

## 1. 緒言

微細な粒子を多量に含んだ濁水の流下過程において、貯水池の果たす役割は非常に複雑であり、濁水の長期滞留による利水機能の劣化、下流河川の濁水長期化、生態系に与える影響および堆砂に伴う貯水池機能障害など多くの困難な問題が生じ、これらに対する対策や現象の機構究明は緊急を要す課題となっている。一般に、濁水長期化の問題は、濁水の貯水池への流入頻度の高い夏期に生じやすく、数年に一回程度の大きな洪水の流入があると、濁水の滞留は半年を越えることもある。夏期の貯水池は受熱期にあり、貯水池水の密度分布は非一様性が強く、一次および二次躍層の影響により、濁度物質の輸送機構は複雑になる。非一様密度場における流れや輸送現象は、流れが密度場を、密度場が流れを、さらに、両者が輸送現象を規定するため、これらを統一的に論ずることは困難であり、今後、研究の大きな進展が必要である。このような現状を踏まえ、本論文においては、貯水池における濁度物質の輸送現象を論ずるための第一歩として、表層の密度一定の領域と、中層の密度が急変する領域および下層の密度一定の領域で模式化できるような密度場における表層流の場合の濁度物質の挙動に関して、若干の実験結果、二次元移流拡散方程式およびその数値解に基づいて考察する。

## 2. 躍層面における渦動拡散係数の鉛直成分

貯水池における密度躍層近傍においては移流流速が極めて小さい。したがって、濁度物質の滞留機構を究明する際、躍層面における鉛直拡散係数を論じることは重要な課題である。ここでは、一次元の体積保存則と密度欠損則および2次元移流拡散方程式を用い、連行係数と拡散係数の鉛直成分との関係について考察する。

まず、一方向へ卓越した流れであるとし、一次元の連行流の体積保存則が適用できるものとする。図-1には2層および連続モデルにおける密度および流速分布が模式的に示してある。同図において、 $\bar{\phantom{x}}$ ：断面平均値、 $\bar{\phantom{x}}$ ：時間平均値、 $\rho$ ：密度、 $h_L$ ：自由表面から境界面までの厚さ。また、以下用いる記号は、 $\Delta\rho = \bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1$ 、 $x$ 、 $z$ および $t$ はそれぞれ主流方向、自由表面（水平面）から鉛直下向および時間座標である。 $u$ および $w$ を流速の $x$ 、 $z$ 成分とし、 $W_e$ を連行速度とすると、 $\bar{w}$ を(1)式のように置くことにより、体積保存則は(2)式のように、密度欠損則は(3)式のように求められる。

$$\bar{w}(h_L) = \frac{\partial h_L}{\partial t} + \bar{u}(h_L) \frac{\partial h_L}{\partial x} - W_e \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial h_L}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u} h_L) = W_e \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} = \frac{\Delta\rho}{h_L} W_e \quad \dots\dots(3)$$

一方、連続モデルにおける密度保存則は移流拡散方程式を用いて、次式のように表わされる。

\* ) ここでは密度こう配の絶対値が最大になる面の意味である。

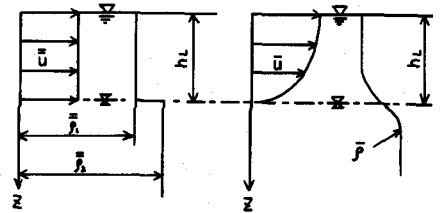


図-1 2層モデルと連続モデル

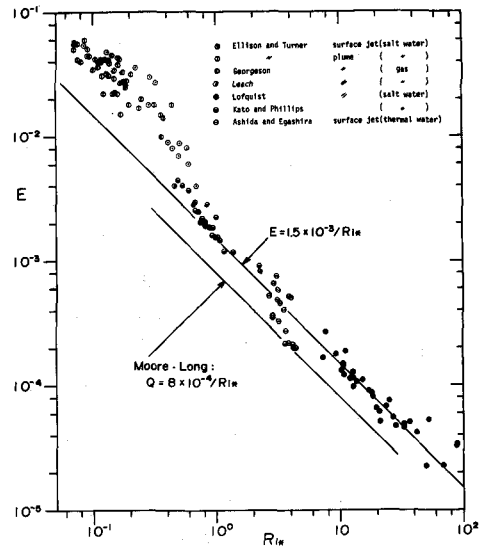


図-2 連行係数と overall Richardson Number

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho} \bar{w}) = \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon_x \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_z \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}) \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\epsilon_x, \epsilon_z$  : 渦動拡散係数の  $x, z$  成分。上式において、 $x$  方向の輸送は移流項が卓越すると仮定し、拡散項を省略し、左辺第1項および第2項について、 $\bar{\rho} = \bar{\rho}_1 + \rho''$ ,  $\bar{u} = \bar{u} + u''$  とおき、 $z$  方向に自由表面から境界面まで積分し、自由表面における熱の出入がないものとする。さらに(5)式の仮定をすると、(6)式が導かれる。

