

三次元水平密度噴流の水質混合について

大阪大学工学部 正員 村岡浩爾
大阪大学工学部 正員 中辻啓二

1. まえがき

沿岸海域に放流された温排水の熱量あるいは工業廃水の拡散物質が混合過程を介して輸送・分散される機構は乱流運動のかかわる顕著な例であり、海域環境汚染の問題と関連して工学的に興味深い課題である。その水質混合は本質的には境界面での流速場の乱れが誘因となる対流的輸送現象であるが、密度成層の存在する場合には密度勾配が流速と温度・水質との間に相互作用を生じさせる原因となり、リチャードソン数・レイノルズ数等のパラメーターで表示される種類の要因が相乗的に関係するため理論展開は極めて難しい。

従来、解析的には交換係数モデルまたは混合距離の概念を導入した渦動拡散係数、あるいは分布形状の相似性を仮定した連行係数が用いられ、実験的にこれらの係数を決定しなければならないという欠点は有しているけれども工学的な問題に対しては十分実用に耐えられる成果を得ている。しかしながら、成層界面を横切って乱流拡散により輸送されるような場合には未知の剪断応力・連行量を未知係数で置き換えるといった上記の半経験的な方法が常に満足すべき解を与えるとは限らない。むしろ、混合過程における乱れの微細構造に着目して変動量成分のエネルギー、ならびに流速と水質変動との相関を定量的に把えることにより物理機構の解明を計る必要があろう。特に密度躍層の乱れについては乱れ計測の困難性ということもあって、これらの現象の把握において未解決な問題点が多い。

本文は密度差を有した三次元水平噴流の水質混合過程——主として下層界面からの連行加入現象の機構を解明する基礎実験として、流速ならびに濃度を同時測定して現象の実態を把握し従来の成果と比較検討するとともに、混合特性を平均的および統計的に考察したものである。ここに、平均的にはEllison—Turnerに代表される連行係数を平均分布形状から算定してその概念の適合性を検討することであり、統計的には流速および濃度変動のスペクトル形状ならびに両者の相関特性から水質輸送を定性的に評価することである。

2. 実験装置および方法

実験は放流用水路を接続した平面水槽（14m×6m×0.7m）を用い、まず所定濃度の塩水を貯留した後、貯水水槽からポンプアップした淡水を放流口模型（幅 $B_0=2.5\text{cm}$ ）から放流して流速・濃度を同時測定した。この時、水位が一定となるようにサーボ式水位計で観測しながら平面水槽の水位を調整した。濃度は電導度計を試作し塩素量濃度を計測したが、プローブは安定性を高めるために白金黒メッキした3極の白金線（ $\phi 0.6 \times 8\text{mm}$ ）を使用している。また、流速は円錐型のホットフィルム流速計および界面での計測にはホットワイヤ流速計を用いたが、両者ともに二流体間の温度差により出力電圧が著しく異なるために淡・塩水温が等しくなる時間帯を選んで実験を行な

表-1 実験諸元

EXP	Q_0 cm^3/sec	H_0 cm	S_0 g/cm^3	E g/cm^3	F_0	F_{i0}	Re $\times 10^3$
RUN-1A	266.74	4.20	1.0091	.0093	.396	4.125	6.31
RUN-1B	360.22	4.00	1.0095	.0097	.575	5.842	8.94
RUN-2A	253.46	4.15	1.0062	.0068	.383	4.645	6.07
RUN-2B	346.68	3.97	1.0062	.0065	.560	6.968	8.67
RUN-3A	266.88	4.04	1.0029	.0039	.420	6.742	6.51
RUN-3B	364.11	4.15	1.0032	.0044	.550	8.329	8.71

った。同時に染料を流して流況の可視観測を行っており、実験の水理条件は表-1のとおりである。

変動量のデータ処理はレコーダーに収録された出力電圧をAD変換を通して数値化の後、Blackman—Tukeの方法により統計解析した。その際サンプリング間隔は電導度計の時定数より 12.5Hz に選んだ。

