

開水路流れの縦分散に関する考察

京都大学防災研究所 正員 村本嘉雄

京都大学防災研究所 正員 ○道上正規

日本水道コンサルタント 正員 中川芳一

1. まえがき

河道に投入された染料や浮遊物質は、乱流の混合によって拡散するとともに、鉛直および横断方向の流速分布が存在しているため、流速差に基づいた伸張効果を受ける。このような物質の拡がりを追跡していくにあたっては、原理的には物質の保存式に忠実に従って解析を進めればよいわけであるが、各流速成分や乱流拡散係数の分布を導入して多次元で解析していくことは非常に困難であるので、物質の目視的な拡がりを表すのに平均操作を行った1次元解析法がよく用いられる。

前述したように、流れには流速分布が存在しているので、ある部分の物質は平均流速より速く、ある部分の物質は平均流速よりおそく流れる。したがって物質はこのような流速差に基づいて、流れ方向に伸張され、それと同時に乱流混合によって伸張された物質が断面に一様に混合されるものとすれば、見かけ上の拡散は非常に大きくなる。Taylor¹⁾はセン断流れにおいては、移流による拡がりの方が、乱れによる流れ方向の拡散効果よりもはるかに大きいことを示し、このような拡散過程を乱流拡散と区別して、分散と名付けた。彼らは管路流れにおいて、その分散係数を次式のように求めた。

$$D = 1.0 \cdot 1 \alpha u_* \quad \dots \quad (1)$$

ここに、 D ：縦分散係数、 α ：管の半径、 u_* ：摩擦速度である。Taylorの考え方を広幅長方形断面水路に適用して、Elder²⁾は鉛直方向の流速分布の効果を導入して次式を得た。

$$D = 5.9 \cdot 3 h u_* \quad \dots \quad (2)$$

ここに、 h ：水深である。また、2次元の濃度分布式に基づいて、数値計算を行ない、(2)式の右辺の係数として、13.0の値をYotsukura・Fiering³⁾が得ている。

しかしながら、河川で実測された分散係数は、 $D/h u_* = 1 \sim 10^4$ の範囲で変化するようで、分散係数が(2)式に比較して非常に大きく、かつ河川によって非常に相違することが報告された⁴⁾。そこでFisher⁵⁾は主流の横断方向の流速分布が鉛直方向の分布に比較して、はるかに分散に寄与すると考え、Taylorの理論を拡張して、

$$D = -\frac{1}{A} \int_0^B u(z) h(z) d(z) \int_0^z \frac{dz}{\epsilon_z h(z)} \int_0^z \int_0^{h(z)} u'(y) dy dz \quad \dots \quad (3)$$

を得た。ここに、 A ：水路断面積、 B ：水路幅、 $u(z)$ ：平均流速からの横断方向の流速偏差、 $h(z)$ ：水深、 ϵ_z ：横断方向の乱流拡散係数、 y, z ：それぞれ、鉛直および横断方向の座標を示す。さらにtime scaleの考え方から、次の分散係数を提示した。

$$D = 0.3 \cdot 0 \bar{u}'^2 \ell^2 / u_* R \quad \dots \quad (4)$$

ここに、 \bar{u}'^2 ：平均流速からの横断方向の流速偏差の2乗の断面平均、 ℓ ：断面内の最大流速点と最も遠い岸までの距離、 R ：径深である。

(2)式に比較して、(4)式は横断方向のscaleを表す ℓ が導入されているので、実際河川への適合度が高いと考えられる。

以上述べた分散係数を用いると、濃度の1次元解析法の基礎式は、

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad \dots \quad (5)$$

となる。ここに、 \bar{c} ：断面平均濃度、 U ：断面平均流速、 x ：流水方向の座標軸である。これを瞬間面源の条件下で解くと、濃度分布は周知のGauss分布形状になる。

