

まえがき

流路の横断面形状を求めることは、種々の水理量を算定する前提としてきわめて重要なことからであり、従来、regime theory や静的安定断面理論によって、平衡状態における流路幅や水深と流量との関係が得られている一方、最近、流路の側岸侵食や蛇行拡幅機構が実験的ならびに理論的に解明されつつある。しかしながら任意の初期状態からそのような平衡状態が形成されるまでの過程を、それらの流路変動機構によって一貫して追跡するには至っておらず、とりわけ流路幅の問題には未解明の点が多い。

著者らは、斜面侵食による流出土砂量を予測することを目的として、裸地斜面における流路の形成過程を研究しているが、sheet flow から rill が形成されていく現象を追跡するには、流路横断面の形成過程を追跡することが不可欠となる。本文は特に粘着性河床を対象として考察を進めるが、これは通常の裸地斜面には若干の粘土分が含まれていて、砂れき床とは非常に異なった侵食形態をとるためである。

理論解析では任意の形状を有する横断面内での掃流力分布ならびに掃流力と侵食速度の関係をモデル化して数式で表現し、平衡横断面形状を導くとともに、横断方向の正弦河床波の発達領域と減衰領域とを区分する。また、侵食にともなう横断面の変形過程については、差分法を用いた数値計算によって追跡するとともに、河床材料に砂とベントナイトの混合物を用いた実験を行なって、理論の適用性を検討する。

1. 粘着性河床の侵食特性¹⁾

粘着性河床は非粘着性河床にくらべて耐食性が強く、流砂量が、流水のもつ土砂輸送能力でなくて、土砂剝離量に支配される。したがって、砂れき床のように土砂輸送能力（その場合は流砂量に対応）の流下方向変化に応じて河床変動が生ずるのではなく、その点の水理量（たとえば掃流力）に対応して侵食が進行する。図-1は、平坦なベントナイト河床の侵食速度（低下速度） E と摩擦速度 u_* の比を、掃流力 τ と各含水比 w に対する限界掃流力 τ_c の比の関数として表示したもので、各含水比ごとに E と u_* が正の相関をもち掃流力の大きい範囲（ $\tau/\tau_c \geq 5$ ）では侵食速度が摩擦速度に比例している。しかしながらこのような関係

$$E/u_* = \text{const} \dots\dots\dots (1)$$

が一般的に成り立つかどうかは現在のところ不明で、実際の土壌への適用にあたっては、その土壌を用いた受食性試験を行なって類似の関係を見い出すことが必要である。

粘土と砂が混在している場合には、微視的に見ればそれらが交互に剝離をくり返し、その侵食時間（速度の逆数）は、ほぼ、粘土だけの場合の侵食時間と、砂だけの場合の侵食時間（粒子の剝離時間を粒径で割ったもの）の和になる。ところが、掃流力が增大すると砂粒子の剝離時間は粘土の侵食時間にくらべてきわめて小さくなるので、混合物の侵食速度は粘土だけの侵食速度にほぼ等しい。

2. 流路横断面内の掃流力分布

2-1 掃流力の算定式

等流において2次流の影響を省略すれば、壁面（底面と側面とを区別せず、一体のものとしてさす）の掃流力の分布は、図-2に示すように断面を等流速線の直截線群で分割することによって、

$$\tau = \rho g (dA/ds) I \quad (\rho: \text{密度}, g: \text{重力加速度}, I: \text{勾配}) \dots\dots\dots (2)$$