3. 流速ならびに水質濃度の分布特性

(a) 噴流軸上の水理特性 ; 噴流軸に沿った水表面下1cmの流速および濃度の平均量の通減特性を示したのが図-1である。

流速については平均流速 U_m を放流口流速 U_0 で、濃度については流速分布形状と対応させるために平均濃度 C_m を水槽水濃度 C_r と放流水濃度 C_0 とを用いて $(C_m - C_r)/(C_0 - C_r)$ で無次元表示した。

図中の細い実線は Albertson の理論による三次元噴流の運動量保存に基づく流速通減曲線である。今回の実験においては、流速・濃度共に Potential core の存在する形成領域と、指数通減則が実測値とよく合致する領域とに明確に分離でき、その間に遷移領域が存在する。流速特性に関しては密度差にもとづく下層からの連行により運動量が加算されるために測定値は理論曲線よりも大きな値をとるが、その減衰度合は-1乗則に従う。また、内部フルード数が大なる程流速 U_m の減衰が小さく下層からの連行が顕著にみられる。濃度に関しても同様の傾向がみられるが、流下にとまう減衰は緩慢であり-1/2乗に近づく傾向にある。

つぎに、相対乱れ強さの噴流軸方向の変化を示したのが図-2である。流速の乱れ強さは core 終端部において30~40%まで急上昇し、以後一様に減衰する傾向にある。平均流速がそれ程減少しないことを考え合せると、この間の急上昇は初期運動量に関連して周囲流体を引き込む連行流速に対応し、レイノルズ数が大なる程最大値をとる位置が流下方向に移行するのは興味深い。この事実はポテンシャルで記述される外部領域と明確に区別でき、それでいて不規則に変形する境界面での渦がエネルギー消費に関係するものと考えられる。すなわち、このことはレイノルズ数が低ければ噴流の混合がより強く発生するという Dornhelm et al.¹⁾ の実験結果と一致しており、平均流速がレイノルズ数と無関係になるのに対し、変動流速にその粘性効果が現われてくることを示している。また、レイノルズ数は流下とともに増大し比較的強い粘性作用のために流速変動は平均速度よりも急速に減衰してしまい、その結果相対乱れ強さは一様に減衰することになる。

これに対し、濃度変動は放流口近傍で連行された乱れが保存され、流下にとまない相対乱れ強さは増大する傾向にある。このことは濃度の積分時間スケールが流下方向に一定で平均渦径が流速に比例して減少するのに対し、流速の平均渦径は流下とともに増大し $x/B_0 = 30$ 近傍で濃度の渦径よりも大きくなることにも現われている。この事実は前回1/10勾配の斜面を設置して強制的に下層から連行を生じさせた実験結果²⁾とは著るしく異なるものであり、より多くのデータの集積が期待される。また、密度差のない場合の実験においては相対乱れ強さはおよそ20%程度であるのに対し、今回の実験では流速・濃度ともに非常に大きく内部フルード数の変動量に与える影響は大きい。

(b) 噴流横断面上の分布特性 ; 断面方向の流速ならびに濃度の平均分布に関しては自由噴流の近似が(a)の結果から予想し得る。いま、水平方向にy軸、鉛直方向にz軸をとり流速が噴流軸水表面の流速 U_0 の $1/e (= 0.3679)$ となる b_e, h_e で無次元表示した分布の一例を示したのが図-3である。乱れが確立された領域 ($x/B_0 \geq 9.6$) では、水平分布・鉛直分布ともにはば類似な形状となり、図中の実線で示した

