

瀬戸内海における水粒子運動の数値シミュレーション

(財)電力中央研究所 正会員 和田 明
同 上 正会員 ○角湯正剛

1. はじめに

内海における時間スケールの短い問題は、それを支配する主要な成因である平均流速、すなわち潮流速の再現が重要な問題である。この問題に注目し、筆者らはこれまで内海の流況および分散特性を把握し、これをもとに内海の流況シミュレーションを行なってきた。²⁾そのシミュレーション結果については既に報告した。潮位についてはまだ若干の問題を残しているが、流況についてはほぼ現地ものを再現している。

本研究は、これらの潮流速のシミュレーション結果を用い、内海の6海域に粒子を投入した時の粒子の平均的な運動の追跡と、モンテカルロ法により乱れを発生させた時の各海域における粒子群の運動の数値実験を行なった結果について述べたものである。

2. 瀬戸内海における流速変動の統計的特性

筆者らはすでに内海における流況と分散特性についての統計的な特性についての報告を行なっている。その結果は、内海はほとんど全ての海域で半日周潮流 (M_2 潮流) が卓越し、その振幅は、湾や広い灘で $10\sim 30\text{ cm/sec}$ 、幅の狭い海峡部で 1 m/sec 以上であった。また、内海の拡散係数は、12時間以下の時間スケールに対しては、湾や灘で $10^5\text{ cm}^2/\text{sec}$ 、幅の狭い海峡部で $10^6\text{ cm}^2/\text{sec}$ のオーダーでほぼ等方性の値であった。

内海に投入された粒子は、平均的には M_2 潮流で輸送されるが、海域に存在する乱れ成分により平均値の回りに拡散される。この拡散の程度は、各海域の乱れの強さ、integral time scale に依存するであろう。そこで、内海におけるこれらの特性について検討する。

内海における周潮流成分以外のランダムな乱れ成分は、それを発生させる成因にさまざまな因子を考えることができるであろうが、本文ではこれを周潮流成分自身、特に半日周潮流成分により発生させられると考える。観測された内海の潮流速成分 $U(t)$ を次式とする。

$$U(t) = U_0 + U_a \cos \sigma t + U' \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 U_0 : 恒流速、 U_a : 半日周潮流の潮流振幅、 U' : 周潮流成分以外の乱れ成分。

式(1)の両辺の分散を考えると次式となる。

$$\sigma_{\dot{U}}^2 = \sigma_{\dot{U}_a}^2 + \sigma_{\dot{U}'}^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

すなわち、観測された流速変動の分散より半日周潮流の分散を差し引いたものを周潮流成分以外の乱れによる分散と考える。内海において観測された流速変動について、この周潮流成分以外の乱れによる分散と、潮流振幅との関係を調べた。図-1、2にそれぞれ M_2 潮流の潮流楕円の長軸方向 (x 方向) と短軸方向 (y 方向) の乱れ成分と潮流振幅の関係を示す。 x 方向の乱れ成分については、潮流振幅に関係なく、ほ

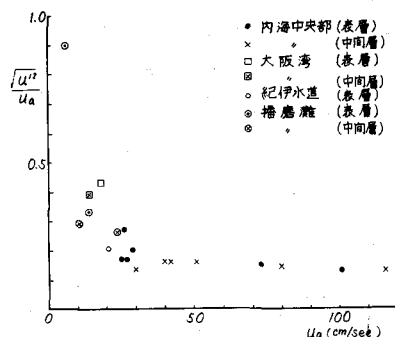


図-1 変動速度と潮流振幅の関係 (流れの主流方向)

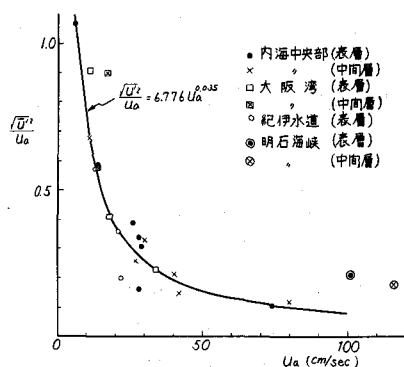


図-2 変動速度と潮流振幅の関係 (流れの主流と直角方向)

