

1. はしがき

物体に流体が衝突する現象は数多く存在する。このとき物体の受ける力については、必ずしも明確でない。われわれが遭遇する衝突現象の多くは、鉛直に近い液面が、静止した物体に衝突する場合が多いが、この場合の力を求めることは、液面そのものが不安定で、これを普遍的な形で解析的に表現する、あるいは実験的に発生させることは難しい。本報では、液面に固体を衝突させることで、物体に作用する力の解析を行うことにした。

この種の研究は、最近比較的多く行なわれているが、対象がわれわれの遭遇する場合よりもはるかに大きな加速度の範囲で行なわれており、それぞれ相当の成果を得ていることから、本質的には問題は少ないとしても、具体的に構造物の設計にあたって参考にするのには、まだ問題があるようである。

本報告は、実験の結果をもとにして、落下体の挙動を説明するとともに、水面に衝突する球に作用する衝撃力について解析し、実験値と比較を行なった。

2. 実験の方法と結果の概要

(1) 実験の方法

深さ 1.0 m、断面が 0.6 m 四方の大きさの水槽を用い、表 1 に示す大きさをもつ、合成樹脂またはガラス製の球を、所定の位置から自由落下せしめて、水面に衝突させた。水面に突入時の速度は、最終沈降速度の十数倍から 4 倍程度である。球の位置の時間的な変化を 120 ~ 190 コマ/秒のコマ数で写真に撮影した。

観察された球の挙動で特記すべきものはつぎのとおりである。

(2) 衝突直後の空洞の大きさ

水面に衝突した球の背後には、空洞が発生し、この空洞はかなりの深さまで発達する(写真 1)。空洞の形は、写真が示すように最初ほぼ球と同じ幅をもっているが、空洞が深くなると、空洞の深いところで壁面が押されて閉鎖する。

この空洞の長さ l と液面直上の速度 w_0 との関係を調べると、図 1 のようになる。Richardson は両者の関係を $w_0^2 / gl = 10$ としているが、これは完全に空洞が成立している場合をいっているようである。

このような空洞内の圧力がどうであるかについては、球の背後に空洞が発達している状態における球に作用している力を知るうえに興味あるところであるが、Richardson¹⁾ は、空洞内の圧力 p を $(p - p_0) / (\rho w^2 / 2)$ 、ここに p_0 は飽和蒸気圧で定義し、Reynolds 数が 3×10^6 で、この値が 0.25 としている。この実験では Reynolds 数が 10^5 付近であるから、とくにこの圧力の低下を考慮する必要はないとする。

表 1 実験に用いた球の性質

No	材 質	σ (g/cm ³)	d (cm)
1	合成樹脂	1.151	4.86
2	"	1.280	4.84
3	"	1.208	4.80
4	"	1.073	5.88
5	"	1.095	6.06
6	"	1.122	2.54
7	ガラス	2.509	2.963

