混合径砂礫の移動量と始動

武蔵工業大学　正員　王　方一

まえがき：さきに移動層が種々の静的マサツ係数をもつ砂礫で構成され，ガンマ分布をなすと考えて，一様粒径の掃流砂礫量を表現した。また混合径移動量は一様径の式をそのまま用い，遮へい係数を変化させることで，表現しうることを示した。本文ではガンマ分布の代りに，きれたガンマ分布と仮定し，他は同様の考えで移動量を表現してみた。この表現により，計算結果がよりよく実験事実を反映できる。また混合径砂礫の移動限界についても検討してみた。

1. 前回に示した掃流砂礫量式と混合径への適用

（A）一様径の場合：

一様砂礫の表層粒子の頂高分布は非対称つりがね状であるが〔4〕，粒子間のかみあい状態が複雑のため直ちにマサツ係数と結びつくことができない。しかし，露出の低いもの程，マサツ係数μの値が大きく，μの分布がもっと右側すそが延びる形になると考えられるのでガンマ分布をするとして，離脱確率を表わした。次に粒子の移動速度を$\bar{u}_s=\bar{u}_d-\bar{u}_c$と仮定して，無次元掃流量の式を得，そして

$$\Phi=\frac{\pi}{6}PA\left[(1-\eta)\sqrt{\tau_{*a}}\right]^{B} \qquad \cdots\cdots\cdots(1-1)$$

の形においた。係数A，Bは移動量の実験値または在来の式から定めた。

ここに　$\Phi=q_B/d\sqrt{gs'd}$，$P=\int_0^{\mu_a}f(\mu)\,d\mu$，$f(\mu)=\lambda(\lambda\mu)^{k-1}e^{-\lambda\mu}/\Gamma(k)$；

$\eta=F_1/P\sqrt{\mu_a}$，$F_1=\int_0^{\mu_a}f(\mu)\sqrt{\mu}\,d\mu$，$\mu_a=K\tau_{*a}$．

$\tau_{*a}=u_{*a}^2/gs'd$　は設定水深と勾配に対応するτ_*値である。

μ_aはτ_{*a}によって移動されうる粒子のもつ最大のμである。単独球についての離脱限界実験〔4〕によれば$S_{c1}=\tau_{*c1}/\mu_1$は一定のd/R_bに対して一定値になっているがさしあたり$S_{c1}=0.01$とした。礫層面の粒子は遮へい作用を受けるからμの粒子に対するτ_*の限界τ_{*c}は遮へい係数K_εを考慮して$\mu=K_\varepsilon\tau_{*c}/S_{c1}=K\tau_{*c}$とおいた。

$K_\varepsilon=0.4$，$S_{c1}=0.01$　とすると，$K=K_\varepsilon/S_{c1}=40$となる。

前回〔4〕は2領域別に係数を決定したがここでは描点の変化に応じて3領域別に係数を定めている。すなわち$\tau_*<0.04$ではPaintalの実験式$\Phi=(6.56\times10^{18})\tau_*^{16}$，$\tau_*\geqq0.04$ではEinsteinの式，また$\tau_*>0.05$では芦田・道上の式$\Phi=17\tau_*^{3/2}(1-\tau_{*c}/\tau_*)(1-\sqrt{\tau_{*c}}/\sqrt{\tau_*})$　ただし$\tau_{*c}=0.05$　を用いて，$k=3$，$\lambda=0.92$として$\frac{\Phi}{\frac{\pi}{6}P}$と$(1-\eta)\sqrt{\tau_{*a}}$の関係を示した。図－1のようになる。3つの区間に分けてA，Bを決定すると　$0.03<\tau_{*a}<0.054$に対し