$\sqrt{v'^2}/U_a$ は一定で、大阪湾、播磨灘を除いて 0.15~0.2 である。大阪湾、播磨灘については、他地点と比較して大きな値となっているが、これは観測時期が夏季であり、これらの海域では顕著な水温躍層が認められそのために乱れ成分が大きくなったものと考えられる。y 方向の乱れ成分については、図-2 に示す通り潮流振幅の増大とともに双曲線関数的に減少する傾向を示す。この曲線は、明石海峡を除いてほぼ次の関数形を満足している。

$$\sqrt{v'^2}/U_a = 6.776 U_a^{0.035} \quad (U_a \text{ (cm/sec)}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

明石海峡については、流向の変化が著しいため y 方向の分散が大きくなったものである。
 つぎに自己相関曲線について考える。内海において観測された流速変動による自己相関曲線は、12 時間

周期で振動する形状となるが、この流速変動より周期成分を除去した成分の自己相関曲線形状は、遅れ時間の増大とともに指数関数的に減少する曲線形状となる。また integral time scale はほぼ 1~2 時間程度である。これらの観測記録は、測定間隔が 20 分であり、これらの特性は 20 分間の平均化された流速変動によるものである。この特性が、測定の時間間隔を短くした場合にまで拡張が可能であるかを調べるために、内海の一点に 2 台の流速計を取り付け、それぞれ時間間隔を 10 分と 1 分にして同時に測定を行なった。測定期間は前者（ケース 1）は 10 日間であり、後者

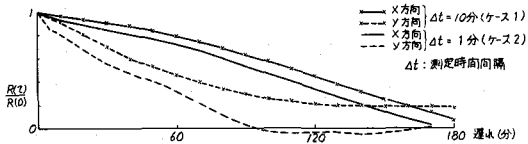


図-3 原データによる自己相関曲線

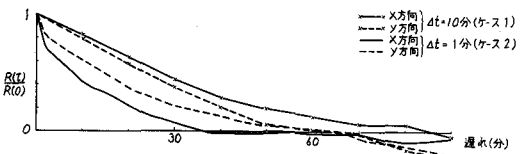


図-4 周期成分を除去した流速変動の自己相関曲線

（ケース 2）はそのうちの 2 日間である。測定器による両者の差異を検討するために、それぞれのデータを調和解析した。その結果、 M_2 潮の潮流振幅は、ケース 1 の場合 12.5 cm/sec，ケース 2 の場合 15.2 cm/sec となった。ケース 2 の観測時期が大潮期であり、両者の観測期間内の潮位振幅の比をとるとこれと一致するので、両者の測定器は等精度を有している。これらの流速成分を M_2 潮の潮流楕円の長軸方向（x-方向）と短軸方向（y-方向）に分割し、それぞれの方向成分について自己相関曲線を求めた。図-3 に原データの流速変動による自己相関曲線を示す。ケース 1 の場合に対し、ケース 2 の相関係数は x，y 方向とも若干小さい傾向を示す。特に y 方向についてその差は著しいが、これは観測期間の差によるもので、観測期間の長いケース 1 の場合はより大きなスケールの乱れにより大きな影響を受けるのに対し、ケース 2 の場合はこれらの影響を受けないために相関係数が小さくなったものである。周期成分除去後の流速変動による自己相関曲線を示した図-4 にそのことが顕著に表われている。しかし、測定間隔が 10 分の場合に比較して 1 分の場合の減少勾配が極端に大となる傾向が表われていないことから、内海における周潮流成分以外の乱れ成分は、時間間隔が 1 分程度まで 10 分の場合と同様の取り扱いが可能である。

