雨一流出系を非負入力に対する非負出力応答系としてとらえ、降雨入力分布に関する計算仮定をより実データに即した形に緩和した拡張遅延フィルター相関法を示した。この拡張法はそれぞれ特徴ある種々の実河川データにより適用性が検証され実用への可能性が確かめられた。予測計算法の各河川への適用を通じて各々の流域における流出特性とくにその非線型性が客観的に比較検討された。

現在も他の流域データにより解析中であり、特に短期洪水流出を中心に試みている。また k 値の補正係数についても理論的に検討する必要があると考えている。

おわりに、貴重な実測資料を快く提供して頂きました山梨大学萩原能男教授、神奈川県企業庁関係の方々および電源開発株式会社に心から感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 吉川・日野・鋤柄：降雨一流出系における非線型予測の研究—情報理論的水文学への序説—，東京工業大学土木工学科研究報告， $\#8$ ，pp.97～104，(1970)
- 2) Hino, M., Sukigara, T. & Kikkawa, H.: Nonlinear runoff kernels of hydrologic system, Proc. 1st U.S.-Japan Seminar in Hydrology, Water Publications, Fort Collins, Colorado, pp.103～115, (1971)
- 3) Lee, Y.W. & Schetzen, M.: Measurement of the Wiener kernels of non-linear system by cross-correlation, Int. J. Control, Vol. 2, $\#3$, pp.237～254 (1965)
- 4) 日野：非線型流出解析および適応流出予測，第11回水工学に関する夏季研修会講義集(A)，土木学会水理委員会，pp.A-8-1～A-8-31，(1975)
- 5) 日野・砂田：確率統計水文学の実河川への適用における問題点，第31回土木学会年次講演会概要集，II pp.170～171，(1976)
- 6) 日野・砂田：非線型応答系の同定における遅延フィルター相関法の拡張と実河川の流出予測への適用，東京工業大学土木工学科研究報告， $\#20$ ，(1976)
- 7) 日野・砂田：モンスーン地域における流出について，土木学会論文報告集，(投稿中)