

貯水池における密度躍層と濁質の挙動について

九州大学	工学部	正員	平野	宗夫
九州大学	工学部	○正員	金子	新
九州大学	工学部	学生員	式	正治

1. まえがき

洪水後も長期にわたって貯水池及びその放流水が清澄化しないという貯水池濁度の長期化現象は、貯水池の利水機能のみならず漁業、観光面でも問題化しており、その解明は緊急を要する課題であり、過去に研究報告も行なわれている¹⁾²⁾。我国における通常の貯水池は、水面よりの太陽日射及び流入水温が一年を周期として季節的に変化するため、貯水池内の流れは、密度流的流況を呈する。貯水池は、熱的あるいは流量条件の相違によってそれぞれ固有の密度場を形成するわけであるが、本論文では、特に水面よりの日射及び損失熱量に比して移流熱量が卓越し夏季に取水口直下に顕著な密度躍層の発達する成層型貯水池を研究の対象としている。顕著に密度躍層の発達した貯水池に洪水が流入した時の密度躍層の低下過程及びその形状、躍層位置に発生する顕著な濁度の貯留機構等についての実験がなされ、理論的検討が加えられている。

2. 実験装置と実験方法

模型貯水池として長さ400cm、幅20cm、越流ゼキ位置の深さ83cm及び河床勾配1/4.81の二次元水路を使用した。実験において密度躍層は塩水を用いることにより代用され、塩水の供給は水路底下流端から行なわれた。濁質としては、平均粒径 10μ （平均沈降速度 0.006 cm/s ）のパールクレイを使用した。

濁質は、攪拌槽で十分混合したものをポンプにより水

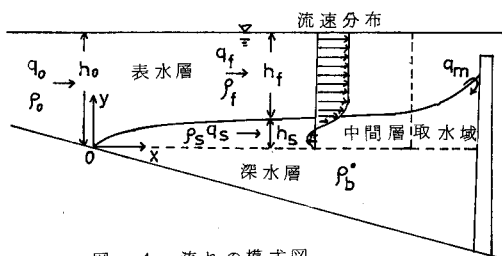


図-1 流れの模式図

路流入口まで導き、水路幅一様に拡がるように傾斜板を経て流水中に投入された。塩分濃度は、四電極伝導度計により測定された。濁度は、流水中から約 15 cc をサイフォンにより直接抽出し卓上濁度計により計測された。実験は、まず模型水槽内に塩水を貯留しておき、流入口の仕切板を取ることににより一定流量を流入させ始めると同時に開始された。一定流量を継続させた時の躍層の低下及びその過程における躍層付近の密度の時間変化を測定するための実験〔A〕及び濁質を実験開始と同時に流入させ始め躍層付近での濁質の貯留現象を明らかにするための実験〔B〕の二種類の実験が行なわれた。表-1に各実験の諸元を与える。

3. 実験結果とその解析

1) 洪水による躍層の低下と中間層の形成過程

取水口直下に顕著な密度躍層の発達する貯水池における躍層位置は、普通 Craya の選択取水理論³⁾を適用して算定されている。貯水池にかなりの規模の洪水が流入した場合、躍層の低下が始まるわけであるが、その時間的な変化過程及び連行による躍層の低下量と Craya の理論により決定される躍層位置との関連性は、未だ殆んど検討されてなく Craya の理論を実際の貯水池に適用することは、かなり問題であると考えられる。実験 [A]

实 验	流入流 量 q_f cm^2/s	淡水密 度 ρ_f g/cm^3	盐水密 度 ρ_s g/cm^3	$\rho_s - \rho_f$	流入 濁度 (ppm)
A-1	37.6	0.9985	1.0	0.0015	—
A-2	29.5	0.9984	0.9998	0.0014	—
A-3	48.0	0.9985	1.0	0.0015	—
A-4	75.2	0.9985	1.0	0.0015	—
A-5	67.0	0.9991	1.0028	0.0037	—
A-6	50.0	0.9989	1.0027	0.0038	—
B-1	40.2	0.9995	1.0010	0.0015	65