と表わされる。ここに A は分割された面積、 s は潤辺に沿う距離である。

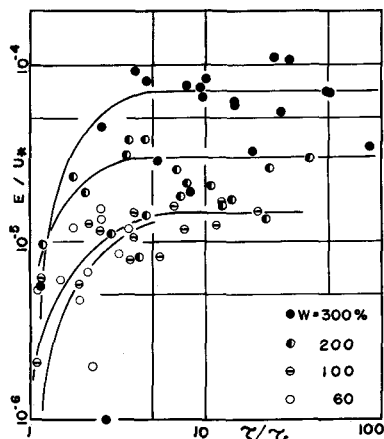


図-1 侵食速度と摩擦速度の関係

しかしながら、断面内の等流速線を正確に求めることはきわめてむずかしく、Lane の安定断面理論においては、2次元流れの掃流力に、河床高 y による水深の変化と壁面の傾き θ を導入して、

$$\tau = \rho g (h - y) \tan \theta \dots\dots\dots (3)$$

と近似されている。ここに h は最大水深で、座標原点は最深点になっている。ところがこの方法では、直立壁面に作用する掃流力が表現できないばかりでなく、壁面各点直上の水深のみで掃流力が算定されるため、いかに狭い間隔で凹部と凸部が並んでいても凹部の掃流力が凸部のそれを上回るようになって、実際にみられるような、凸部における掃流力の増大や凹部におけるその減少が表わせない。

そこで、図-2における等流速線を壁面からの等距離線で近似すれば、そのような不合理は解消する。もっとも、任意の断面形について壁面からの等距離線群に対する直截線を数式で表現することは困難であるから、それを壁面にたてた法線で近似して断面を分割すれば、掃流力は図-2の記号を用いて、

$$\frac{\tau}{\rho g h l} = \frac{\left\{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2Y}{dX^2} F\right\} F}{\sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2}}, \quad F = \min \left\{ \frac{1-Y}{X \frac{dY}{dX}} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。この式の特徴は2次導関数の存在によって壁面の曲率が導入されていることであり、 dY/dX 、 d^2Y/dX^2 がともに小さければ(3)式と一致する。図-3は、幅水深比が約3の円弧断面について両式から求めた掃流力分布を断面平均値に対する比で表示し、流速分布の実測値から求めた掃流力と比較したもので、(4)式は(3)式よりもかなり精度がよい。

2-2 横断方向に正弦波状底面を有する等流の掃流力分布
河床面が横断方向に周期的な凹凸を有する場合、凹凸の間隔、高さ、および水深の相対比によって掃流力の分布が変化するが、凹凸を波長 L 、振幅 a の正弦波で近似し、(4)式を用いれば、

$$\frac{\tau}{\rho g H l} = \frac{\left\{1 + \left(\alpha \frac{2\pi}{L} \cos \varphi\right)^2 + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \sin \varphi \cdot F\right\} F}{\sqrt{1 + \left(\alpha \frac{2\pi}{L} \cos \varphi\right)^2}}, \quad F = \min \left\{ 1 - \alpha \sin \varphi, \frac{\lambda^2 \left(\frac{2\pi}{L} + 1\right)}{4 \alpha \pi \cos \varphi} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。各記号は図-4に示す通りで、 H は平均水深、 φ は峰側を正とした変曲点からの位相角である。

図-5はこの式から求めた掃流力を断面平均値で基準化して、その分布特性を種々の波長と波高について、1周期ずつ示したもので、波長が短いと、最大掃流力点が峰よりにあるが、波長が長くなると谷よりへ移行し、峰部と谷部の大小が逆転する。これは凹凸の間隔が狭いと、凹部が遮へいされて凸部に掃流力が集中する反面、凹凸の高さや間隔が大きくなると、凸部の水深が小さくなって凹部に掃流力が集中するからで、ある形状のときに、それらはバランスする。

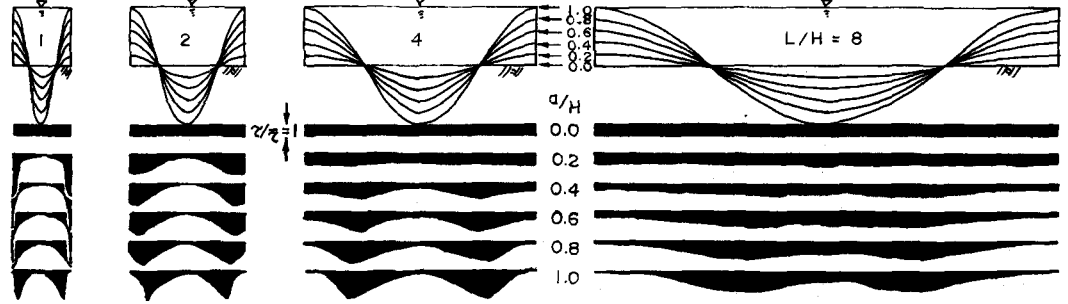


図-5 正弦河床波上の掃流力分布 ($\tau/\bar{\tau}$)