3. 乱流シミュレーションの方法

モンテカルロ法を応用して乱流をシミュレートする方法として、乱子理論を適用する方法がある。^{3), 4)} この方法は、乱流場を種々の階級の乱子の運動の和として表わす。各階級の乱子はそれぞれの大きさ、速度、寿命、時間を有するものとする、任意点での乱流速度は次式で表わされる。

$$u(t) = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots + u_\infty \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 u_0 は最大渦、 u_∞ は最小渦に対応する。このとき n 階級の乱子のエネルギー逸散率は $\epsilon \sim u_n^3 / \Lambda_n$ (Λ_n は乱子の大きさ) であり、この量は乱子がこわれてゆく過程で n によらず保存される。それ故、 u_0, Λ_0 を初期値とすると、乱子のスペクトルは $(u_n/u_0)^3 = \Lambda_n/\Lambda_0$ で表わされる。これを波数空間におけるエネルギースペクトラムの形に直すと $F \propto k^{-5/3}$ が得られる。これらの諸性質を利用して乱流をシミ

ュレートするものである。

他の方法としては、乱流速度がマルコフ過程に従うものとして展開する方法がある。⁵⁾すなわち、 $(i+1)$ ステップの流速を次式で表わす。

$$U_{i+1} = \rho U_i + \gamma_i \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 ρ : 定数、 γ_i : 平均 0、標準偏差 σ_r の乱数。

式(4)より自己相関係数を求めると、 U_i と γ_i は独立であるので次式となる。

$$\begin{aligned} R(n\Delta t) &= \overline{U_i \cdot U_{i+n}} / \overline{U_i^2} \\ &= (\rho^n \overline{U_i^2} + \rho^{n-1} \overline{U_i \gamma_{i+1}} + \dots + \rho \overline{U_i \gamma_{i+n-1}}) / \overline{U_i^2} \\ &= \rho^n \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ρ は次式により求められる。

$$\rho = \exp(-\Delta t / T_L) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに

$$T_L = \int_0^\infty R(\tau) d\tau : \text{integral time scale}$$

式(4)の両辺の分散を求めると

$$\begin{aligned} \sigma_u^2 &= \rho^2 \sigma_u^2 + \sigma_r^2 \\ \sigma_r &= \sqrt{1-\rho} \sigma_u \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

この乱流発生方法は、 $\{i-(i+1)\}$ ステップ間の乱れと、 $\{(i+1)-(i+2)\}$ ステップ間の乱れは、相関係数 ρ を二次元正規ガウス分布をするという仮定より出発している。この仮定の妥当性は $\Delta t = 1$ 分程度までは、内海での流速変動の実測結果より認められる。

乱子理論による乱流のシミュレーションについては、日野がすでに詳述しているのでここでは省略し、マルコフ過程による乱流のシミュレーションについての計算結果を示す。

図-5、6 にそれぞれ $T_L = 1$ 時間、22 分の場合の自己相関曲線、パワースペクトラムを示す。この時の計算条件としては、 $\sqrt{U^2} = 1$ 、 $\Delta t = 2$ 分とした。同図に、内海で実測した $T_L = 22$ 分の場合の計算結果を示すが、明らかに計算結果とは良好な一致を示している。これらの結果より、マルコフ過程の応用による乱流のシミュレーション方法の適用の妥当性が認められる。

乱子理論による乱流発生方法と、マルコフ過程の方法によるものとで、同じ個数だけ発生させ、その時の計算時間の比較を行なった。

乱数の発生方法は両者とも同じで

$$r_{i+1} = k r_i \pmod{2^{46}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$Y_i = \sum_{i=1}^{12} Y_i - 6$$