しかし、Nordin・Sabol⁶⁾による実際河川の縦分散に関する資料の解析によれば、Fickian law すなわち、濃度分布が Gauss 分布形になるのは、観測資料の 11%で、他は non-Fickian law だと結論している。このことからも明らかのように、実際河川においては、河道の線形や断面形の不規則性など種々の地形的な影響を受けることが予想される。

このような地形性の効果を(5)式に導入して、濃度～時間曲線がGauss分布に比較して立上がり部分で急になり、下降部分で長く尾を引く現象を記述するために、Hays⁷⁾は死水域モデルを提案した。しかし、まだそのモデルに関する詳細な検討はなされていないので、ここでは死水域モデルに基づいた縦分散現象を実験的ならびに解析的に考察する。

2. 死水域モデルの基礎式とその解

河道に投入された染料は、シアー効果の他に、死水域による一時的捕捉効果あるいは貯留効果を受けるものとする。いま、長方形断面水路に、図-1に示すように死水域が水路両側に存在するものとして、主流域における断面平均濃度を c_a , C_a とすると、これらの関係は次式のように表される。

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} + u_a \frac{\partial C_a}{\partial x} + \frac{k}{B_a} (c_a - c_s) = D'_a \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\frac{\partial c_d}{\partial t} + \frac{k}{B_s} (c_d - c_a) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

ここに, B_a , B_d : それぞれ主流域, 死水域の幅, u_a : 主流域での断面平均流速, D'_a : 主流での縦分散係数, k : 主流域と死水域における混合速度である。(6)式の左辺第3項は主流域と死水域との物質の交換を表しており, 濃度上昇時には $c_a > c_d$ であり, 主流の物質は死水域に取られ, 濃度曲線の立上がり部分は, 死水域の存在しない場合のそれよりも急になる。一方, 濃度低減時においては, $c_a > c_d$ であり, 物質は死水域より主流に放出され, 濃度曲線は長く尾を引くことが期待される。

The diagram shows a rectangular beam section. The width is divided into two segments: $\frac{Ad}{2}$ on the left and $\frac{Bd}{2}$ on the right. The total width is labeled Bd . The height of the section is labeled h . A dashed line extends from the top edge to the center of the section, and a vertical dashed line extends from the center to the bottom edge.

図-1 断面分割図

染料は、時刻 $t = 0$ で、 $x = 0$ の主流域にすべて投入されるものとすると、初期条件は、

$$\left. \begin{array}{l} c_a(x, 0) = \delta(x) \\ c_b(x, 0) = 0 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

で、境界条件として

とする。ここに、 $\delta(x)$: ディラックのデルタ関数である。

混合速度 k に関しては、ほとんど知識を有していないが、これは死水域と主流域の境界面における混合速度であるので、境界面における横断方向の乱流度のオーダーであると想定される。いま、 k を

と仮定し、 k は実験などから決定される定数としよう。 $(6)(7)$ 式を無次元化すると、

$$\frac{\partial c_a}{\partial T} + \frac{K}{S}(c_a - c_a) = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $T \equiv u_* t / \hbar$ 、 $X \equiv x / \hbar$ 、 $\varphi_* \equiv u_* / u_*$ 、 $S_a \equiv B_a / \hbar$ 、 $S_b \equiv B_b / \hbar$ 、 $D_a' \equiv D_a / \hbar u_*$ である。

(6)', (7)'式に(8), (9)の条件を導入して、数値解析を行えば、 c_a と c_b の値を求めることができるので、これに關しては後述する。

一方、(6)・(7)式に対する解析解としては、化成工業の分野の人達⁸⁾、Thackston・Schnelle⁹⁾、太久保¹⁰⁾によって

検討されており、ここでは大久保によって求められたフーリエ変換の方法で解を求める。すなわち、 c_a, c_d のXに関するフーリエ変換をそれぞれ、

$$\bar{c}_a(m, T) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{imx} c_a(x, T) dx, \quad \bar{c}_d(m, T) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{imx} c_d(x, T) dx$$