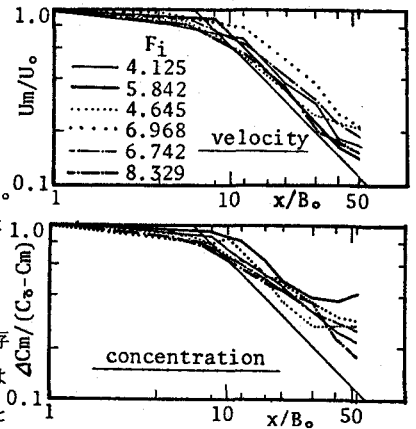


図-1 噴流軸上の平均量特性

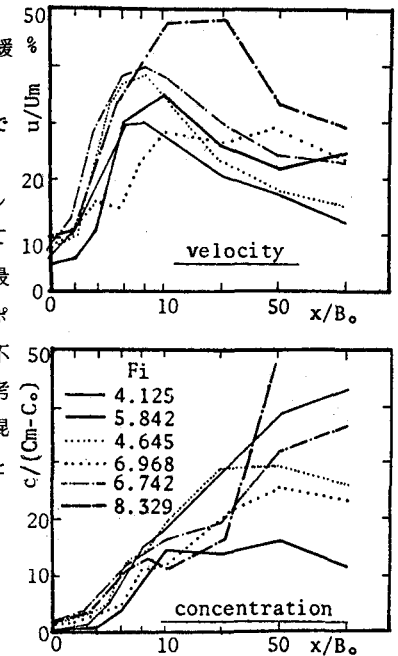


図-2 噴流軸上の変動量特性

ガウス型分布で近似でき、その形状関数は林・有田³⁾が仮定したものと同形となる。

$$\left. \begin{aligned} U/U_s &= f(y/b_e) \cdot f(z/h_e) \\ (C-C_s)/(C_0-C_s) &= g(y/b_e) \cdot g(z/h_e) \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 $\begin{cases} f(\zeta) = \exp(-\zeta^2) \\ g(\zeta) = \exp(-\zeta^2/2) \end{cases}$

流速が半減する拡散幅 Y_b で無次元化した場合の断面内流速分布は Tollmien の理論曲線と噴流軸近傍では比較的一致するが、噴流外縁部では測定値が大きく、ばらつきを示す。これは境界付近ではスケールの大きな渦が間欠的に発生し混合する状態が生じているためであり、混合距離が拡散幅に比例するという仮説に基く理論はこのような乱流境界では適用できないことを示唆しており、むしろ式(1)のような理論の根拠のないガウス曲線が比較的合致している。

一方、図には示さないが実験結果において相対乱れ強さは境界付近では大きく、また流下とともに増大する傾向にあるが、その歪度・尖度の断面分布は下層境界面を除いてあまり変化がない。これは 30 秒程度の測定時間では間欠的な混合状態を定量的に把握できないことに原因するためであろう。

4. 連行係数の適合性の評価

水平密度噴流への非乱流水域からの連行加入量を算定するには、流量の保存あるいは拡散物質の保存から求める方法がある。いま、流体の連続性を考え単位時間に境界面の単位面積を横切って輸送される容量として連行加入量を定義すれば、連続方程式を噴流軸に直交する断面で積分することにより流量変化を求めることができる。簡単化のために噴流の任意断面での分布形状を特性幅 b_e 、特性水深 h_e なる矩形分布であると仮定し連行係数の概念を導入すると、すなわち、連行速度 v_e 、 w_e を流れの代表速度 U_s と連行係数 α_y 、 α_z の積で表わすと、流量変化は次式で与えられる。

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d}{dx} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty u dy dz = (2 \cdot h_e \cdot \alpha_y + b_e \cdot \alpha_z) \cdot U_s \quad (2)$$

$$\text{ここに、} h_e = \int_0^\infty u dz / U_s, \quad b_e = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty u dy dz / h_e \cdot U_s$$

Stolzenbach-Harleman⁴⁾ は水平方向の連行は密度差によって影響を受けることなく、水平方向の連行係数 α_y は密度差が 0 である三次元自由噴流の場合と同一であり、また鉛直方向の連行係数 α_z は局所リチャードソン数の関数で表わされると仮定し α_y 、 α_z を誘導している。すなわち、鉛直連行量と局所的密度勾配とを結びつけるために Phillips の剪断流における運動量の輸送モデルを適用し、ブルント・バイセラ振動数を導入することにより連行速度をつぎのように定義している。

$$\frac{v_e}{U_s} = \alpha_y, \quad \frac{w_e}{U_s} = \alpha_z \cdot \exp\left(-C \frac{\Delta \rho_s \cdot g \cdot h}{U_s^2}\right) = \alpha_z \cdot \exp(-C \cdot R_i) \quad (3)$$

ここに、 α_y 、 α_z は密度差のない場合の自由噴流の解が実験結果と合致するように決定される係数であり、また C は積分して表層の断面平均リチャードソン数と対応させることにより Ellison-Turner⁵⁾ の二次元実験結果より決定される定数である。流速分布ならびに濃度分布の相似関数を実測から求めた式(1)に選び、また拡散幅の広がりを密度差のない場合にしながら $dh/dx = db/dx = \varepsilon$ なる線型と仮定すれば、連行