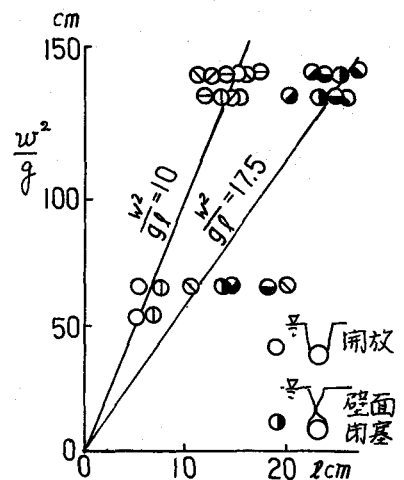


図 1 球の背後の空洞の長さ

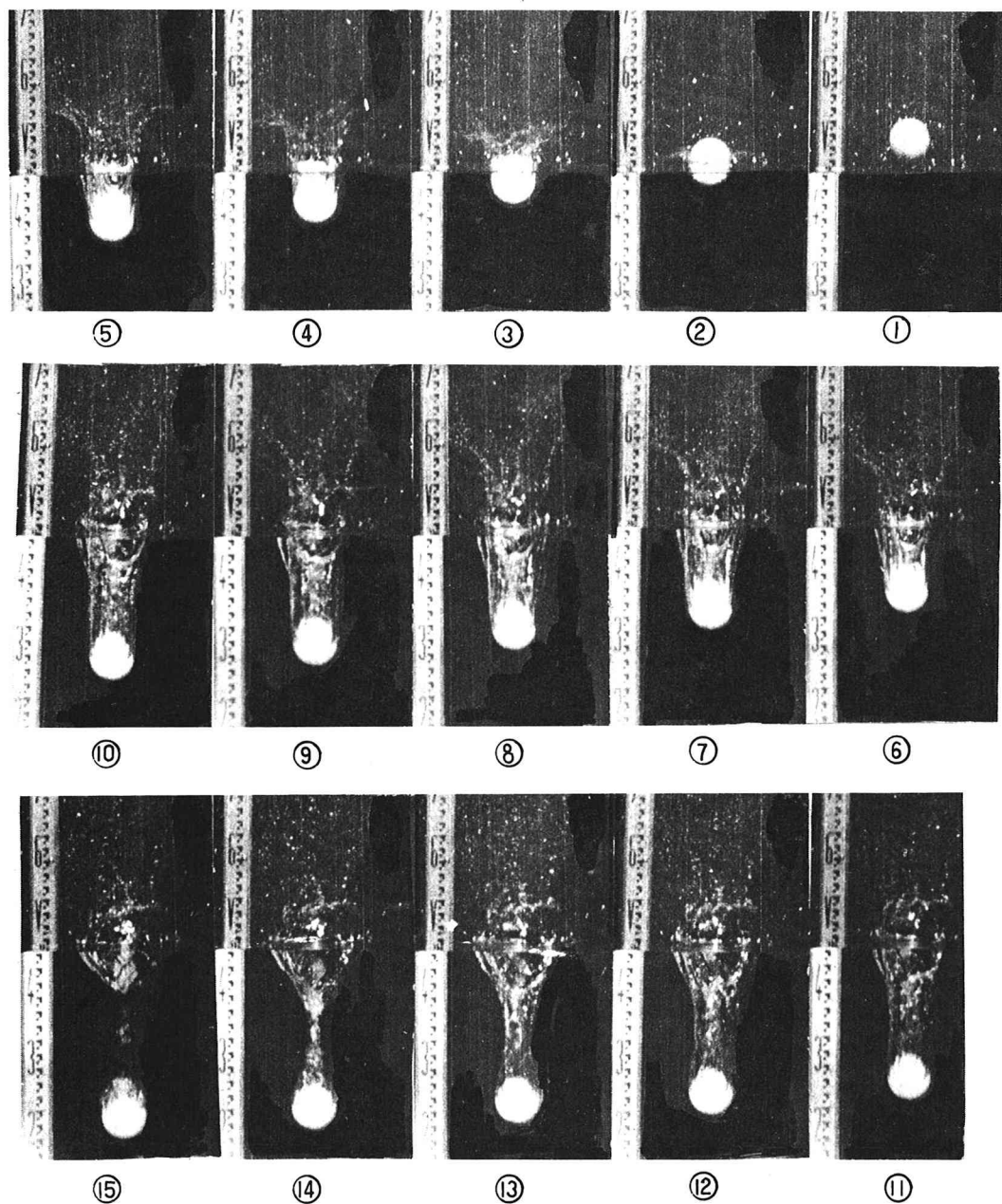


写真 1 球突入時の模様

Δt 0.00909 秒

σ (g/cm³) 1.208

d (cm) 4.80

(3) 沈降速度の減速状況

最終沈降速度の十数倍から数倍の速度で突入した球は、着水後急速に速度を落して最終沈降速度に近づく。この沈降速度の減少状況を図 2 に示す。これらのデーターの Reynolds 数は、臨界 Reynolds 数より小さく、ほぼ抵抗係数 C_D が一定とみなされる区域であることから、かりに球が $t = 0$ で完全に水中にあってこれらのデーターと同じ初速を与えられたとして、その速度の減少を 1 例として球 N₀ 3 について行くと、図中の実線のようになる。 αt は水中に入ってから時刻の無次元表示で、 α は慣用の記号を用いて、 $\alpha = \{(2/3)gC_D(\sigma - \rho)\rho\}^{1/2} / \{(4/3)(\sigma + \frac{\rho}{2})d^{1/2}\}$ である。仮想質量係数は (1/2) とした。この結果によると、