$$|\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_L} \rho'' u'' dz| \ll |\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_L} \bar{\rho}_1 \bar{u} dz| \dots\dots\dots (5)$$

$$\bar{\rho}_1 \{ \frac{\partial h_L}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u} h_L) \} + h_L \{ \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} \}$$

$$- \bar{\rho}(h_L) \{ \frac{\partial h_L}{\partial x} + \bar{u}(h_L) \frac{\partial h_L}{\partial x} - \bar{w}(h_L) \} = \epsilon_z(h_L) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \Big|_{z=h_L} \dots\dots\dots (6)$$

上式に、(1), (2), (3) 式を代入し、 $\bar{\rho}(h_L) = (\bar{\rho}_1 + \bar{\rho}_2)/2$  とおいて整理すると、境界面における拡散係数の  $z$  成分が、連行速度、 $\Delta \rho$  および境界面の密度こう配によって、次式のように表わされる。

$$\epsilon_z = We \cdot \Delta \rho / (\partial \bar{\rho} / \partial z) / 2 \dots\dots\dots (7)$$

上式において、連行速度は連行係数  $E$  を用いて、 $We = E \bar{u}$  と表わされる。 $E$  に関する研究は、海洋学、流体力学および水理学の分野において、従来多くの研究成果が報告されている。これらの文献によると、レイノルズ数が  $10^3$  より大きい領域において、 $E$  は overall Richardson Number ( $Ri^*$ ) のみによって規定されることが認められている。

図-2には、著者<sup>6)</sup>の実験値も含め、流体の特性および実験条件の異なる多くの研究者の実験値が示されている。それぞれの実験値は  $E \propto Ri^{*-1}$  の関係にあることが示されているが、Moore・Long<sup>4)</sup>のものは上下層とも乱流状態であり、また、Ellison・Turner<sup>1)</sup>のものは、定常状態であるにもかかわらず、実験水路が小さいので精度上の問題がある可能性もある。したがって、これらの実験値を除くと、 $E$  と  $Ri^*$  との間には、広い領域にわたって次式のような関係がある。

$$E = K / Ri^*, (K = 1.5 \times 10^{-8}, Ri^* = \Delta \rho g h_L / \bar{\rho} \bar{u}^2) \dots\dots\dots (8)$$

上式を用いて、(7)式を表現すると、(9)式ようになる。

$$\epsilon_z = \frac{\Delta \rho / 2}{\partial \bar{\rho} / \partial z} E \bar{u} = \frac{\Delta \rho / 2}{\partial \bar{\rho} / \partial z} \frac{K \bar{u}}{Ri^*} \dots\dots\dots (9)$$

上式は、流れによる密度分布の変化がないとする。流速の増加および  $Ri^*$  の減少に伴ない拡散係数が増大することを示している。

図-3には、gradient Richardson Number と輸送係数比 ( $\eta$ : 渦動粘性係数) との関係を示す Ellison<sup>6)</sup>の理論と Ellison・Turner<sup>7)</sup>の実験値、および前述の理論を検討するため、Lofquist<sup>2)</sup>の実験値に本理論を適用して求めた値が示されている。同図から推察されるように、Ellisonの理論曲線や Ellison・Turner の実験値とはほぼ同様の傾向を示しており、(7)および(9)式で表わされる渦動拡散係数の推定式は、ほぼ妥当なものであろう。

### 3. 濁度物質の貯留と拡散機構

#### 3. 1 実験および実験結果の考察

実験用水路の縦断形の略図は図-4に示すもので、水路幅は38.5 cm、底こう配が1/100の片面コンクリート製、一方が鋼製の側壁で、発泡スチロール板で断熱されてある。水流の発生装置は、水路外との水