と書くことにする。フーリエ変換を(6)', (7)'式にほどこすと次の式を得る。

$$d\bar{c}_a/dT - im\varphi_a \bar{c}_a + \alpha\varepsilon(\bar{c}_a - \bar{c}_d) + Da m^2 \bar{c}_a = 0 \quad \dots \quad (11)$$

$$d\bar{c}_d/dT + \alpha(c_d - \bar{c}_a) = 0 \quad \dots \quad (12)$$

ここに、 $\alpha = K/S_d$, $\varepsilon = B_d/B_a$ である。さらに、(8)式の初期条件に対しては、次のようになり、

$$\bar{c}_a(m, 0) = 1, \quad \bar{c}_d(m, 0) = 0 \quad \dots \quad (13)$$

(8)式の条件を(6)'式に代入して、フーリエ変換を行なうと次式を得る。

$$d\bar{c}_a(m, 0)/dT = -\alpha\varepsilon + i\varphi_a m - m^2 Da \quad \dots \quad (14)$$

(11), (12)式を(13), (14)式の条件のもとで解いて次の解を得る。

$$c_a = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-imx} \bar{c}_a(m, T) dm \quad \dots \quad (15)$$

$$c_d = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-imx} \bar{c}_d(m, T) dm \quad \dots \quad (16)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_a(m, T) &= \{\cosh(PT/2) - \sinh(PT/2)\} \{\cosh(QT/2) - (P-2\alpha)/Q \cdot \sinh(QT/2)\} \\ P &= \alpha(1+\varepsilon) - i\varphi_a m + Da m^2 \\ Q &= \{P^2 + 4(i\alpha\varphi_a m - Da\alpha m^2)\}^{1/2} \\ \bar{c}_d &= \alpha \int_0^T e^{-\alpha(\tau-\tau)} \bar{c}_a(m, \tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (17)$$

以上の解から明らかなように、このままではあまり有効でない。しかし、F(m)を確率密度関数、そのフーリエ変換をf(m)とすれば、

$$f(n) = (i)^n \int_{-\infty}^{\infty} x^n F(x) dx = (i)^n M_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

のように書けるので、これを用いてモーメントを求めることができる。ここに、 M_n はn次モーメントを表す。したがって濃度に関するモーメントは次式で表される。

$$M_n = \frac{1}{(i)^n} \left. \frac{\partial^n \bar{c}_a(m, T)}{\partial m^n} \right|_{m=0} / \bar{c}_a(0, T) \quad \dots \quad (18)$$

これらの関係から、モーメントを計算すると、

$$\text{全量: } M(T) = (1 + \varepsilon e^{-2\xi T}) / (1 + \varepsilon) \quad \dots \quad (19)$$

$$\text{平均: } \bar{X}(T) = \varphi T [\{1 + 2\varepsilon^2 \gamma / (1+\varepsilon)^2 KT\} + \{\varepsilon^2 - 2\varepsilon^2 \gamma / (1+\varepsilon)^2 KT\} e^{-2\xi T}] / (1 + \varepsilon e^{-2\xi T}) \quad \dots \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{分数係数: } D &\equiv \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dT} = D'_d + \varphi^2 (1-\varepsilon^2) \frac{K}{\gamma} \left[\frac{\{-8+4(1-\varepsilon^2)/\varepsilon\gamma KT\} e^{-2\xi T}}{(1-2e^{-2\xi T}-e^{-4\xi T})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4\{2-(1-\varepsilon^2)/\varepsilon\gamma KT\} (1+\varepsilon)^2/\varepsilon\gamma KT \cdot (e^{-2\xi T}+e^{-4\xi T})}{(1-3e^{-2\xi T}+3e^{-4\xi T}-e^{-7\xi T})} \right] \end{aligned} \quad \dots \quad (21)$$