最初の区間でかなり違いが生じ、あとは平行して減速している。この最初の違いが水面近くで生ずる衝撃力によるものと考えられる。

またこの実験の範囲では、沈降速度 w が、最終沈降速度 w_∞ の 2 倍程度から遅くなると、必ずしも減速が一樣でなく、緩急のくり返しが生じながら減じていく。またこの付近から、一般に縦軸のまわりをらせん状を描いて沈降するようになる。ちなみに、このらせん状が生じたときの Reynolds 数は、 $10^3 \sim 10^4$ で、抵抗係数 C_D はほぼ一定に近い領域である。らせん状の 1 例を写真 2 に示す。

3. 実験値から求めた諸力の大きさ

(1) 運動量の変化

球の速度の変化から求めた、その期間内に生じた運動量の差およびそれから得られた単位時間あたりの力を図 3 に示す。この力の変化と球の状態を対比させると、図 3 の縦軸の丸印内の数字が、写真 1 の写真番号と一致する。このように、ある時間間隔で測定された位置の変化からの結果であるため、力は時間内の平均値しか判らないが、最大の力が作用する位置は、写真 1 の③、すなわち、ほぼ球の半方が浸水した場合である。運動量の差はこのあと一度減少し、再び増加する。このときは、さきに述べた、空洞の深いところで、空洞の壁が閉鎖したときに相当している。このように運動量の差が周期性を示すのはどの実験でも同じで、波状のピークの位置もほぼ同じである。

(2) 運動量の変化から求めた仮想質量力

球が完全に水中に没して沈降しているときの運動方程式は、Reynolds 数が大きいので、Basset 項は省略すると、周知の記号で

$$M \frac{dw}{dt} = (M - m)g - C_m m \frac{dw}{dt} - \frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi d^2}{4} w^2 \quad (1)$$

と表される。沈降速度 w が、最終沈降速度 w_∞ に近ずいたとき、右辺第 1 項と、第 3 項で w を w_∞ としたものとつり合うので、1 例として図 2 に示した運動量の差から求めた力は、右辺第 2 項とまさつ項のうち $(w^2 - w_\infty^2)$ に比例する項である。

この実験の範囲は、Reynolds 数に無関係に一定とみなせる範囲であることから、この力から $(w^2 - w_\infty^2)$ に比例するまさつ項を差引くことができるので、仮想質量力ひいては、仮想質量係数を見出すことができる。

以上の方法で得られた仮想質量係数を加速度との関係で表わすと、図 4 のようになる。この結果では、 C_m の値は $0.4 \sim 0.5$ であることは判るが、種々の誤差が集まって、この実験に関する限り、うらばりをさけることはできない。

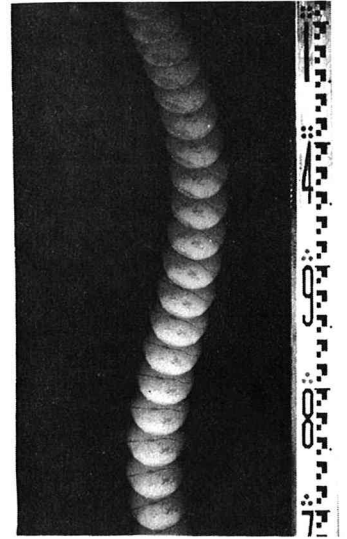
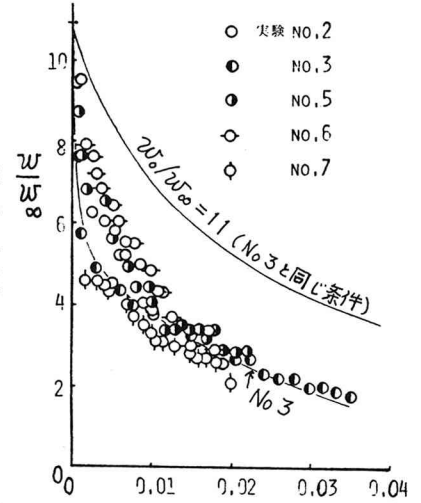