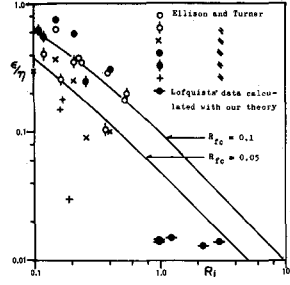


図-8 輸送係数比と gradient Richardson Number

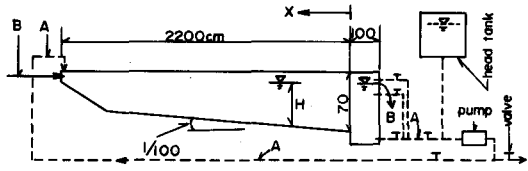


図-4 実験装置

の交換がないクローズドシステム (A) と水路の上流端から給水し、下流端の任意の水位で放流できるオープンシステム (B) の2種があり、目的に応じた実験が可能である。

ここでは、流速分布と濁度分布に関する若干の実験結果について述べる。実験は全てシステム B を用いて行なわれ、使用した濁質材料は、中央粒径  $16 \mu$  (VA-Tube, 分散処理) の微細砂である。水路内の濁度は採水した後、卓上濁度計で、放流水の濁度は採水法と透光式濁度計を併用して測定し、流速分布は水素気泡法で、水温分布はサーミスタ温度計を用いて測定した。

実験条件は表-1に示すもので、実験6-1~6-5は濁度に関するもので、実験7-1~7-6は流速分布に関するものである。本表において、 $Q$  は流量、 $X_T$ 、 $X_C$ 、 $X_u$  はそれぞれ水温、濁度および流速の測定断面の位置で、 $H$  は水温の測定断面における全水深、 $h_i$  は実験開始後、ある時間が経過した後の自由表面から境界面までの深さ、 $R_{i*}$  は  $h_i$  と密度差および流量から算定される overall Richardson Number である。

図-5には、流速分布と水温分布の実験結果の一部が示されている。図示のごとく、境界面近傍の流速は  $u_i / \bar{u} \neq 0$  ( $u_i$ : 界面流速、 $\bar{u}$ : 境界層外の流速) になっている。無限場においては、 $u_i / \bar{u} \neq 0.6$  と推定されており、本結果は興味深い。流速0の位置を詳しく見ると、流速の増加に伴う shear 効果のため、この位置は界面より下方になる傾向がある。また、流速0点より下方の領域では、小さな逆流が観察された。これは、躍層長を長軸とするような循環流であることが推察される。表層の水温一定の領域では、流速はほぼ一定で、自由表面近傍では若干減少する傾向がある。この原因として、水路幅と水深がほぼ同じオーダーであるため、側壁の影響などが考えられる。本実験のように、水深が大きく、流速の小さい領域での流速分布に関しては不明な点が多く、極めて重要な今後の課題であろう。

図-6は実験6-4のもので、水路上流側  $X=20 \text{ m}$  地点において  $240 \text{ ppm}$  の濁度  $C_i$  を32分間定常的に流入させ、下流端  $X=-1 \text{ m}$  地点の放流濁度および躍層面下方の領域における濁度の時間的変化を調べたものである。同図から、濁度の供給地点に近い  $X=7 \text{ m}$  の濁度が  $X=20 \text{ m}$  のものより早くピーク値に達していることがわかる。この位相のずれは、上流側の方が早い段階に濁度物質の侵入があるためである。鉛直方向の濁度については、境界面に近いほど早くピーク値に達する。この位相のずれは、粒子沈降による移流効果であることが考えられる。流出濁度  $C_{out}$  の特徴は、後述の数値解の考察でも述べるが、濁度の上昇過程と減退過程の形状が非常に異なることである。これは、躍層近傍の流速が小さい領域の影響であることが推察される。初期の段階においては、躍層近傍の濁度の小さい領域と表層の濁水が混合しながら流出し、時間の経過とともに、躍層近傍への濁度物質の拡散・貯留が進み高濃度化し、表層の濁水と混合して流出し、流出濁度は漸増する。一方、減退過程については、矩形で与えられた  $C_i$  が、40~45分の間に、ある拡散幅をもって急激に減少し、それ以後の Tailing は、躍層近傍の高濃度の領域