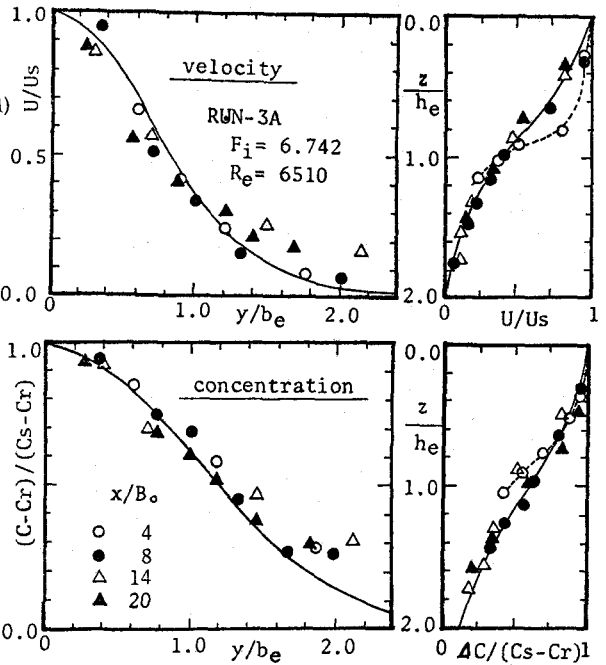


図-3 断面方向の分布特性

係数は若干の積分計算の後つぎのように導くことができる。

$$\alpha_y = 0.259 \epsilon, \alpha_z = 0.259 \epsilon \cdot \exp(-8.17 R_i) \tag{4}$$

連行量の算定においては拡散幅・拡散水深の拡がり ϵ の評価が支配的な要素となり、実験結果の集積により決定する必要がある。拡散巾 b は一般には流速が U_0 の2%となる位置を見かけの拡散幅として定義され、その位置において噴流の横断方向の乱れ輸送項と動水圧勾配項の均衡を考えるならば、水平方向の接近流速 U_{ap} は ϵ と分布形の相関関数 f とにより求められる。流速分布から求めた U_{ap}/U_0 の値は約0.07となり、フロート追跡により求めた実測値とほぼ一致する値を示している。

しかしながら、この接近流速を連行速度とみなすことは密度差を有する水平噴流に対しては問題が多い。すなわち、放流水は強い密度勾配のために表層を滑るように拡がるし、また連行される周囲水は重い流体であり水平方向境界面では鉛直下方に巻きこむように流動することが予想される。また、境界近傍は3で示したように間けつ性の強い乱れ領域であり大きな渦が観測されている。したがって、連行粒子はこの渦の作用により境界付近では停滞し、時には回転して吸いこまれるように噴流内に混入され、連行速度は接近流速とは必ずしも等しくなく、むしろ小さな値をとると考えるのが妥当であろう。計算に用いた拡散幅の拡がり ϵ は流速 U_0 が半減する位置 Y_b で定義した。図-4に示す Y_b の噴流軸方向の変化から ϵ が求まり、形成・確立各領域でその値は各々0.055～0.083、0.128～0.464となり密度差のない場合よりも大きい。また、 b で定義した値の約1/3である。

図-4から明らかなように、拡散幅の増加割合はレイノルズ数 R_i が小さい程大きく、また同一の R_i 数に対しては内部フルード数 F_i が大きい程拡散幅の増加が小さい。このことは図-2の流速の相対乱れ強さの変化からも類推できるが、下層からの連行加入が少ない場合には放流水は滑るように水表面に拡がることを示している。

図-5は噴流軸方向の表層流量の変化を示したものであり、実測した流速分布を積分して流量を求めた。表層水深としてはリチャードソン数が急変する水深を採用している。形成領域と確立領域とではその変化率は異なるが $x/B_0 \leq 20$ の計測範囲内では一様に増大する傾向にあり、内部フルード数の影響が認められる