写真 2 らせん状の沈降

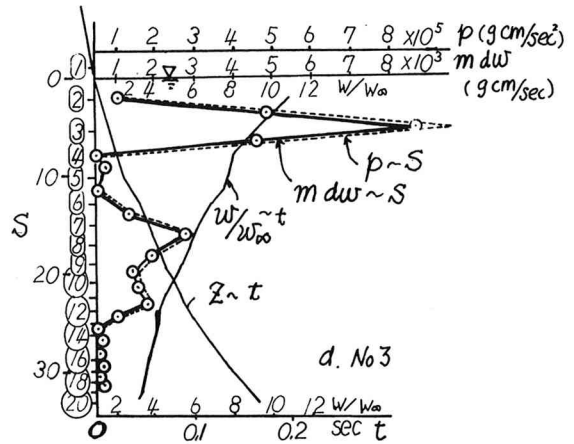


図 3 球に作用する力の場所的变化

4. 着水衝撃力

(1) 二次元楔形の着水衝撃力

水面に衝突する固体の衝撃力は、従来より、物体の厚みは無視し、一様流体中に静止している平板を考え、この流速と平板の幅が時間の関数であるとして、平板に作用する力を求める、ことによって解かれている。

すなわち、この問題を最初に扱ったKarman²⁾は、物体が沈んでいくとき、静止面にある物体の断面積が時間の関数であることからこれを仮想質量の概念と結びつけた。そうして、物体の着水前の運動量 Mw_0 は、着水板には、物体の運動量と流体に与えられた運動量 mw の和になると考えた。すなわち、

$$Mw_0 = (M+m)w \quad (2)$$

ここに、 m は仮想質量力である。 m は物体の形によって決まる時間の関数であるが、二次元の楔形の場合、Karmanは、

$$m = (1/2)\pi\rho c^2 \quad (3)$$

とした。ここに c は静水面にある物体の幅の1/2である。この値は、半径 c なる円筒形の水の質量の1/2と等価であるから、図5の斜線部の水の質量と等しいと考えてよい。(2)式より dw/dt が求まり、これから着水衝撃 P を

$$P = \frac{W_0^2 \cot \beta}{\left(1 + \frac{\rho g \pi c^2}{2 \sigma g M}\right)^3}$$

として求められている。ここに β は底面のこう配である。一般にこの考え方が着水衝撃力の基本となっている。

(2) 三次元軸対称形の着水衝撃力

球のような軸対象底面の着水現象についても上と同じ考え方が適用できる。平野³⁾は、Karmanと同じ考え方で (i) 自由表面の形状は変化しない (ii) 自由表面上で速度ポテンシャル $\phi = 0$ として、着水加速度の無次元表示 n_m をつぎのように表わし、物体を自由落下させ、着水時の加速度を物体底面にとりつけた、

$$n_m = \frac{256}{243} \pi^{-2/3} \mu^{-2/3} F^2, \quad \mu = \frac{\sigma g M}{(4/3)\pi \rho g R^3}, \quad F = \frac{w_0}{gR} \quad (5)$$

加速度計で比較してよい一致を見出している。しかしながら、われわれが実際に遭遇する領域とはかなり異なり、この結果だけでは、力を知るのに十分でない点が多い。そこで、本文では軸対象体の着水時に生ずる衝撃力を、物体のまわりの流れの効果をできるだけ取り入れて考察を行うことにする。すなわち着水後、物体のまわりの流体の偏倚が大きいほど抵抗が大きくなるが、この効果を取り入れる必要がある。これは固体の形状によって異なり、平板に近いほど大きくなる。この効果は間接的には固体のまわりの水面が隆起し、仮想質量力を自由表面上の接水幅で表わすとき、それを増やす結果として表わされる。

物体の速度を w 、物体の接水幅を c 、接水幅の広がる速度を dc/dt とし、 w と dc/dt の比 u を

$$u = w / (dc/dt) \quad (6)$$

とする。物体の厚みは無視し、図6 下方に示したような平板にあたる流れを考えると、静水面の位置における流れの速度 w_y は

$$w_y = w / \sqrt{1 - (c^2/r^2)} \quad (7)$$

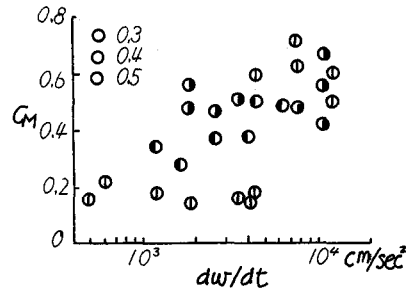


図4 G_M と dw/dt との関係

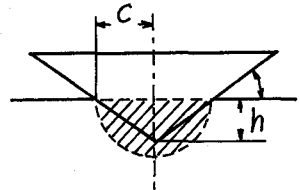


図5 二次元楔形の仮想質量力

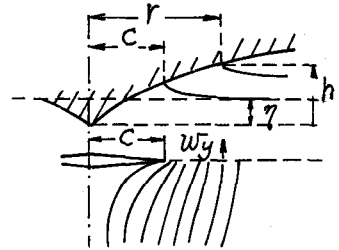


図6 三次元軸対称形

である。時間 t のあいだにおける水の盛り η は、 w_y を積分して、

$$\eta = \int_0^t \frac{w}{\sqrt{1 - (c^2/r^2)}} dt = \int_0^c \frac{w}{dc/dt} \frac{dc}{\sqrt{1 - c^2/r^2}} \quad (8)$$