| Exp. No. | $Q$<br>( $l/sec$ ) | $X_T$<br>(m) | $X_C$<br>(m) | $X_u$<br>(m) | $H$<br>(cm) | $h_i$<br>(cm)   | $R_{i*}$ |
|----------|--------------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-----------------|----------|
| 6-1      | 1.85               | 4.5          | 7.0 2.0      |              | 35.6        | 19.0<br>(41min) | 4.80     |
| 6-2      | 3.15               | "            | " "          |              | 37.2        | 24.1<br>(36 " ) | 4.04     |
| 6-3      | 4.20               | "            | " "          |              | 38.2        | 26.6<br>(30 " ) | 2.81     |
| 6-4      | 1.85               | "            | " "          |              | 35.8        | 19.2<br>(38 " ) | 5.20     |
| 6-5      | 4.10               | 4.5          | 7.0 2.0      |              | 36.2        | 27.1<br>(33 " ) | 3.20     |
| 7-1      | 1.85               | 4.0          |              | 3.3          | 35.6        | 18.0            |          |
| 7-2      | 3.10               | "            |              | "            | 37.0        | 20.0            |          |
| 7-3      | 4.20               | "            |              | "            | 38.2        | 22.6            |          |
| 7-4      | 4.20               | "            |              | "            | 38.2        | 23.8            |          |
| 7-5      | 3.10               | "            |              | "            | 37.0        | 23.4            |          |
| 7-6      | 1.85               | 4.0          |              | 3.3          | 35.5        | 21.9            |          |

表-1 実験条件

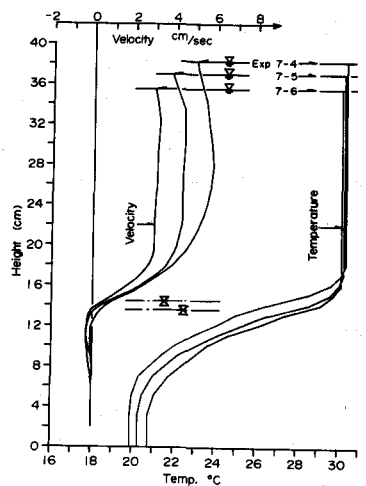


図-5 流速分布

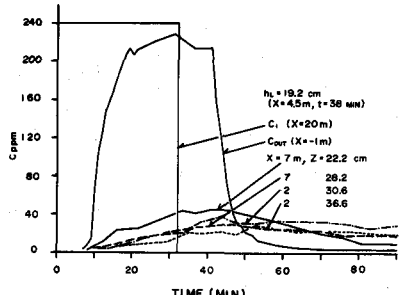


図-6 躍層面下方の貯留過程

\*\*)  $X$  は座標軸の  $x$  と逆向きにとっている。図-4 参照  
-175-

と表層の清水化した領域が混合しながら流出する過程であることが考えられる。

図-7 は実験 6-5 の結果で、 $X=20\text{ m}$  の地点において、28 分間 151 ppm の濁水が流入した場合の、 $X=2\text{ m}$  地点の濁度の鉛直分布および後述の数値解を 151 ppm で規準化したものが示されている。33 分までのものは、表層は高濃度濁水であり、この間、中層および下層への濁度物質の移流・拡散が続き、これらの領域における濁度は漸増する。40 分の分布は、表層の濁度物質が移流・拡散によって流失され、移流速度の小さな領域に高濃度部分が残っているものであり、この時点においてもこれより下方の領域では鉛直方向の移流により濁度は漸増する傾向にある。49 分の分布形は、上述の高濃度の領域も、流下方向の移流などで清浄化し、全領域にわたって清浄化する過程にある。

以上、流速分布および濁度分布に関する実験結果について概括したが、これらの考察から、躍層近傍の濁度物質の挙動と濁水長期化の現象とは密接な関係があることが推察された。

### 3. 2 理論および数値解

本節では、これまでに考察したように、表層の主流域が水温一定であるような単純な密度場における濁度物質の挙動について、取り扱いの簡単な 3 層モデル流の考え方に従い、2 次元移流拡散方程式および実験結果を参考にした若干の数値解に基づいて考察する。すでに、3 層モデルによる取り扱いは、合田・海老瀬<sup>8)</sup>によって提案されているが、第 1 層と第 2 層の界面における条件に疑問点がある。すなわち、両層の鉛直拡散係数が異なることを考えると、界面において濁度分布が不連続になることや、流入濁度物質の総量と流出および貯留濁度物質の総量とが等しくならない欠点がある。ここで考察する 3 層モデルは上述のものとは異なり、拡散係数と流速分布を層モデル流に考えるものである。