ここに r_i : 一様乱数

r_i : $N(0,1)$ の正規乱数

を用い、計算機は、IBM 370/168 を用いた。

その結果、3600 個の乱れを発生させるのに

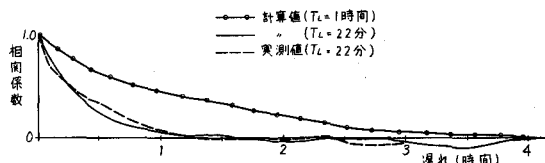


図-5 数値実験による乱流速度の自己相関曲線

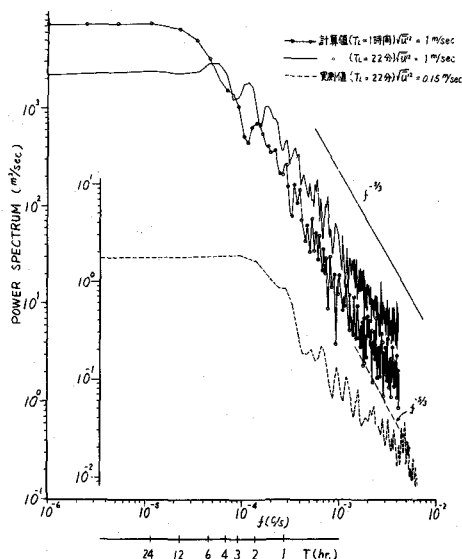


図-6 数値実験による乱流速度のパワースペクトラム

使用したC.P.U.時間は、ランクを6とした乱子理論によるもの場合は、約1.2秒であり、マルコフ過程によるものは約0.6秒であった。多数の乱れを発生させる場合には、後者による方法が経済的に有利である。

4. 瀬戸内海における水粒子運動のシミュレーション結果

瀬戸内海における流況のシミュレーション結果を用い、図-7に示す内海の6海域に粒子を投入し、その粒子の位置を1潮汐時間(=12時間24分)追跡した。各海域における粒子の1時間2分間隔の位置を図-8に示す。