表 - 1 實驗諸元

において実測された平均的な躍層位置の低下過程が、図-2に示されている。ここに、 z_0 はCrayaの理論において与えられる取水口より躍層位置までの深さであり次式で与えられる。

$$Q_f / \sqrt{(\rho_s - \rho_f) / \rho_f g z_0^3} = 1.51 \quad (1)$$

ただし、 Q_f は表層単位幅流量である。図-2より実験開始直後に躍層位置は主として移流作用により z_0 まで急速に低下し、それ以後は密度界面の連行（躍層先端付近で特に大きい）により緩慢に低下し続けるものと考えられる。そして、連行の殆んどなくなる内部フルード数は、実験〔A〕のすべての場合においてはほぼ次式で与えられる。

$$Q_f / \sqrt{(\rho_s - \rho_f) / \rho_s g z^3} = 0.45 \quad (2)$$

ただし、 z は任意の時間における取水口より躍層位置までの深さである。以上のことから、連行による躍層の低下を考えれば実際の貯水池における躍層は、Crayaの理論で与えられる位置よりもかなり低いものと推定される。

図-3に、実験（A-6）に対する貯水池内密度の時間変化が示されている。洪水による躍層の低下にともない、中間層が次第に明瞭となっている。なお、中間層は、躍層下流端の取水口直下から表層水が躍層内に混入しそれが漸次上流域に運ばれるにつれ発達するものと考えられる（図-1参照）。中間層密度は、漸次低下してゆき最終的に表層密度に近くなり、中間層は躍層先端付近から次第に消滅していった。中間層が明瞭になるにつれ、密度界面よりの連行は急速に減少し始め中間層の消滅と同時に躍層の低下は一応なくなるものと考えられる。図-4には、実験開始と同時に濁質を流入させた実験（B-1）の濁度及び密度の時間変化を与えている。図-3と同じく中間層の発達が認められ、中間層内の濁度は、躍層下流端よりの表層水の混入に加えて、躍層面よりの濁度の沈降及び拡散のため漸次増加することがわかる。実験（B-1）において濁水の流入は200分後に停止されたが、図-4に示すように表層水が清澄化した後も中間層内には高濁度水が滞留しており、洪水後の躍層付近での濁質の貯留現象は中間層の形成と密接に関係することがわかる。図-5に密度界面よりの連行量を示しているが、躍層先端付近の強い連行のためLofquist⁴⁾の実測値よりもかなり大きな値となっている。ここで、連行係数は、芦田、江頭等²⁾が与たように次式で表わすものとする。