連行係数 α_y, α_z を用いて各断面での連行加入量を算出し、図-5の実測値と比較したのが図-6である。リチャードソン数は式(3)の定義にしたがって、水表面の流速 U_0 、密度差 $\Delta\rho_s$ を用いて計算した。同図より拡散幅の拡がり ϵ を上述の範囲に選ぶ限りは実測値とよく一致しており、連行係数の概念の妥当性が証明される。

つぎに、水平方向の連行量 Q_y と鉛直方向の連行量 Q_z との比は次式から簡単に計算できる。

$$Q_z/Q_y = b_c \cdot \omega_e / 2 \cdot h_c \cdot \nu_e = b_c \cdot \exp(-8.17 R_i) / 2 \cdot h_c \tag{5}$$

この結果を示したのが表-2であり、流下とともに下層界面からの連行量が増大する傾向にあり、 $x/B_0=20$

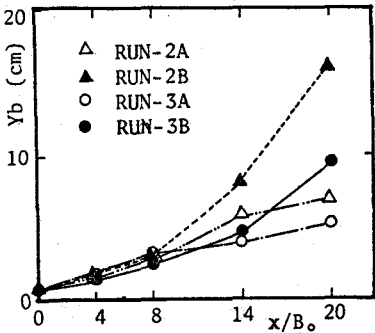


図-4 拡散幅 Y_b の噴流軸方向変化

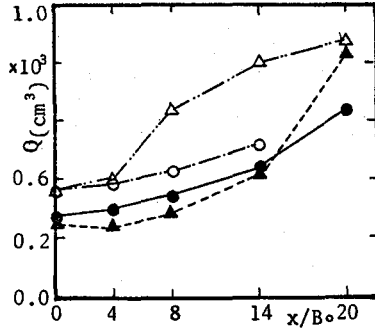


図-5 流量 Q の噴流軸方向変化

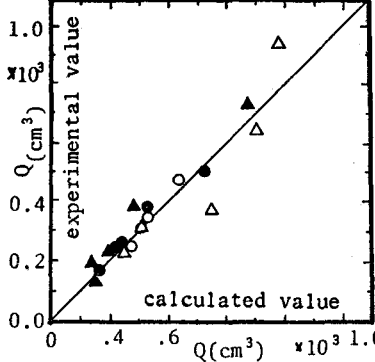


図-6 実測値と計算値との比較

X/B	4	8	14	20
RUN-3	1.13	3.27	10.75	13.16
RUN-4	0.91	1.49	5.68	5.24
RUN-5	0.55	1.40	2.87	4.24
RUN-6	0.72	1.52	2.09	*

表-2 Q_z/Q_y の噴流軸方向変化

近傍においてはその比がほぼ5倍近くになる。これは無次元表示は異なるが $x/h_0 = 10 \sim 20$ 沖合では下層からの連行加入が生じないという和田・片野⁶⁾の二次元実験結果と異なるものである。この相違の原因は、三次元噴流においては密度勾配のために水平方向の拡がりが生じ表層水深の変化が小さく、その結果内部フルード数が流下とともに緩慢に減少するのに対し、二次元実験では横方向の拡がりが抑制されるために下層からの連行量が表層水深の増大を促がし内部フルード数が急増大するためであろう。 $x/B_0 = 20$ の実験範囲は図-1, 2の噴流軸上の水理特性に示されるように乱れによる下層連行作用が最大となる距離にあり、以後流下にともない下層連行が減少し表層水深がより小さくなるにつれ表層の相対速度が増大することとなり、下層連行加入とは異なった形態の混合へと移行していくと予想される。

5. 下層境界面におけるスペクトル特性

淡塩二相境界面における乱れ特性については玉井・西村⁷⁾により1.0整理されるように数多くの実験成果があるが、いずれも速度乱れ $u'R$ あるいは濃度乱れ c' のどちらか一方の測定であり同時測定してそれらの乗積率 $u'c'$ の相関を扱った例は乏しい。水質混合は界面の不安定性に原因する乱流運動により濃度にも変動が生じて、両者の相互作用により水質の乱流拡散が生じる現象であり、 $u'c'$ の挙動を定性・定量的に評価する必要がある。今回の測定においては低周波領域での浮力効果による輸送に主眼を置いて測定時間を約5分間とし、界面での流速の方向性を除くためにホットワイヤー流速計を用いて計測した。