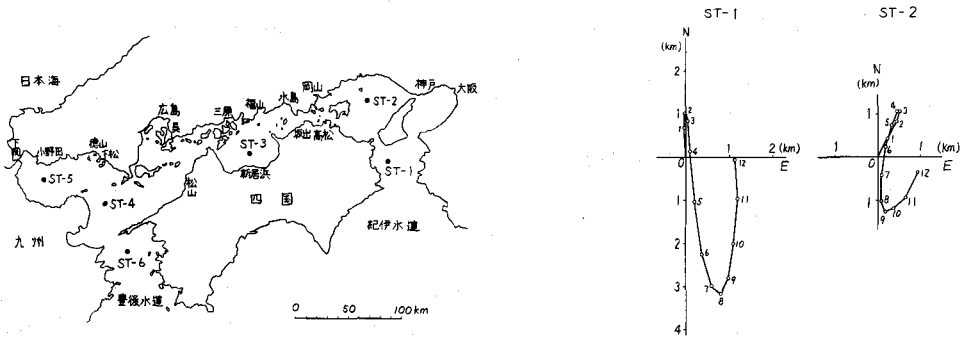


図-7 粒子の投入点

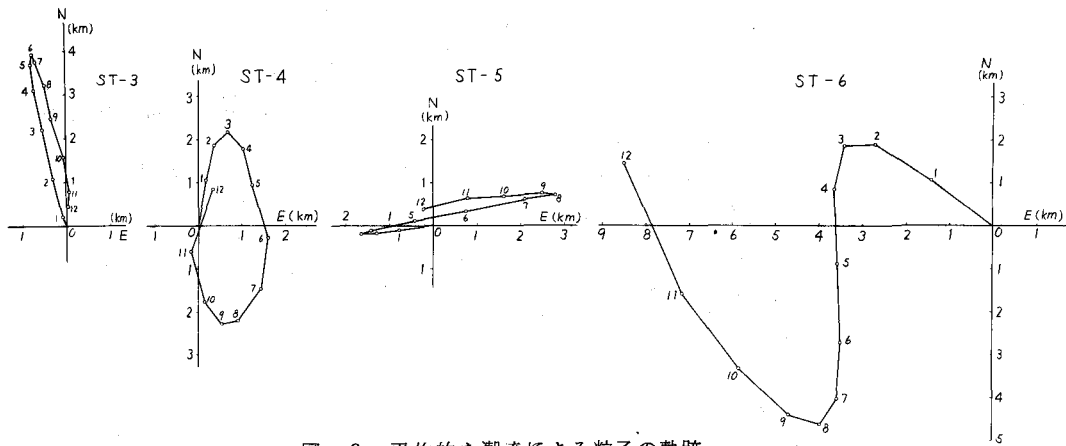


図-8 平均的な潮流による粒子の軌跡

各海域とも残差流が存在しているために、1潮汐時間後に元の位置には戻らないが、豊後水道を除く各海域の水粒子は、ほぼ楕円に近い運動形状を呈している。しかし、豊後水道ではその形状がS字形となり、内海の中央に投入した粒子が時間の経過とともに沿岸に近づく軌跡となっている。この海域における長期間の恒流の実測結果が存在しないため実測との対応性がなく、数値実験上表われたものであるかもしれないが、短期間の実測結果では、水道より九州本土へ向う恒流が観測されており、実現象においても存在するかもしれない。

つぎに上記と同じ海域に粒子を100個瞬間投入し、それぞれの粒子に乱れ成分を与えて、粒子群の拡散のシミュレーションを行なった。粒子の追跡は次式で行なった。

$$x_{i+1} = x_i + \{ u_i(x_i, y_i) + u_i' \} \Delta t \dots\dots\dots (9)$$

$$y_{i+1} = y_i + \{ \bar{v}_i(x_i, y_i) + \bar{v}'_i \} \Delta t$$

ここに, x, y 方向はそれぞれ流れの主流方向とそれに直角方向。 u_i, v_i : 潮流速, u'_i, v'_i : 潮流速以外の変動成分, Δt : 計算の時間間隔。

u'_i, v'_i については, 実測結果より次式を用いた。

$$\sqrt{u_i'^2} = \alpha \times u_a$$

$$\sqrt{v_i'^2} = 6.676 u_a^{0.035} \quad (u_a \text{ (cm/sec)}) \quad (10)$$

ただし, α の値としては, 図-1 より播磨灘では $\alpha = 0.3$ とし, 他の海域では $\alpha = 0.2$ とした。また,

$\sqrt{u_i'^2} < \sqrt{v_i'^2}$ のときは, $\sqrt{u_i'^2} = \sqrt{v_i'^2}$ とした。これは, これまでの内海における実測結果より, 流れの主流方向の乱れより, それに直角方向の乱れの大なる例が少ないためこのような条件をそう入した。