図-8 は、前述の実験結果と第 2 章の結果を参考にし、流速、鉛直拡散係数、濁度および水温の分布を模式的に示したもので、今まで用いた表層、中層および下層はそれぞれ、第 1、第 2 および第 3 層と改められている。流速は境界面において 0 で、第 1 と第 2 層の界面まで直線的に増加し、第 1 層では一定値で近似する。拡散係数の鉛直成分は、第 1 層 ( $\epsilon_{z1}$ )、第 2 層 ( $\epsilon_{z2}$ ) において一定値で近似し、第 3 層においては分子拡散の影響を無視し、自由沈降領域と考える。

さて、全ての諸水理量が  $x$  方向に変化しないとすると、粒子沈降を考慮した 2 次元移流拡散方程式は、つぎのように表わされる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u(z) \frac{\partial C}{\partial z} + \{w(z) + \omega_0(z)\} \frac{\partial C}{\partial z} = \epsilon_x(z) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \epsilon_z(z) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (10)$$

ここに、 $C$  は濁度、 $\omega_0$  は粒子沈降速度で、他の記号は 2 章と同じ。上式において、流速の鉛直成分を 0 と置かないで、 $z$  の関数と考えているのはつぎの理由による。本種の実験や平常時の現地貯水池の自由表面は水平面で近似できるが、境界面は測定可能な程度のこう配がある。熱境界層などの問題もあるが、 $\partial h_s / \partial x \neq \partial h_1 / \partial x$  と考え、連行による界面低下を無視すると、 $w(h_1) = u(h_1) \partial h_1 / \partial x$  であり、濁水問題に関与する濁質粒子径は数ミクロン程度であるため、境界面近傍においては  $w$  を単純に省略することはできない。したがって、以後、 $w(z) + \omega_0(z)$  を見かけ上の沈降速度  $\omega_0(z)$  としておく。

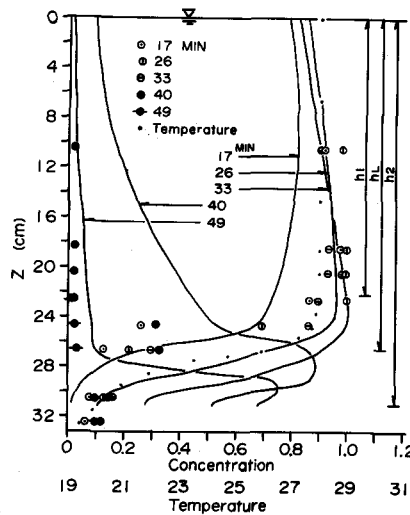


図-7 濁度分布の時間的变化

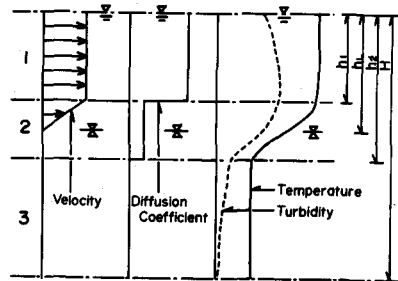


図-8 3層モデル

さて、著者らは先に、(10)式を半無限場の問題で議論することを提案したが、ここでも同様の扱いをする。したがって、上式を解くには4個(数値解析上は5個)の条件式が必要である。境界面と河床面の交点を $x=0$ 、下流端を $x=L$ 、 $F_1$ 、 $F_2$ を任意の水理関数とすれば、これらの条件式として、つぎのようなものが考えられる。

初期条件：

$$c|_{t=0} = F_1(x, z) \quad (11)$$

境界条件：

$$c|_{x=0} = F_2(z, t), \quad (0 \leq z \leq z_1) \quad (12)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}|_{x=0} = F_2'(z, t), \quad (z_1 \leq z \leq H) \quad (12')$$

$$\varepsilon_{z1} \frac{\partial c}{\partial z}|_{z=0} - \omega_0 c|_{z=0} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial c}{\partial z}|_{z=h_2} = 0 \quad (14)$$

(12)'式は、 $x$ 方向に見かけ上濁度物質の出入がない条件で、(14)式は、第2層と第3層の界面において、自由沈降の条件を与えたもので、実験的な考察に基づくものである。(13)式は合田・海老瀬の条件と同じ。