$\eta = h$ のとき、 $c = r$ (水の表面が球の表面に接しているところ) となっているとすると、(7)式と(8)式より

$$h = \int_{c=0}^{c=r} \frac{u dc}{\sqrt{1 - (c^2/r^2)}} \quad (9)$$

物体の表面を

$$h = \beta_0 c + \beta_1 c^2 + \beta_2 c^3 + \quad (10)$$

と表わすと、これに見合う u はつぎのようになる

$$u(r) = \frac{2}{\pi} \beta_0 + \beta_1 r + \frac{4}{\pi} \beta_2 r^2 + \frac{3}{2} \beta_3 r^3 + \quad (11)$$

水面の形は、(9)式で与え、仮想質量を計算する水面の位置は、この盛り部で考えることにする。

三次元軸対象形の仮想質量の表示式は複雑なため、物体の厚みを省略して、これを 0 とした円板の仮想質量を考えることにする。半径 c の円板の仮想質量 m は、Lamb によると、次式で与えられる。

$$m = \frac{2}{\pi} \left(\frac{4}{3} \pi \rho r^3 \right) = \frac{8}{3} \rho r^3 \quad (12)$$

Kármán にならって、着水衝撃にかかわる仮想質量 m は、上式の半分、つまり

$$m = (4/3) \rho r^3 \quad (13)$$

をとる。物体に作用する力は、仮想質量の運動量 ($m \cdot w$) を時間で微分すればよい。(6)式を用いて整理すると、

$$P = \frac{4\rho}{3} \left\{ 3r^2 \frac{w^2}{u} + r^3 \frac{dw}{dt} \right\} \quad (14)$$

$dw/dt = -P/M$ を(14)式に代入すると、物体に作用する力が r の関数となる。

$$P = \frac{\frac{4}{3} \rho 3 r^2 w_0^2}{\left(1 - \frac{4}{3} \frac{c^3}{M} \right) \left(1 + \frac{m}{M} \right)^2 u} \quad (15)$$

ここで、物体を球とすると、図に示すように浸水深 h と球の半径 R との間には、 $r = h\sqrt{2R-h}$ の関係があるので、これを代入し、 $h/R = \delta$ 、 $P/\rho R^2 w_0^2 = F$ と無次元表示すると、

$$F = \frac{4\delta(2-\delta)\pi^2(\sigma/\rho)^3}{\{(\sigma/\rho)\pi + \delta^{3/2}(2-\delta)^{3/2}\}^3 u} \quad (16)$$

と表わすことができる。球の場合、(6)式の u は

$$u = \frac{\sqrt{\delta(2-\delta)}}{1-\delta} \quad (17)$$

となるので、

$$F = \frac{4\sqrt{\delta(2-\delta)}(1-\delta)\pi^2(\sigma/\rho)^3}{\{(\sigma/\rho)\pi + \delta^{3/2}(2-\delta)^{3/2}\}^3} \quad (18)$$

となる。ちなみに、Richardson が球について、仮想質量 m を $2\pi c^3/3$ として衝撃力を求めた結果は、 $\rho/\rho w_0^2 = 2\pi c \sqrt{R^2 - c^2} / \{1 + (m/M)\}^3$ となっており、(14)式で仮想質量 m をおきかえたものと同じである。

(15)式における c の値は、 $w_y(t)$ より次式で求められる。

$$\int_0^r u(c) dc = \int_0^t w dt \quad (19)$$

(18)式より F の最大値は、微小項を省略すると

$$\delta \div 1/2(2-\delta) \quad (20)$$

を満足するところで生じ、例えば、ここに使用している $\sigma/\rho = 1.208$ では、 $\delta = 0.2$ である。このとき F の最大値 F_{max} は

$$F_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\{1 + (\sigma/\rho\pi)(1/2)^{3/2}\}^3}$$