乱れの integral time scale については, これまでの実測結果より, $T_L = 1$ 時間として計算した。

また, 計算時間間隔は 2 分とした。

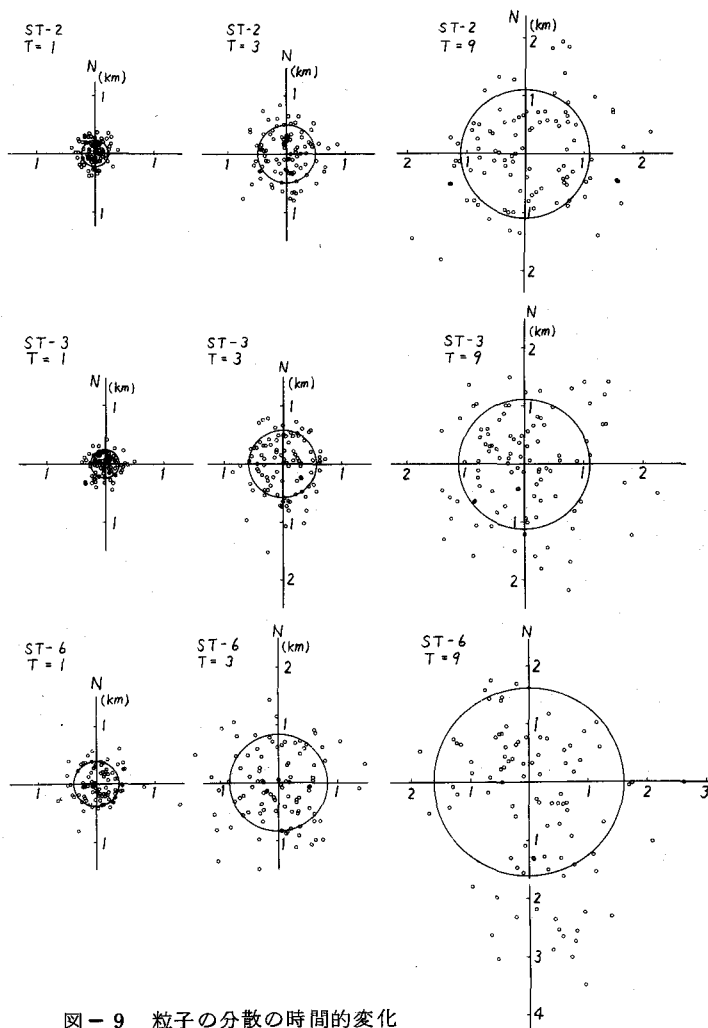


図-9 粒子の分散の時間的变化

ST-2, 3, 6 での粒子の拡がりの時間変化を図-9に示す。図中の円は粒子群の平均位置に対する分散(σ_r)を示している。これらより、潮流振幅の大なる豊後水道では、主流方向に引き伸ばされた形状を示すのに対し、潮流振幅の小さい播磨灘、燐灘では、ほぼ円に近い粒子群の拡散分布を示す。

粒子群の分散は、Taylor (1921) の理論より次式で示される。

$$\sigma_r^2 = 2 \sigma_v^2 \int_0^T \int_0^t R(\xi) d\xi dt \dots\dots\dots (1)$$

式(1)に式(5)を代入すると、次式となる。

$$\sigma_r^2 = 2 \sigma_v^2 \{ T \cdot T_L - T_L^2 [1 - \exp (-T/T_L)] \} \dots\dots\dots (2)$$

すなわち、 $T \gg T_L$ の時 σ_v^2 が一定ならば σ_r^2 は時間の増大とともに線型的に増加する。

内海における粒子群の分散 σ_r^2 と時間の関係を図-10に示す。各海域とも時間の増大とともにほぼ直線的に σ_r^2 は大きくなるが、その勾配は1ではなく、1.3~1.4である。これは潮流速の場所的な不均一性により時間の経過とともに σ_v^2 が大となりその勾配が大となったものである。

5. おわりに

瀬戸内海という具体的な海域を考え、その中に投入した粒子がどのような運動を行なうのかを考察した。水粒子の運動はラグランジ系の運動であり、ラグランジ系の乱れの強さ、自己相関関数を用いてその運動を追跡しなければならない。筆者らは、これまで内海で実施された流速変動の統計解析を行ってきたが、これらのデータは全てオイラー系のものであり、その解析結果をそのまま適用する事は問題がある。今後は海域におけるオイラー、ラグランジ系間の相似性についての検討を行なう予定である。

参考文献

- 1) 和田明, 角湯正剛: 瀬戸内海における流況と分散特性, 第21回海岸工学講演会論文集, 1974
- 2) 和田明, 角湯正剛: 瀬戸内海における流況の数値シミュレーション, 第22回海岸工学論文集, 1975
- 3) Hino, M; Disital computer simulation of turbulent phenomena, Trans. of JSCE, No. 123, Nov, 1965
- 4) 和田明, 荒木洋: 冷却水取水に伴う水粒子運動のシミュレーション, 第30回年次学術講演会, 1975,
- 5) Hall C.D.: The simulation of particle motion in the atomosphere by a numerical random walk model, Quart. J.R.Met. Soc., 101, 1975

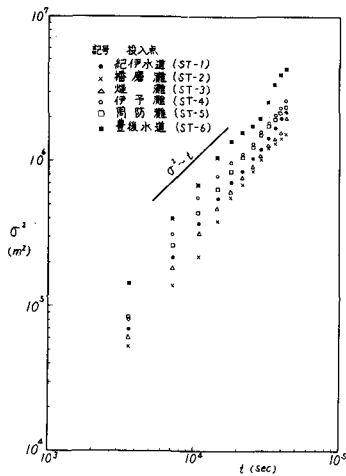


図-10 粒子群と時間との関係