ここに、

$$D'_d = \frac{D_d}{h u_*} = \varphi^2 \frac{\varepsilon^2 \gamma}{K(1+\varepsilon)^2} + \frac{D_d}{(1+\varepsilon)} \quad \dots \quad (22)$$

$$\xi = (1+\varepsilon)^2 K / 2\varepsilon\gamma, \quad \gamma = B/h, \quad \varphi = \varphi_a / (1+\varepsilon)$$

これらの式から明らかなように、移流速度、分散係数などは時間の関数になるが、 $\xi T \geq 5$ のときは、時間に関する項は省略できるので、(6)'式は見かけの分散係数(22)式を用いて、次のように書ける。

$$\frac{\partial c_a}{\partial T} + \varphi \frac{\partial c_a}{\partial X} = D'_d \frac{\partial^2 c_a}{\partial X^2} \quad \dots \quad (23)$$

$$\text{ただし, } T \geq T_* = 10\varepsilon\gamma / (1+\varepsilon)^2 K \quad \dots \quad (24)$$

ここに、 T_* : (23)式が適用できる経過時間を u_*/h で無次元化した値である。

一方、 $T < T_*$ では、見かけの分散係数は時間的に変化するので、Fickian law は適用されず、 c_a を求めには、(6)式と(7)式を数値計算しなければならない。また、 T_* を距離の無次元量 X_a に変換すると次式を得る。

$$X_* = T_* \varphi = 10 \varepsilon \gamma \varphi / (1 + \varepsilon)^2 K \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

(22)式から、 φ , ε , γ が大きくなると、

$$\varphi^2 \varepsilon^2 \gamma / K(1+\varepsilon)^2 \gg D_a / (1+\varepsilon)$$

の関係が成立し、みかけの分散に対して(6)式の右辺を省略してもさしつかえないことが理解されよう。このことは、鉛直方向のシェー効果よりも、主流域と死水域との混合による分散効果の方が大きいことを示している。

Fisher によって与えられた(4)式を死水域モデルに適用すると次式を得る。

$$D_F/h u_* = 0.075 \varphi^2 \varepsilon r^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (26)$$

さらに, $X_* = 0.45 \varphi r^2$ あるいは, $T_* = 0.45 r^2$

(22)および(26)式の分散係数を比較すると、(26)式の方が γ の変化に対して敏感で、 ε の変化に対してはあまり敏感ではない。

3. 実験結果と理論の比較

3-1 実験の概要：水路幅 60cm, 長さ 150m, こう配 1/500 の長方形断面水路を用いて、水制のない場合と、水路の両側に長さ 10cm の水制を一定間隔 S で並べることによって、死水域を発生させた種類の実験を行なった。また、水制が存在する場合は、水制間隔で現象がどのように変化するかをみるため、

$S = 30\text{cm}$, 40cm の 2 ケースの実験を行なった。

上流断面にトレーサーの塩水を瞬間面源で投入し、その下流 $x = 10 \sim 45\text{m}$ の水路中心と水制中央部における塩水濃度を電導度計（東亜電波工業K.K.）で計測した。投入時の塩水濃度は約 6 %で 500 ccとした。実験条件は表-1に示すようであって、 $S = \infty$ は水制のない場合の実験である。

表-1 実験条件と計算値

Exp. No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	水制間隔 S(cm)	$\varepsilon = \frac{B_a}{B_a}$	流量 $Q(\ell/\text{s})$	水深 $h(cm)$	$r = \frac{B}{h}$	断面平均流速 $U(cm/\text{s})$	主流平均流速 $u_0(cm/\text{s})$	摩擦速度 $u_s(cm/\text{s})$	実験値 $D(cm)$	$\frac{D}{h u_*}$	$\frac{D_F}{h u_*}$	$\frac{D_d}{h u_*}$
D-I-1	30	0.5	8	4.6	13.0	29.2	31.4	2.15	7508	759	1169	676
D-I-2	30	0.5	18	7.3	8.2	29.7	32.0	3.13	6635	295	227	215
D-II-1	40	0.5	8	4.7	12.8	28.4	30.5	2.71	5958	468	675	401
D-II-2	40	0.5	18	7.9	7.6	27.4	29.4	3.64	4066	141	123	130
D-IV-1	∞	0	8	2.8	21.4	48.3		2.87	962			
D-IV-2	∞	0	18	3.9	15.4	55.4		2.57	160			
D-IV-3	∞	0	18	5.1	11.8	59.7		2.69	241			
D-IV-4	∞	0	22	6.1	9.8	61.3		3.01	263			