$$v_e / u_f = k (Q_f / \sqrt{(\rho_s - \rho_f) / \rho_f g h_f^3})^2 \quad (3)$$

ただし、図-5より一応 $k = 0.0045$ を採用し、 v_e 、 u_f 及び h_f はそれぞれ連行速度、表層平均流速及び表層平均水深である。

2) 貯水池における躍層形状

緩混合型河口密度流における塩水楔の形状は、河口において境界内部フルード数（= 1.0）を満たすことを境界条件として

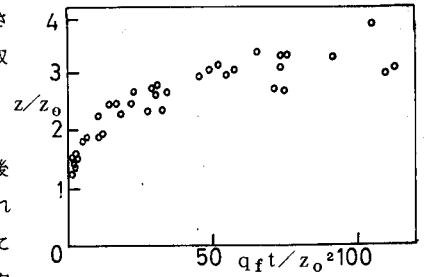


図-2 躍層の低下過程

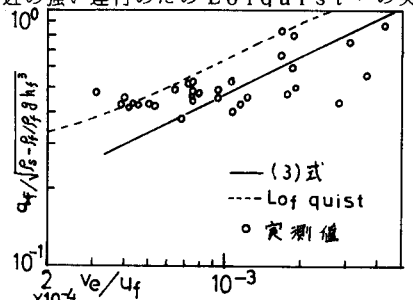


図-5 連行量

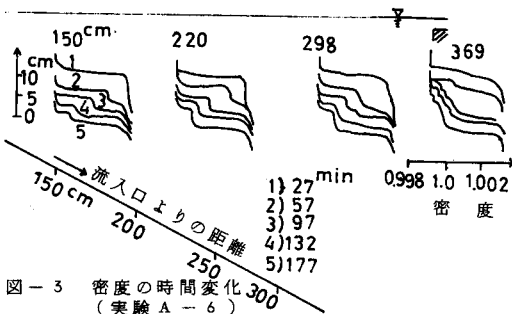


図-3 密度の時間変化 (実験 A-6)

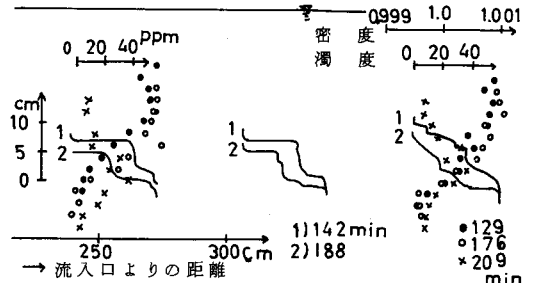


図-4 密度及び濁度の時間変化 (実験 B-1)

上流域の形状の算定が試みられている⁴⁾。貯水池においては、このような下流端における境界条件はなく、一応 Craya の選択取水理論で与えられる位置よりも躍層が上昇することはないものと考えられる。しかしながら前節で述べたように密度界面の連行により躍層位置が Craya の理論による位置から漸次低下することを考えれば、下流端における明確な境界条件は存在しないことになる。ここでは、密度界面における連行を考慮し、塩水楔の理論を多少拡張して貯水池における躍層形状を算定する⁵⁾。躍層付近の流況は、図-1に例示するような流速分布となり、躍層面を長軸とする大きな循環が存在する。この循環作用のため躍層の下流端から混入した表層水が躍層内一様に分布され、中間層の形成が助長されるものと考えられる。

図-1に示すように躍層先端より下流方向に水平にx軸、それより鉛直上向きにy軸、x及びy方向の流速をそれぞれu及びv、表水層及びその躍層先端位置における単位幅流量をそれぞれ q_f 及び q_o 、水深を h_f 及び h_o 、密度を ρ_f 及び ρ_o 、中間層における単位幅流量、水深及び密度をそれぞれ q_s 、 h_s 及び ρ_s とし深水層における密度を ρ_b とする。

表水層及び中間層における連続の式はそれぞれ次式で与えられる。

$$d q_f / d x = v_e \quad (4) \quad d q_s / d x = -v_e \quad (5)$$

ここに、 v_e は連行速度であり、 q_f 及び q_s はそれぞれ表水層及び中間層の単位幅流量である。

表水層における拡散方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \quad (6)$$

ただし、 ρ は表水層密度であり、 ν_t は渦動拡散係数である。(6)式をyについて h_s から $h_s + h_f$ まで積分し、

$$\nu_t \frac{\partial \rho}{\partial y} \Big|_{y=h_s+h_f} = 0 \quad \nu_t \frac{\partial \rho}{\partial y} \Big|_{y=h_s} = 0 \quad (7)$$

$$v \Big|_{y=h_s+h_f} = u \Big|_{y=h_s+h_f} \frac{d(h_s+h_f)}{dx} \quad v \Big|_{y=h_s} = u \Big|_{y=h_s} \frac{dh_s}{dx} + v_e \quad (8)$$

と仮定し、(4)式を代入すれば次式を得る。

$$\frac{d \epsilon}{d x} = \epsilon_o \frac{v_e}{q_f} \quad (9)$$

ここに、 $\epsilon = (\rho_f - \rho_o) / \rho_o$ 及び $\epsilon_o = (\rho_s - \rho_o) / \rho_o$ である。