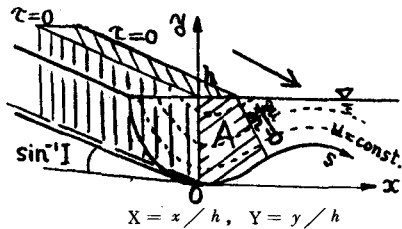


図-2 掃流力分布のモデル化

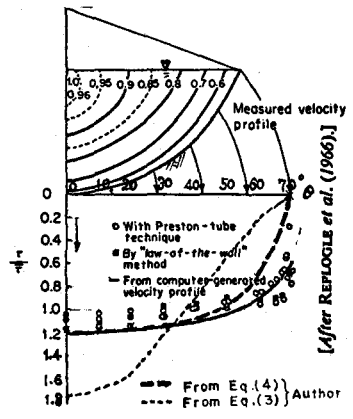


図-3 円弧断面の掃流力分布

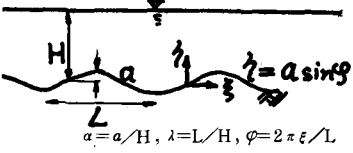


図-4 正弦河床波の記号説明

3. 平衡横断面形状

流路変動を取り扱かうには、通常、壁面を河床と側岸とに分けて、前者は上昇または低下、後者は水平方向に移動するものとするが、壁面が傾斜している場合、そのような分離は不合理であり、実際には粒子が着脱するとき、壁面はその法線方向に前進または後退するはずである。したがって(1)式のような摩擦速度と侵食速度の関係を考える場合、 E として壁面の法線方向への後退速度をとらねばならない。侵食が進行しても通水断面を一定に保ちながら流路全体が低下する条件(平衡条件)は、図-6より次のようになる。

$$E / \cos \theta = \text{const.} \quad \cdots \cdots (6)$$

2次流が存在すれば流向が変化し、非粘性河床の流路変動に重大な影響を及ぼすが、掃流力の値そのものはあまり変わらないから、粘性河床の侵食では第1近似としてその影響を省略できよう。そこで(6)式の平衡条件に、(1)式の摩擦速度と侵食速度の関係および(4)式の掃流力分布を代入すれば、次式が得られる。

$$C = \left\{ 1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2Y}{dX^2} F \right\} F \sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2}, \quad F = \min \left\{ \frac{1-Y}{X}, \frac{dX}{dY} \right\} \quad \cdots (7)$$

ここに C は最深部の掃流力と $\rho g h I$ との比で、0から1の値をとり得るが、 $C < 0.8333$ の場合には(7)式の解曲線は水中で直立してその法線群が交錯し、妥当な解が得られない。一方、 $C > 0.8333$ の場合には水中で河床高の極大が生じて水際が現われず、横断方向の波状河床となる。図-7からわかるように本理論で得られる平衡横断河床波は、正弦波にくらべて凹部が扁平で、凸部がやや急峻となり、掃流力の値は峰部と谷部でそれぞれ最大となる。特に $C = 0.8333$ の場合には閉じた平衡横断面を形成し、水面幅・最大水深比が約4となる。

図-8は種々の初期断面をもつ流路に一定の流量が供給される場合の横断面形状の変化を、(1)式および(4)式に基いて、差分計算した例である。その際、水深を求めるために抵抗則が必要となるが、ここでは抵抗係数 f が一定とした。このように初期断面を狭くて深いものにすれば振幅が生じて水深が減少し、初期断面を広くて浅いものにすれば深掘れが生じて流路幅が減少して、変形速度は異なるが、いずれもほぼ同一の平衡断面に漸近する。