となる。いくつかの σ/ρ の場合について、 F と δ の関係を図7に示す。この解析結果にしたがうと、衝撃力 P が速度の二乗に比例することになる。そこで

$$P = C_M' (\rho/2) \pi R^2 \omega^2 \quad (22)$$

と表わしたとき、 $F = C_M'/2$ に相当し、(22)式の定義による C_M' は、ほぼ1の値ととることが図7からわかる。

二次元楔形物体と異なり、球の場合には、 $h/R > 1$ の範囲では以上の取扱いが成立しなくなり、水中深いところまでは適用できないが、さきに述べたように $w^2/gl = 10$ の範囲内では、空洞があって、以上の考え方を適用しても、それほど不都合はないと考えて、実験値から(22)式にしたがって、 C_M の値を求めた結果は図8のようである。(18)式で予測するものよりかなり小さい。これは

測定の間隔が長く、真の復元力を表わしていないためだけ

一般に仮想質量力は、 $P = C_M m(dw/dt)$ と表わされる。(16)式の F を著直すと、仮想質量係数 C_M は、 S は径路として

$$C_M \frac{dw/ds}{w} = F \frac{3\pi R^2}{4C^3} = F \frac{3\pi}{4\{\delta(2-\delta)^{3/2}\}^3 R^{1/2}}$$

となる。 $C_M(dw/ds)/w$ を R とパラメーターとして表わすと、図9のようになる。本実験で、 $w/(dw/ds)$ は、2~3桁 (cm単位) となり、結果的に C_M はかなり大きくなる。これは、仮想質量力の物理的性質と見極めて仮想質量力では質量係数と呼称する必要がある。

5. むすび

河川構造物に作用する流水の衝撃力を知るため、液面に球を自由落させ、その運動量の変化から、球に働く力を知り、それをもとにして、仮想質量力の大きさを求めた。一方、表面における衝撃力について空気中と水中との間における運動量の保存則を適用して、力を表わす関係を求め、速度の二乗に比例する形にまとめた。 $P = C_M' \frac{\rho}{2} \pi R^2 \omega^2$ と表わしたとき、 C_M' は1.0程度の値となった。本研究を行うにあたり、測定器について御配慮を賜った京都大学岩垣教授および土屋教授に御礼申上げる。

- 1) Richardson, E. G.: The Impact of a Solid on a Liquid Surface, Proc. Phys. Soc. vol. 61, Part 4 (1948) pp. 352 - 367
- 2) 平野陽一: 着水衝撃について; 日本航空宇宙学会誌 第19巻214号(1971) pp. 520 - 530
- 3) 平野陽一, 三浦光亮: 着水衝撃について, 東京大学宇宙航空研究所報告, 第6巻 第3号(B), (1970) pp. 763 - 777
- 4) Lamb, H.: Hydrodynamics, Cambridge Univ. Press, 6th. (1957)
- 5) Kármán: 2) より引用

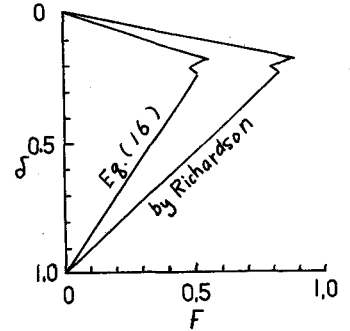


図7 $F (= C_M'/2)$ と δ の関係

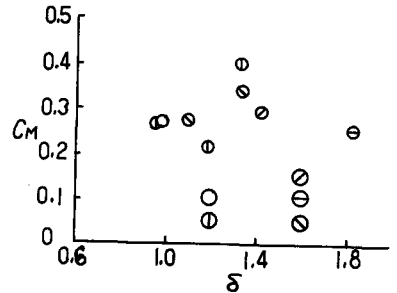


図8 実験値から求めた(22)式の C_M の値

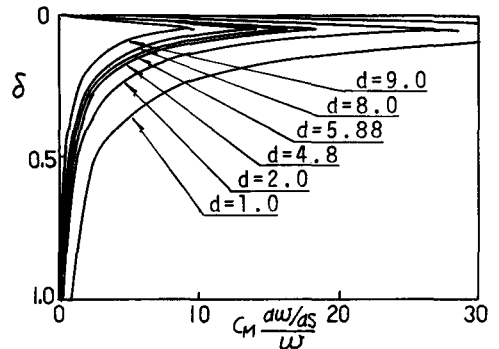


図9 (16)式からみちびいた C_M の値