3-2 濃度分布：水制のない場合の濃度分布は Gauss 分布で近似でき、 $\sigma^2 \sim x$ から求めた分散係数は、従来開水路で得られている値にはほぼ等しい。(表-1参照)。一方、水制を設置した場合では、図-2に示すように、非常に歪んだ濃度分布形となる。これらの実験値と死水域モデルの数値解とを比較するために、(6)', (7)' 式に $x=10m$ の地点の濃度分布を境界条件として与えて、 D_a として水制のない場合の値を用いて数値計算した結果が、図-2,3 に示されている。計算に際して種々の K 値が仮定されたが、この計算値では $K=0.4$ が用いられている。実験と計算値はよく一致しており、濃度下降時の tailing 現象もよく表現されるようである。また、初期条件として、(8)式を用いた場合の数値解も図-2に破線で示されているが、 $x=10m$ の濃度分布を与えて得られた結果とよく一致している。このことは、死水域モデルがこのような実験によく適合し、トレーサーの投入条件も瞬間面源に近いことを示している。なお、表-1の他のケースについても同様な数値計算を行なったが、最適な K 値は $0.3 \sim 0.5$ の範囲であった。この範囲に関してはさらに検討を要するが、混合速度が u_* 、すなわち乱流強度と同程度であるということは興味深い。

3-3 モーメントと分散係数に関する検討：K 値の変化によって、ピーク濃度 C_p やその発生時刻 t_p がどのように変わらかを検討したものが図-4 である。 $K=0$ が死水域を考えない場合であって、死水域を考慮するかしないかで非常に特性が変わることが理解されよう。この図からも、 $K=0.4$ が実験にもっともよく適合していることがわかる。図-5 は表-1 の各実験の規格化されたピーク濃度の距離的変化を示したものであるが、水制のない場合は、ピーク濃度は距離の平方根に逆比例して低減し、濃度分布形が Gauss 分布に従うことを示している。しかし水制のある場合は、ピーク濃度の低減は距離に関して複雑に変化している。このことは分布形が、Gauss 分布から歪んでいることを物語っている。

(19)～(21)式から明らかなように、投入点から十分離れた地点($X \geq X_*$) では、濃度の重心の伝播速度 $U(t)$ や分散係数 $D(t)$ は一定値に漸近する。この特性が図-6 に示されているが、分散係数が一定になる距離を、(25)式を用いて計算すると $x=25m$ で、実験結果とよく適合する。換言すると、この場合、 $25m$ より下流では、投入条件として瞬間面源が適用できるときは、Fickian law が適用できることを示している。しかし、投入点付近で濃度分布形が非常に歪んでいるので、上流端から(24)式が適用されるのではなく、 $25m$ 付近の濃度分布を境界条件として与えて、それより下流の濃度が(23)式で計算されることになる。すなわち、Routing 法を適用しなければならない。

表-1 の 9 ～ 12 欄に、実測された分散係数、(20), (22) 式によって計算された分散係数が示されているが、Fisher によって与えられた分散係数よりも死水域モデルに基づいて得られた結果の方がより実測のそれに近い。しかしその差異は大きくなく、両者の差異を論ずるにはスケールの大きな場所で検討しなければならない。