先に示した波状の平衡横断面には水際が存在せず流路幅が無限となるので、有限の流量に対しては厳密にはそのような流れは存在しないことになる。しかしながら横断方向に河床波を伴う充分に幅の広い流れで、水際近傍を除いてはほぼ平衡条件を満たしている場合には、その変形速度も遅く、近似的に平衡断面であるとみなすことができよう。

また、ここに示した流量や勾配の組み合わせに対する平衡断面の一意性は、それに近い断面の形成後の流量に対するものであって、初期断面の与え方によっては流れが複数個に分裂して、そのそれぞれが分配された流量に応じて別々の平衡断面を形成する可能性のあることを否定するものではない。なお、本モデルでは水深をも含めて初期断面形状が相似である限り、流量や勾配その他の変数は平衡断面の形成速度を変化させるだけで、その過程は相似となるが、実際には図-1に示したように、(1)式が厳密に成り立たず、掃流力の小さい部分では侵食速度が激減するので、平衡断面形状も種々の水理量に依存するものと思われる。

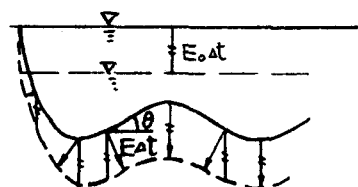


図-6 壁面の後退速度

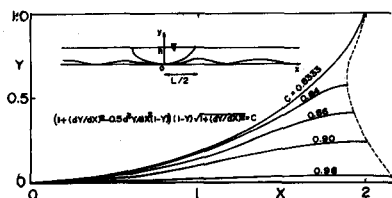


図-7 平衡横断面形状の理論解

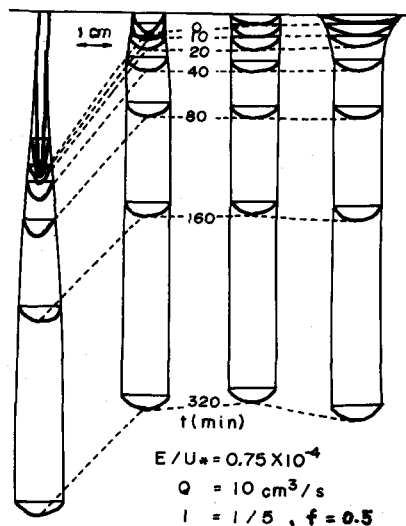


図-8 平衡横断面の形成過程

4. 流路横断面内における凹凸の発達・減衰

4-1 横断方向正弦河床波の発達・減衰区分

壁面の侵食速度は、そこに作用する掃流力と正の相関をもつから、凹凸の谷部の掃流力が峰部より大きければその凹凸は増幅し、逆に峰部の掃流力が谷部より大きければ減衰する。そこで、2-2で述べた掃流力の分布に基いて横断方向正弦河床波の増幅と減衰を区分すれば、図-9のように、波高と波長と水深の相対比を表わす平面上において、上向きの矢印を付した部分が増幅領域、下向きの矢印を付した部分が減衰領域、その境界が平衡状態となる。

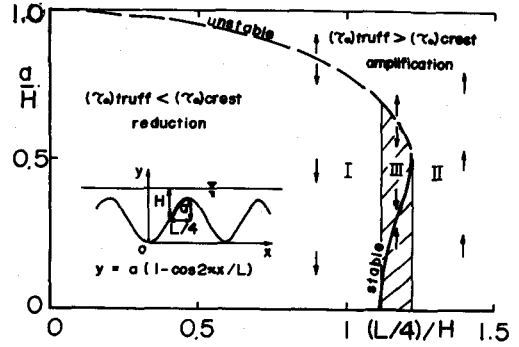


図-9 正弦河床波の発達・減衰区分

仮に、正弦河床波が変形する場合、その波高が増減するだけで、変形後も同じ波長をもった正弦波であることに変わりはなく、しかも平均水深 H が一定に保たれるものとすれば、図-9の任意の点から出発した河床波は、平均河床の低下にとまって矢印の方向に移行することになり、領域Ⅰでは減衰を続けてやがて消滅、領域Ⅱでは発達を続けてやがて水面に達して流路が分離、領域Ⅲではある波高で平衡状態に落ち着くことになる。そうすると図中、実線と破線で示した状態はいずれも平衡条件を満たしているが、前者は、それから少しはずれても元に戻るという意味で安定な平衡状態、後者は、それから少しはずれると別の状態へ移行していくという意味で不安定な平衡状態である。したがって平衡条件を表わす線のうち、破線の部分は、きわめて存続しにくいものと考えられる。