表水層における運動方程式は、次式で与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (10)$$

ここに、pは圧力であり τ は摩擦応力である。表水層におけるy方向の密度変化を無視し圧力に静水圧を仮定すれば次式を得る。

$$p = \rho_f g (h_s + h_f - y) \quad (11)$$

ここに、gは重力加速度である。(11)式を(10)式に代入しyについて h_s から $h_s + h_f$ まで積分し、(8)式を代入すれば次式を得る。

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{h_s}^{h_s+h_f} u^2 dy \right) - v_e u \Big|_{y=h_s} = -gh_f \left(\frac{dh_f}{dx} + \frac{dh_s}{dx} + \frac{h_f}{2} \frac{d\epsilon}{dx} \right) - \frac{\tau_i}{\rho_f} \quad (12)$$

ただし、 τ_i は密度界面における摩擦応力である。ここで、

$$\int_{h_s}^{h_s+h_f} u^2 dy = \beta_1 \frac{q_f^2}{h_f} \quad v \Big|_{y=h_s} = \alpha \frac{q_f}{h_f} \quad \frac{\tau_i}{\rho_f} = K \left(\frac{q_f}{h_f} \right)^2 \quad (13)$$

とおく。 β_1 、 α 及びKは常数であり、また τ_i の仮定において中間層の流速は微小と考えて無視している。

(4)、(9)及び(13)式を(12)式に代入し整理すれば次式を得る。

$$\left(1 - \frac{\beta_1 q_f^2}{gh_f^3} \right) \frac{dh_f}{dx} + \frac{dh_s}{dx} = - \left\{ (2\beta_1 - \alpha) \frac{q_f^2}{gh_f^3} + \frac{\epsilon_o}{2} \right\} E - K \frac{q_f^2}{gh_f^3} \quad (14)$$

ただし、Eは連行係数である。

中間層における運動方程式は、中間層内の密度を近似的に一定と考えれば次式で与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (15)$$

表水層と同じく静水圧を仮定すれば圧力は次式で与えられる。

$$p = \rho_f g (h_s + h_f - y) + (\rho_s - \rho_f) g (h_s - y) \quad (16)$$

(16) 式を (15) 式に代入し y について 0 から h_s まで積分して (8) 式を代入すれば次式を得る。

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^{h_s} u^2 dy \right) + u \Big|_{y=h_s} v_e = -gh_s \left\{ (1 - \epsilon_0) \frac{dh_f}{dx} + \frac{dh_s}{dx} + h_f \frac{d\epsilon}{dx} \right\} + \frac{\tau_i}{\rho_s} \quad (17)$$

ここで、 $y = 0$ における摩擦応力は、流速分布を考慮して一応無視している。表水層の場合と同じく

$$\int_0^{h_s} u^2 dy = \beta_2 \frac{q_s^2}{h_s} \quad (18)$$

とおく。ただし、 β_2 は流速分布形により決まる常数である。(5)、(9)、(13) 及び (18) 式を (17) 式に代入し整理すれば次式を得る。

$$(1 - \epsilon_0) \frac{dh_f}{dx} + \left(1 - \frac{\beta_2 q_s^2}{gh_s^3} \right) \frac{dh_s}{dx} = \left\{ (2\beta_2 \frac{q_s h_f}{q_f h_s} - \alpha) \frac{q_f^2}{gh_s h_f^2} - \epsilon_0 \right\} E + K \frac{q_f^2}{gh_s h_f^2} \quad (19)$$

ここで、関係諸量を次のように無次元化する。

$$\begin{aligned} \phi_f &= q_f / q_0 & \phi_s &= q_s / q_f & \theta &= \epsilon / \epsilon_0 & H_f &= h_f / h_0 \\ H_s &= h_s / h_0 & X &= x / h_0 & F_0^2 &= q_0^2 / \epsilon_0 g h_0^3 \end{aligned} \quad (20)$$