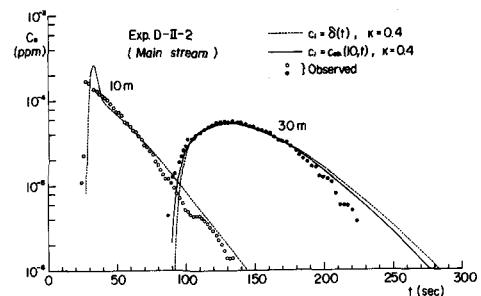


図-2 C_d の計算値と実験値の比較

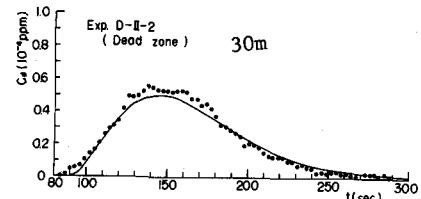


図-3 C_d の計算値と実験値の比較

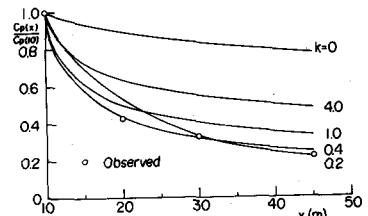
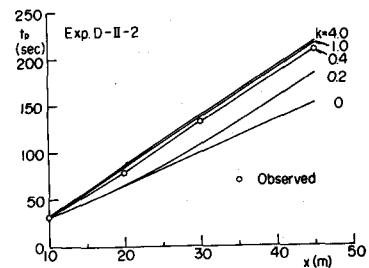


図-4 ピーク濃度とその発生時刻の変化

図-7 は c_a の Flatness F_t と Skewness S_t の距離的変化を示したものであるが、本実験の場合 Gauss 分布への接近は緩慢であり、高次のモーメントほどその傾向が顕著である。

図-8 は、河川の実測値と(22), (26)式とを比較したものである。ただし、 $\epsilon = 0.4$, $K = 0.4$, $D_a = 15$, として計算されている。図中のデーターの肩の数字は φ の値を示している。データーの傾向としては、死水域モデルで求めた分散係数の方が Fisher のそれよりも適合性が高いように見える。

4. 瀬戸内海の分散係数

速水・宇野木¹¹⁾は瀬戸内海の塩分濃度の実測値に対して、濃度の1次元解析法を適用して、拡散係数を $10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、恒流速度 0.5 cm/s を採用するとき、もっとも実測値と計算値がよく適合することを見出した。このような恒流が存在するかどうかは議論の多いところであるが、ここでは、恒流を

仮定して死水域モデルと Fisher の式で分散係数を検討することにしよう。速水らの資料に基づいて、瀬戸内海を水路と仮定すると、豊後水道から紀伊水道の平均水路幅、 $B = 3.22 \text{ km}$ 、死水域の幅、 $B_d = |B - \bar{B}| = 1.45 \text{ km}$ 、 $\epsilon = B_d/B_a = 0.82$ 、 $\gamma = 708$ 、平均水深、 $h = 4.55 \text{ m}$ を得る。さらに恒流速度 0.5 cm/s 、 $\varphi = 10$ 、 $K = 0.4$ を仮定すると、 $D_a/hu_* = 2.9 \times 10^7$ となる。これに水深と摩擦速度の値 (0.05 cm/s)を代入すると、 $D_a = 8.3 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ の分散係数を得るが、一方(26)式に基づく計算では、 $D_p = 6.8 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ となり、(22)式の方が速水らの推定値に近くなる。このようにスケールが大きくなると、(22)と(26)式の間には顕著な差異が生じてくる。ここで注意しなければならないのは、(26)式による分散係数は、断面平均の濃度に対して適用できるものであるが、一方(22)式によるそれは、主流域の平均濃度に対して成立するものである。したがって断面平均濃度の分散に対しては、(22)式で与える値より大きくなることが予想される。このように、潮汐混合による拡散を考えるのではなく、微流速の恒流を与えることによって、その分散係数を得ることもできる。

5. あとがき

縦分散の機構、分散係数の問題を死水域モデルに基づいて実験的および理論的に考察してきたが、今後さらにスケールの異なる河川の資料を集め、濃度分布形状、分散係数およびピーク濃度の低減特性などに