もっとも実際には、初期断面が正弦波であっても、侵食が進行すれば変形して、もはや正弦波ではなくなるから、ごく初期を除いて、この図のみによってその変形過程を追跡していくことはできない。たとえば図-10は図-9の境界線上の正弦波形を半周期だけ表わしたものであるが、いずれも図-7に示した断面とは一致せず、断面全体にわたっては平衡条件を満たしていないことがわかる。特に、破線で示した不安定領域の正弦波は平衡断面とは全く異なっている。しかしながら、実線で示した安定領域の正弦波は比較的平衡断面に類似しており、詳しくは(1)式と(4)式によってその変形過程を追跡せねばならないにしても、このような領域区分がある程度成り立っている。

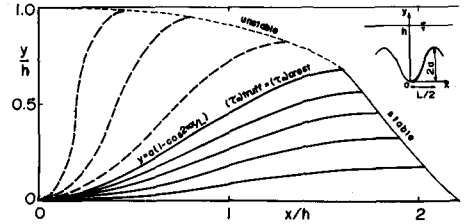


図-10 正弦波による平衡断面の近似

4-2 擾乱の選択的発達とrillの発生

一般に水流には種々の規模の微小擾乱が存在し、条件によってそのうちのあるものが選択的に発達して、卓越波長や波高を形成するものと考えられる。前節に示した凹凸の増減の区分は、単一の波長と波高を有する正弦波に対するものであったが、それらの重ね合わさった河床に対しても、その各成分波について同じ区分が成り立つものとし、さらに、流路幅が有限の場合、側壁の影響で掃流力が変化しても、底面の凹凸については前節と同様の議論ができるものとすれば、波高が微小な時にそれが増幅するのは、図-9より、

$$(L/4)/H \geq 1.2 \quad \text{..... (8)}$$

を満たす擾乱である。一方、流路横断方向に波長 L の擾乱が2波長以上存在するためには、

$$B/L > 2 \quad \text{..... (9)}$$

でなければならないから、微小擾乱が発達するための流路条件は、(8)式、(9)式より、

$$B/H \geq 10 \quad \text{..... (10)}$$

となる。しかしながら、擾乱が発達して流路が分離し、流路幅が減少すれば、擾乱の波長の存在範囲も変化するから、(8)式、(9)式を同時に満たす擾乱のうち、どのような波長のものが卓越して有限の波高をもつに至るかについては、微小擾乱の発達速度だけから判定するのは不合理で、その発達過程を一貫して追

跡する必要がある。本理論によれば、横断河床波の振幅の増減速度は、その波長や波高によってかなり異なり、増幅領域と減衰領域の境界近傍、および波高が小さい領域では、増幅・減衰ともその速度が遅く、波長を一定とすれば、領域Ⅱでは増幅または減衰速度の極大となる波高が存在するが、領域Ⅰ、Ⅲでは波高が増大するほどさらに加速的に増幅する。一方、同一波高では一般に波長の大きいものほど増幅しやすく、減衰しにくい。したがって、流れが(10)式の条件を満足している間は、(8)式を満たす擾乱のうち、その波高と波長に応じて最も速く水面に達するもの(初期波高が一定の場合には、流路幅の半分の波長のもの)によって流れがつぎつぎに分離し、その結果(10)式の等号条件が近似的に成り立てば、有限波高の河床波が存続し、成り立たなければ、もはや横断方向の河床波は存続し得なくなる。