(14) 及び (19) 式を dh_s / dx について解き高次の微小項を省略して (20) 式を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{dH_s}{dX} = \frac{1}{\phi_0} \left[\left\{ (2 - \alpha) F_0^2 \frac{\phi_f^2}{H_f^3} + (2 \frac{\phi_s H_f}{\phi_f H_s} - \alpha) F_0^2 \frac{\phi_f^2}{H_s H_f^2} - \frac{1}{2} \right\} E \right. \\ \left. + K \left(1 + \frac{H_f}{H_s} \right) F_0^2 \frac{\phi_f^2}{H_f^3} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{となる。ただし、} \phi_0 = 1.0 - F_0^2 \phi_f^2 / H_f^3 - F_0^2 \phi_s^2 / H_s^3 \quad (22)$$

であり、(21) 式において $\beta_1 = \beta_2 = 1.0$ としており、 α は後述する実験結果も加味して $\alpha = 0.4$ とおく。

H_f は、水表面が近似的に水平になることより $H_f = 1.0 - H_s$ (23) で与えられる。

(20) 式を (4)、(5) 及び (9) 式に代入すればそれぞれ次式のようになる。

$$\frac{d\phi_f}{dX} = E \frac{\phi_f}{H_f} \quad (24) \quad \phi_s = 1.0 - \phi_f \quad (25) \quad \frac{d\theta}{dX} = E \frac{1}{H_f} \quad (26)$$

連行係数 E は、近似的に (8) 式を適用すれば、

$$E = \frac{v_e}{u_f} = 0.0045 F_0^2 \frac{\phi_f^2}{H_f^3} \quad (27)$$

となる。摩擦係数 K については、著者等による実験範囲を考慮して岩崎⁷⁾が与えた関係式を多少修正し次式で与えるものとする。

$$K = 2.5 \psi^{-0.8536} \quad (28)$$

$$\text{ただし、} \psi = \frac{q_f^2}{\epsilon_0 g h_f^3} \frac{q_f}{\nu} = F_0^2 R_0 \frac{\phi_f^2}{H_f^3} \quad (29)$$

$$R_0 = q_0 / \nu \quad (30)$$

ここに、 ν は渦動粘性係数である。 R_0 及び F_0^2 をパラ

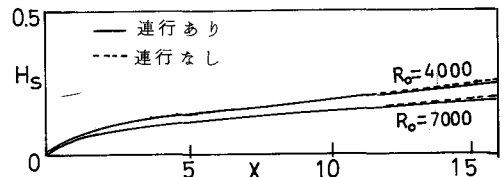


図-6 躍層形状 $F_0^2 = 0.1$

メーターとして (21)、(23)、(24)、(25) 及び (26) 式を数値積分した結果を図-6から図-9に与えている。

図-6から図-8には連行を無視した時の結果も同時に示されており、 F_o^2 の増加につれ躍層形状に及ぼす連行の影響を無視できなくなることがわかる。図-10には、図-9とほぼ同じ条件における躍層形状の実測値を示しているが両者は良く一致している。

このような解析で貯水池における躍層形状をほぼ推定できるが、躍層が Craya の理論で与えられる位置近くにある時、下流域で躍層が (21) 式の特異点 $\phi_o = 0$ を通過するためそれ以後の計算ができない。

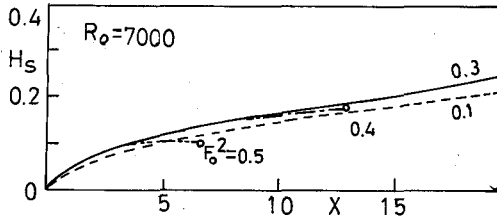


図-9 躍層形状 (理論値)