図-7は流速変動と濃度変動との間の相互相関関数の一例を示したものであり、ずらし時間0の場合の相関は常に負となり水質混合は u' と c' の符号が異なった水塊とで生じていることを示している。また、最大相関値0.36はずらし時間0.24秒で生じ、以後急激に0に減少する。このことから、濃度変動は流速の乱れに誘因される緩慢な乱れであることがわかる。

図-8は乱れの周波数特性を明らかにするために自己相関関数からパワースペクトルを、相互相関関数からクロススペクトルを求め、乱れの形成・遷移・確立各領域でのスペクトル特性を示したものである。流速変動のスペクトル $P_u(f)$ は形成領域と確立領域とでは著しく異なった特性を示している。すなわち、乱れの形成領域では種類の周波数成分を有しているが、流下にとまって低周波領域では界面からの連行加入および若干の浮力効果によるエネルギー増加が、また高周波数領域では短周期成分の発達が見られる。特に $x/B_0 = 20$ の確立領域ではコルモゴロフのいう慣性中間領域の $-5/3$ 乗則が成立し、その下限 κ_b は約 0.4 Hz となる。しかし、 $\kappa \ll \kappa_b$ の浮力効果が生じる領域ではエネルギー勾配は平坦となり、 -3 乗則はみられない。

他方、濃度変動のスペクトル $P_c(f)$ のスペクトルは流程にかかわらず高周波側では $-5/3$ 乗則を近似的に満たしている。特に、確立領域では約 0.3 Hz においてピーク

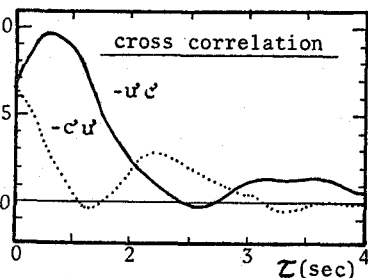


図-7 相互相関関数

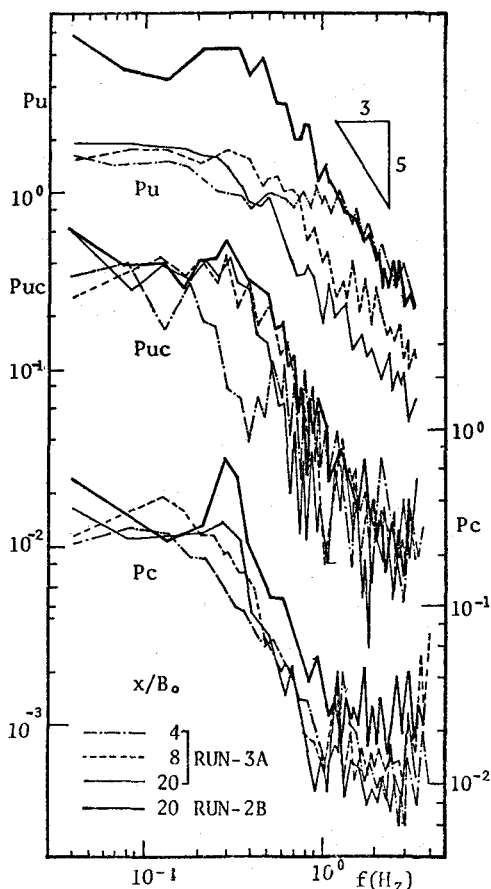


図-8 スペクトル特性

周波数を呈し、それより高周波側では -3 乗則の中間領域($0.3 \leq 0.8$
 $f \leq 0.8$)と $-5/3$ 乗則の高周波領域($0.8 \leq f \leq \kappa_0$)に分かれるよ
 うであり、浮力効果を受ける上限の波数 κ_0 は流速のそれより大き
 くなる。このことは密度勾配の影響を受ける水質濃度の渦は流速の
 渦よりも小さくなることを示している。高周波側にみられる強い振
 動は計測時の雑音の影響であり、 $f \geq 1.5$ の範囲の濃度に関するデ
 ータの信頼性は乏しい。