5. 砂・ベントナイト混合物を用いた流路侵食実験

5-1 実験方法

著者らは以前から何種類かの土壌を用いてその受食性指標を求めることに努めているが、粘土の種類によっては、水流の力で塊状の剝離を生じ、規模の小さな屋内実験ではその侵食過程を十分に追跡できないものがある。ところが、ベントナイトはよほど大きな渦でもない限り、表層から、肉眼では判別できないほどの小さな規模で徐々に侵食が進行し、しかも砂の中に一部混入させるだけで、充分にその効果を発揮する。そこでつぎに述べる侵食実験では、流路構成材料として、砂とベントナイト粉末と水を重量比9:1:3で練り混ぜたものを用いた。砂粒径は、比較的規模の大きな実験条件に対しては1mm、規模の小さな実験条件に対しては0.3mmで、いずれもほぼ均一であり、含水比800%のベントナイト(ほぼ液性限界)が砂の間隙を埋め尽くしている状態である。この材料は透水性が小さく、かつ粘着力が大きいので、通常の水路実験程度の規模では、下流端に砂留めを設けなくても自立する。本実験は、流路の横断面形状の変化を追跡するのが目的で、平面形状には主眼をおいていないので、等流状態を維持するのが好ましく、流路長は1mとし、上流端で静かに給水して、流下方向にいくつかの断面で横断面形状の時間変化を測定した。

5-2 実験結果

初期断面として、底面に正弦波を与え、その波高・波長・流量・流路幅・勾配・側岸条件を種々に組み合わせさせて通水したが、その条件と結果の概略を示すと、付表および図-11のようになる。