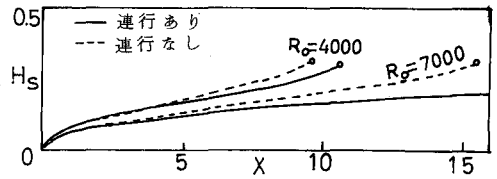


図-7 躍層形状 $F_o^2 = 0.3$

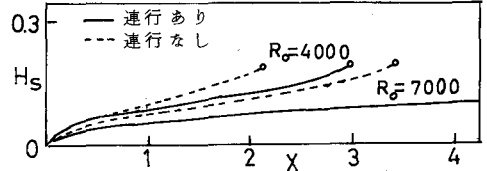


図-8 躍層形状 $F_o^2 = 0.5$

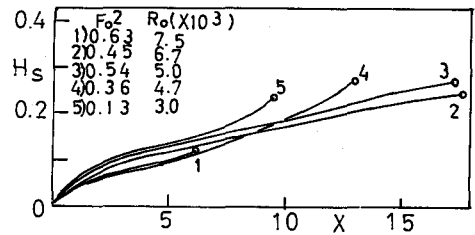


図-10 躍層形状 (実測値)

3) 表層水の躍層内への混入量

選択取水の分野において、躍層付近に中間層が形成されることはよく知られた事実であり⁸⁾、その理由として取水口直下の躍層面から表層水が躍層内に流入しそれが上流域に運ばれるためと一応考えられている⁹⁾。

混入量の評価についての明確な知識は今得られてなく、ここでは、運動量及びベルヌーイの定理を適用してその定量的評価を試みる。

混入量を評価するため、図-11 に示すような取水口近くの領域を考え一応取水域とみなし、それより上流域の主として界面摩擦応力によって躍層形状が形成される領域と区別する。

領域 A B C D に運動量の定理を適用し、C D 面を通して移動する運動量を微小と考え無視すれば、

$$\rho_f \frac{q_i^2}{h_i} + \frac{\rho_f}{2} g h_i^2 = \rho_f \frac{q_o^2}{h_o} + \frac{\rho_f}{2} g (h_i - h_l)^2 + \frac{\rho_m - \rho_f}{2} g h_m^2$$

を得る。ところで、 $q_o = q_f - q_m$ 及び $h_o = h_i - h_l - h_m$ なることを用いれば前式は、

$$\frac{q_i^2}{h_i} + g \left(h_i - \frac{h_l}{2} \right) h_l = \frac{(q_i - q_m)^2}{h_i - h_l - h_m} + \frac{\epsilon_m}{2} g h_m^2 \quad (31)$$

となる。ただし、 $\epsilon_m = (\rho_m - \rho_f) / \rho_f$ である。

D 点よりよどみ点 E までの深さを h_m とし C E 上でベルヌーイの定理を適用すれば、

$$\frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{q_i}{h_i} \right)^2 + g h_l = \epsilon_m g h_m \quad (32)$$

ここに、 α は C 点における流速と表層層平均流速との比を与える常数である。A B 上でベルヌーイの定理を適用すれば、

$$h_l = \frac{1}{2g} \left\{ \left(\frac{q_i - q_m}{h_i - h_l - h_m} \right)^2 - \left(\frac{q_i}{h_i} \right)^2 \right\} \quad (33)$$

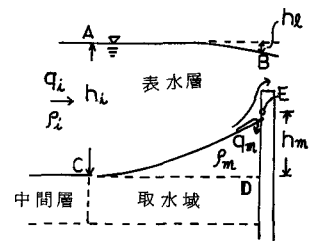


図-11 取水域の模式図

を得る。関係諸量を次のように無次元化する。

$$\phi_m = q_m / q_i \quad H_m = h_m / h_i \quad (34)$$

$$H_1 = h_1 / h_i \quad Fr^2 = q_i^2 / gh_i^3$$

(34) 式を (31)、(32) 及び (33) 式に代入すればそれぞれ、

$$Fr^2 + (1 - \frac{H_1}{2}) H_1 = Fr^2 \frac{(1 - \phi_m)^2}{1 - H_1 - H_m} + \frac{\epsilon_m}{2} H_m^2 \quad (35)$$

$$\frac{\alpha^2}{2} Fr^2 + H_1 = \epsilon_m H_m \quad (36)$$

$$H_1 = \frac{Fr^2}{2} \left\{ \left(\frac{1 - \phi_m}{1 - H_1 - H_m} \right)^2 - 1 \right\} \quad (37)$$