拡散係数の $z$ 成分については不明点も多いが、第2層のそれはほぼ第2章の理論が適用できると考え、(9)式で推定する。また、第1層においては、対数型流速分布からの類推により、オーダ的には(15)式で推定されるものとする。

$$\varepsilon_{z1} = \frac{1}{15\sqrt{2}} \sqrt{\frac{f_i}{2}} = \bar{u} h_i \quad (15)$$

ここに、 $f_i$ は境界面における抵抗係数、 $\bar{u} h_i = \int_{z_1}^{h_i} u dz$ 。また、拡散係数の $x$ 成分の推定も重要であるが、以下の考察において、 $x$ 方向の拡散項の影響を除外して議論することに留意し、ここでは、数値計算を容易に行なうための制約条件から決められるものを用いることにしておく。

数値計算は、 $t$ 、 $x$ および $z$ のきざみ幅を、 $\Delta t$

$\Delta x$  および  $\Delta z$  とし、 $\varepsilon_{z1} \Delta t / (\Delta x)^2 + \varepsilon_{z2} \Delta t / (\Delta z)^2$

$\leq 1/2$ 、かつ、 $u^2 \cdot \Delta t \leq 2\varepsilon_{z1}$ 、 $\omega_0^2 \cdot \Delta t \leq 2\varepsilon_{z2}$  の条件下において前進差分法で行なった。また半無限場の問題を有限場で計算するに当たり、(11)～(14)式の条件以外に、 $x=2L$  地点の前後において、濁度こう配が等しいという条件を用いた。さらに、以下述べる数値計算に用いた $F_1$ 、 $F_2$ 、および $F_2'$ は、つぎのようなものである。(11)式において、 $F_1=0$ ；(12)式において、 $F_2=c_i(0 \leq z \leq h_1, 0 \leq t \leq t_1)$ 、 $F_2=0(0 \leq z \leq h_1, t_1 < t)$ 、 $F_2'=0(h_1 < z \leq h_2)$ である。(15)式の $f_i$ に、岩崎の式を用いて算定される $\varepsilon_{z1}$ および(9)式から算定される $\varepsilon_{z2}$ 、さらに仮定して用いた $\varepsilon_{x1}$ 、 $\varepsilon_{x2}$ はそれぞれつぎのようなものである。EXP. 6-4： $\varepsilon_{z1}=0.37$ 、 $\varepsilon_{x1}=8.0$ 、 $\varepsilon_{z2}=0.0011$ 、 $\varepsilon_{x2}=8.0 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ；EXP. 6-5： $\varepsilon_{z1}=0.50$ 、 $\varepsilon_{x1}=2.00$ 、 $\varepsilon_{z2}=0.0028$ 、 $\varepsilon_{x2}=12.0$ である。他の必要な水理条件は表-1に示すもの以外に実験結果を参考にして決定した。

図-7には、このようにして行なった計算結果も示されている。全般的な傾向は実験値と対応しているが、 $t=17, 26, 33$ 分の結果は、第1層において実験値よりも小さく、第2層においては実験値よりも