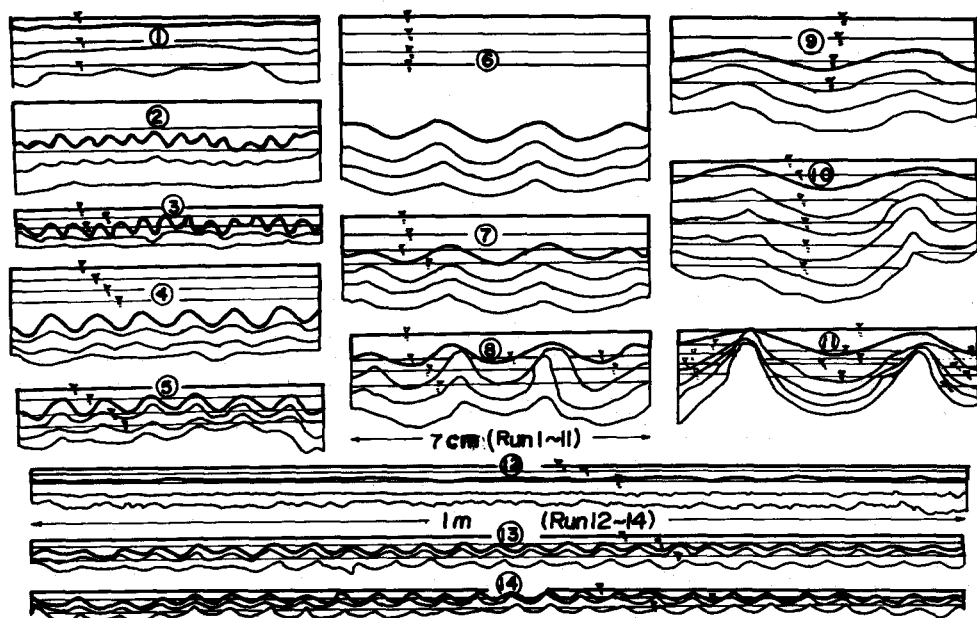


図-11 横断面形状変化過程の測定例

5-3 考察

図-12は、実験結果を図-9の座標面上に記入したもので、通水初期における正弦波の増幅・減衰区分はほぼ本理論が当てはまる。しかしながら、その境界付近では、図-5に示した正弦波の変曲点近傍における掃流力の集中を裏づけるように、正弦波は峰部のやせた波形に変化し、長時間にわたっては図-9による追跡は不可能となる。また実験では、通水初期に増幅が生じてもやがて減衰に移行したのち、ある波形に落ち着くものが見られ、やはり先に述べたような、波形の変化を考慮した追跡が必要となる。しかしなお、(4)式によって掃流力を算定する限り、実験で得られるような峰部の尖りを説明することはできず、(4)式を導く基礎となった等流速線の近似度をさらに上げていく必要がある。すなわち、本理論で用いた、壁面からの等距離線による等流速線の近似は、流速分布として対数則のような壁法則を考える場合、第0近似として、摩擦速度を一定とすることに対応するが、そのような等流速線から求めた摩擦速度を第1近似としてもう一度等流速線を求め直し、その直截線による分割法を用いれば、順次精度が上がるであろう。

横断方向の河床波を伴わない平衡断面については、実験では流路幅・最大水深比が約8となり、本理論($B/h \approx 4$)である程度近似できることがわかる。

平坦河床から凹凸が発生して流路を分離させる条件は、側岸を固定した実験では確認できなかったが、これは波高の小さな擾乱は発達速度が遅くて、実験時間が充分でなかったためと考えられる。

あとがき

以上、粘着性河床の侵食速度式(1)、および横断面内の掃流力分布式(4)に基づいて、粘着性河床における流路横断面形状に関する理論を展開し、ベントナイトを用いた実験によって検討した結果、流路の分裂条件として(10)式を、また分裂後の平衡断面としては流路幅水深比約4を得た。しかしながら、流路の分裂のしかたは、初期の河床形状に支配されるため、水深(すなわち流量と勾配の組み合わせ)に対して一意的とはならない。今後さらに理論を展開していくためには、2次流の導入が必要であり、また、断面の変形過程を一貫して追跡するためには、長時間にわたる規模の大きな実験が必要であろう。

なお、本研究に用いた種々の数値計算には、京都大学大型計算機センターならびに防災研究所資料センター計算機を利用した。

参考文献

- 1) 芦田和男, 田中健二: 粘土分を含有する砂れき床の侵食と流砂機構に関する研究, 京大防災研究所年報, 第17号B, 1974.

付表 実験条件

Run	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$Q(l/s)$	0.1	0.6	0.15	0.6	0.15	1.2	0.6	0.15	0.6	0.3	0.15	6.6	6.6	4.3
I	1/5	1/20	3/10	1/20	3/10	1/40	1/20	3/10	1/20	1/5	3/10	1/20	1/20	1/20
$H(cm)$	0.17	0.85	0.35	1.1	0.4	2.5	0.8	0.45	0.9	0.4	0.3	1.5	1.0	0.8
$L(cm)$	7	0.5		1			2			4		100	4	
$a(cm)$						0.25							0.50	
$t(min)$	10	5	5	10	5	5	5	5	5	5	5	16	16	48
$a(cm)$	0.05	0.04	0.04	0.15	0.15	0.25	0.23	>H	0.25	0.38	>H	0.10	0.60	0.45
$t(min)$	20	10	10	20	10	10	10		10			45	45	
$a(cm)$	0.07	0.04	0.04	0.10	0.07	0.22	0.20		0.25			0.15	0.45	
$t(min)$				30	15	15	15	15	15			75		
$a(cm)$				0.10	0.07	0.18	0.19	0.15	0.25			0.40		
$t(min)$								5		15	15			48
B/h								2.82		3.73	3.37			3.41

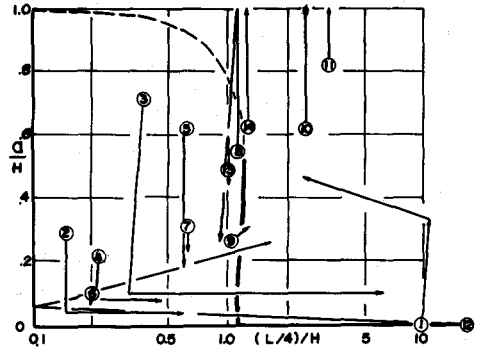


図-12 発達・減衰領域区分の検討