となる。(36) 及び (37) 式を (35) 式に代入し H_1 について解けば、

$$H_1 = \frac{1}{(3 + 3/\epsilon_m)} \left[1 - Fr^2 - \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \frac{Fr^2}{\epsilon_m} - \sqrt{\left\{ 1 - Fr^2 - \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \frac{Fr^2}{\epsilon_m} \right\}^2 - \alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{4} \right) \left(3 + \frac{3}{\epsilon_m} \right) \frac{Fr^4}{\epsilon_m}} \right] \quad (38)$$

となる。 H_1 が存在するためには (38) 式の根号内が正となる
必要があり

$$\frac{Fr^2}{\epsilon_m} \leq \frac{1}{(1 - \alpha^2)^2} \left\{ \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) - \sqrt{\frac{3}{2} \alpha^2 \left(2 - \frac{\alpha^2}{2} \right)} \right\} \quad (39)$$

を得る。 α^2 をパラメータにして、(35) から (37) 式を数値解析した結果を図-12 及び図-13 に示している。図-12 には、実測値も同時に示されており、 $\alpha = 0.3 \sim 0.4$ 程度の値を採用したとき実測値はよく説明される。図-13 における h_m の理論値も実測値から考えて適当な値であり、以上の解析が妥当なものであることがわかる。

本論文をまとめるに際し、実験及びデータ整理に惜しまぬ協力を頂いた、大学院生古賀省三氏および学部学生松田麻左武氏に心から謝意を表します。最後に、本研究は文部省科学研究費「貯水池濁度の水理に関する災害科学的研究」の援助のもとに行なわれたことを付記し関係者に謝意を表します。

参考文献

- 1) 安芸：貯水池濁水現象、第11回水工学に関する夏季講習会講義集(Aコース)、1976
- 2) 芦田・江頭：非一様密度場における濁度物質の拡散と貯留機構、第20回水理講演会論文集、1976
- 3) Craya, A.: Recherches Théoriques sur l'écoulement de Couches Superposées de Fluides de Densités Différentes, La Houille Blanche, Jan.-Fev., 1949
- 4) Lofquist, K.: Flow and Stress Near an Interface between Stratified Fluids, The Physics of Fluids, Vol. 3, No. 2, Mar.-Apr., 1960
- 5) 例えば、吉川：河川工学、朝倉書店、1966
- 6) Long, R.R.: Circulations and Density Distributions in a Deep, Strongly Stratified, Two-Layer Estuary, J. Fluid Mech., Vol. 71, Part 3, 1975
- 7) 土木学会密度流研究小委員会：成層密度流の界面現象(1)、土木学会論文報告集第242号、1975
- 8) Gariel, P.: Recherches Expérimentales sur l'écoulement de Couches Superposées de Fluides de Densités Différentes, La Houille Blanche, Jan.-Fev., 1949
- 9) 浦・高田：水路内の水門による下層取水について、第31回土木学会年講概要集、1976

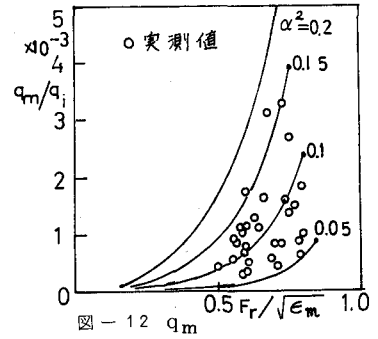


図-12 q_m

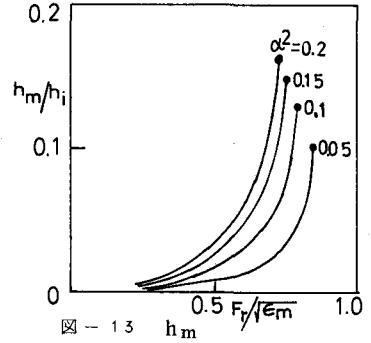


図-13 h_m