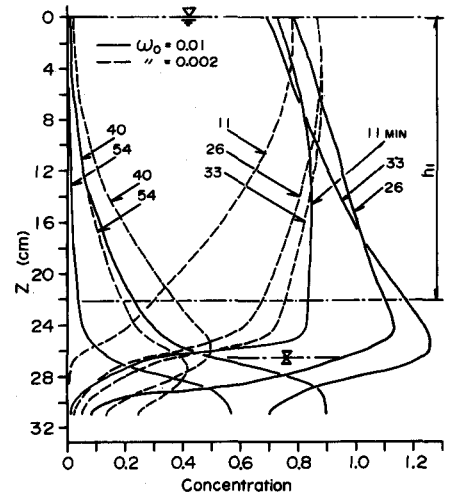


図-9 濁水長期化に及ぼす沈降速度の影響

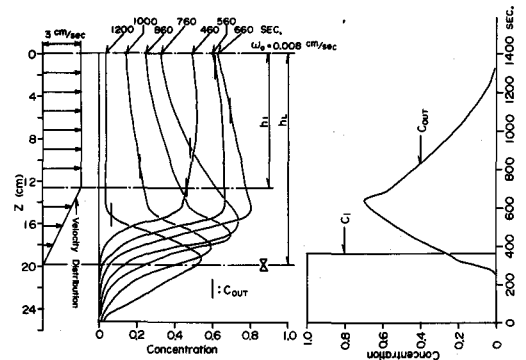


図-10 濁水長期化に及ぼす移流項の効果

大きい濁度を与えている。計算値において、第1層の濁度の通減速度が小さいことは、 $\varepsilon_{x1}$ として大き過ぎる値を用いていることや、 $\omega_0$ を小さく、 $\varepsilon_{x1}$ を大きく推定していることなどが考えられる。また、第2層において計算濁度が大きいのは、 $\omega_0$ を大きく推定していることに相当している。したがって、 $\varepsilon_{x1}$ として $\varepsilon_{x2}$ と同じオーダーのものを用い、前述したように $w$ の分布を第1層と第2層に考慮することにより、見かけ上の $\omega_0$ を適当に推定することができれば、さらに適合性はよくなると考えられる。

図-9には、実験6-5の条件を用い、任意断面における濁度分布に関する沈降速度の影響を調べたものが示されている。 $\omega_0$ が大きいと、濁度ピークの $z$ 方向への移流速度が大きく、放流濁度の通減も速やかである。一方、 $\omega_0$ が小さいと、濁度のピークの領域が、 $x$ 方向の移流域( $0 \leq z \leq h_L$ )に長時間にわたって存在し、躍層近傍の小さな移流速度や鉛直拡散によって濁水長期化が生じやすい。

図-10は、濁水長期化に及ぼす移流の影響を詳しく考察したもので、実験6-4の条件を用い、上流端からの濁水の流入時間を $t_1 = 360$ 秒として計算された任意断面の濁度分布の時間的变化と、その断面における流下濁度 $c_{out}$  ( $\bar{u} h_L c_{out} = \int_0^{h_L} u(z) c(z) dz$ )を示したものである。同図から、躍層近傍の $x$ 方向の移流流速の小さな領域( $h_1 \leq z \leq h_L$ )の存在は、流出濁度の通減過程において、濁度の通減を抑制する働きがあることが推察される。

#### 4. 結論および今後の問題

前述したような簡単な密度場における躍層面における鉛直拡散係数の推定式が導かれた。本式は、まだ多くの問題を含んでいるが、オーダーの推定には有効であろう。また、本式や、実験的考察に基づき、簡単なモデルによる濁度物質の挙動を論じ、ほぼ妥当な結果が得られた。

我が国の夏期貯水池の濁水現象の解析には、本モデルは直接的には適用できないが、第1層の自由表面近傍に一次躍層に相当する条件を導入し、流速分布に対して考察を加えれば、かなりの精度で適用できるであろう。しかしながら、縦拡散係数の分布、流速分布、躍層の厚さなど今後究明すべき問題は多い。また、実際の貯水池においては前述したように一次躍層の問題等、複雑な密度場が形成され、それに伴ない流れも複雑であり、今後、現象の把握に努めなければならない。

最後に、本研究は一部、昭和49、50年度の文部省科学研究費の補助(代表 足立昭平 名大教授)を受けたことを記し、関係各位に謝意を表すとともに、数値計算等でお世話いただいた京都大学防災研究所、岡太郎助教授ならびに、実験・資料整理などでお世話いただいた、吉田義則技官、本学学生、古谷建君に対して深謝します。

#### 参考文献

- 1) Ellison, T. H. and J. S. Turner: Turbulent entrainment in stratified flows, J. of Fluids Mech. Vol. 6, 1959, pp. 423 ~ 448
- 2) Lofquist, K.: Flow and Stress Near an Interface between Stratified Liquids, The Physics Of Fluids, Vol. 3, No. 2, Mar.-Apr., 1960, pp. 158 ~ 175.
- 3) Kato, H. and O. M. Phillips: On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid Mech. Vol. 37, part 4, 1969, pp. 643 ~ 655
- 4) Moore, M. T. and R. R. Long: An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow, J. Fluid Mech. Vol. 49, part 4, 1971, pp. 635 ~ 655.
- 5) 芦田・江頭: 密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(1), 京大防災年報18号B, 1975. 4, PP495~512
- 6) Turner, J. S.: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge University Press, 1973, chapter 5.
- 7) Ellison, T. H. and J. S. Turner: Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow, J. Fluid Mech. Vol. 8, 1960, pp. 529 ~ 544.
- 8) 合田・海老瀬: 貯水池水の流動と水質との関係について, 第18回水理講演会講演集, 1974, pp193~198
- 9) 水理公式集, 昭和46年改訂版, 土木学会編, 第7編7章