つぎに、 $u'v'$ のクロススペクトル $P_{uc}(f)$ 特性について検討する。乱
 れの形成領域でのデータを除いてその傾きは $-5/3 \sim -3$ の間にあり
 全体として流速 u' のパワースペクトルよりも大きな傾きを示している。 0.2
 周波数別の相互相関性を把握するために、コヒーレンス γ^2 および
 位相差 θ を計算した。 P_{uc} の実数部・虚数部をそれぞれ C 、 Q とす
 ると $\gamma^2(f)$ 、 $\theta(f)$ は次式で与えられ、 $\gamma^2(f)$ は流速変動と濃度変動
 との各周波数成分間の相関関数の2乗に相当する。

$$\gamma^2(f) = \frac{C^2(f) + Q^2(f)}{P_u(f) \cdot P_c(f)}, \quad \theta(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q(f)}{C(f)} \right\} \quad (6)$$

図-9a,bに図-8のクロススペクトルに対応する γ^2 、 θ の特性
 を示した。乱れの形成領域($x/B_0 = 10$)においてはコヒーレンスの
 値は 0.2 以下でありほぼ無相関に近いと考えてよいが、確立領域
 に移行するにつれ界面でのコヒーレンスの値は増大する傾向にあり
 0.5 以上の高い値を示す。周波数特性から考えると、 $x/B_0 = 20$ に
 おいては f が約 0.6 より小さい低周波領域では γ^2 は 0.6 近くの高い
 相関度を示しており、乱流拡散による水質混合はこの領域で生じて
 いることを示している。図-9bよりこの領域での位相差をみた場合濃度変動は流速変動より一様に遅れて生
 じており、前述の図-7の相互相関関数の計測結果とよく一致している。 0.6 Hz よりも高周波側においては
 位相差は急変動するが、このことは各周波数成分の乱れの伝播がランダムであり、粘性の影響の及ぶ高周波
 領域では濃度と流速は無相関に変動していることを示唆する。

6. あとがき

密度差のある三次元水平密度噴流の混合過程を解明するために、濃度・流速の変動量成分を同時測定する
 水理実験を行ない変動量特性を明らかにした。界面における乱流拡散 $u'v'$ の微細構造の論議は乱れ計測の困
 難さもあり未解決の問題点が多いが、界面での混合機構の解明には浮力中間領域における濃度変動と流速変
 動との相関を定量的に把握する必要があると考えられる。また、平均量の特性に関しては拡散幅との評価に
 あいまいさは残るが、連行係数の概念の導入は工学的に妥当な結果を与えると結論づけられる。

最後に、本研究の遂行にあたり適切な教示を頂いた本学の室田明教授、榎木亨教授に心から謝意を表する。

参考文献

- (1) Dornhelm, Nouel and Wiegel; PO1, ASCE, June, 1972
- (2) 榎木・村岡・中辻; 第30回土木学会年次講演会, 1975年10月
- (3) 林・有田; 第19回水理講演会, 1975年2月
- (4) Stolzenbach and Harleman; MIT Report No. 135, Feb., 1971
- (5) Ellison and Turner; J. of Fluid Mech., Vol. 6, 1959
- (6) 和田・片野; 第15回海岸工学講演会, 1968年11月
- (7) 玉井・西村; 第17回水理講演会, 1973年2月

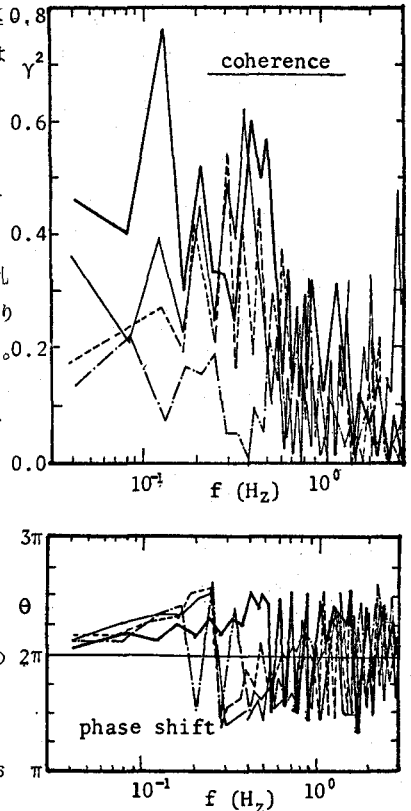


図-9 クロススペクトルの特性