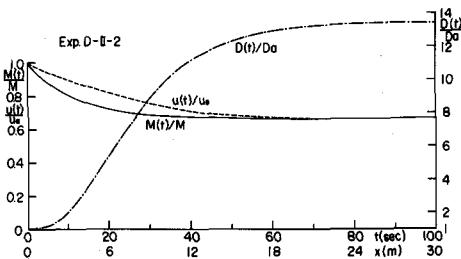


図-6 M , U , D の計算値

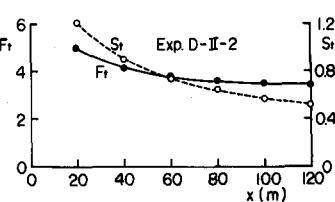


図-7 F_t と S_t の変化

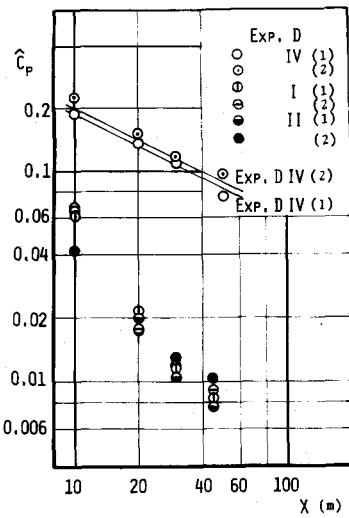


図-5 規格化されたピーク濃度の低減

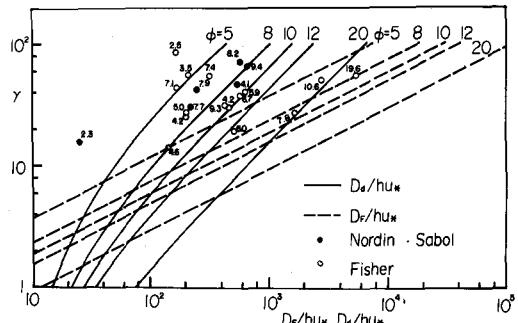


図-8 河川の分散係数と計算曲線

$$\epsilon = 0.4, K = 0.4, D_a = 15$$

ついて詳細な検討がなされなければならない。

参考文献

- 1) Taylor, G. I. ; The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe, Proc. Royal Soc. of London, 228-A, 1954.
- 2) Elder, J. W. ; The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow, Jour. Fluid Mech., Vol. 5, 1959.
- 3) Yotsukura, N. & M. B. Fiering; Numerical Solution to a Dispersion Equation, Jour. Hydraulic Div., ASCE Vol. 90, HY5, 1964.
- 4) Fisher, H. B. ; Methods for Predicting Dispersion Coefficient in Natural Streams with Application to the Lower Reaches of Green-Duwamish River, U.S.G.S. 582A, 1968.
- 5) Fisher, H. B. ; Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Report KH-R-12, California Inst. of Tech. 1966.
- 6) Nordin, C. F. & G. V. Sabol; Empirical Date on Longitudinal Dispersion in Rivers, U.S.G.S., Water Resources Invest. 20-74, 1974.
- 7) Hays, J. R. ; Mass Transport Mechanics in Open Channel Flow, PhD Thesis in Vanderbilt University, 1966.
- 8) Yamazaki, H. ; Mathematical Treatment of Nonequilibrium Chromatography, Jour. of Chromatography, 27, 1967.
- 9) Thackston, E. L. & K. B. Schnelle ; Predicting Effects of Dead Zones on Stream Mixing, Jour. Sanitary Eng. Div., ASCE, Vol. 96, SA2, 1970.
- 10) Okubo, A. ; Effect of Shoreline Irregularities on Streamwise Dispersion in Estuaries and Other Embayments. Netherland Jour. of Sea Research, Vol. 6, 1973.
- 11) 速水頌一郎・宇野木早苗：瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散，第17回海岸工学講演会論文集，1970。