$$A=5.197\times10^{18},\quad B=1.498\times10 \qquad \cdots\cdots\cdots(1-2a)$$

$0.054<\tau_{*a}<0.3$に対し

$$A=5.244\times10,\quad B=2.261 \qquad \cdots\cdots\cdots(1-2b)$$

$0.3<\tau_{*a}<10$に対し

$$A=6.892\times10,\quad B=2.472 \qquad \cdots\cdots\cdots(1-2c)$$

$$A=2.466\times10,\quad B=1.678 \qquad \cdots\cdots\cdots(1-2c')$$

（1－2c）式は芦田・道上公式による計算点群を基準に，また（1－2c′）式はEinstein曲線による点群を基準に定めた。（1－2a），（1－2b），（1－2c）および（1－1）式を用いてΦを計算すると図－2の$d_i/d_m=1$の曲線となる。また$d=7.3$mmの一様径礫をほぼたいらにした場合の頂高分布（通水前）と巾20cm，勾配1/100，有効長さ8mの水路で水深9.7cm，$\Phi=3.9\times10^{-3}$程度の流砂量で流したのち測定した　頂高分布とは，ほとんど同じ傾向となった。ただ後者の表面での礫が下流向にやや瓦葺のように配列している点で

異なる。

（B）混合径の場合

5種類および7種類の一様な礫をそれぞれ種々の重量比で混合し，一様径一種類の場合と同様に〔4〕頂高を測定して，次のような分布傾向を得た。

(1) 各粒径とも一様径一種類の場合と類似の分布をなすが，粒径が大きい程，最頻値が左に偏り，きれた分布の傾向が強くなる。

(2) 粒径別にせず頂高全数についても一種類のときと類似の分布をなす。

(3) 各粒径の頂高の平均は粒径が小さい程低い。

1例としてはほぼ一様な直径がd＝7.3，8.7，10.3，11.9，14.1㎜の5種の礫を1：1：1：1：1の重量比で混合した場合の頂高分布を図－6に示す。0点は全体の最高値から平均径の2倍下とし，各粒径の最高頂高は縦横軸の交点になっている。重量比が1：2：3：4：5および5：4：3：2：1の場合には分布の左側がさらにきれておりまた最大径粒子の頂高平均と最小径粒子の頂高平均の差はそれぞれ1.9㎜と2.2㎜になっている

これらの傾向に基いて，近似的に（a）各粒径とも同じガンマ分布をなす。（b）粒径が小さい程，遮へい係数K_εが小さい（遮へい効果が大きい）と仮定し，粒径別の流砂量Φ_iを

$$\Phi_i=\frac{\pi}{6}P_i A\left[(1-\eta_i)\sqrt{\tau_{*ai}}\right]^B \qquad \cdots\cdots\cdots(1-3)$$

で表わした。

ここに $P_i=\int_0^{\mu_{ai}} f(\mu)d\mu$，$\eta_i=F_{ii}/P_i\sqrt{\mu_{ai}}$，$F_{ii}=\int_0^{\mu_{ai}} f(\mu)d\mu$，$\mu_{ai}=K_i\tau_{*ai}$．

前回〔4〕に示した2領域別係数A，Bと$K_i/K_m=1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16$によるKi（Km＝40として）を用いて$\Phi_i$を計算し，浅田他の実験値と比較して〔5〕$K_i/K_m=K_{\varepsilon i}/K_{\varepsilon m}=(d_i/d_m)^{C_K}$，Ck＝0.74の関係を得たが描点の誤りがありここでCk＝0.85に訂正する。

Ck＝0.85とし，（1－2a），（1－2b），（1－2c）のA，Bと（1－3）式を用いてΦ_iを計算した結果は図－2の実線群で示す。この図には浅田他の実験値（点線），一様径に関するEinstein曲線と芦田，道上曲線も示されている。実験値と計算値は$d_i/d_m=1$と0.1ではほぼ一致するが，間の勾配変化が異なっている。また$\Phi_i<10^{-3}$の範囲では計算値が大きくなる傾向にある。他方，平野，芦田他の実験結果（文献〔3〕の図－9）を見ると同じd_i/d_m値に対するΦ_i値は浅田他の実験値よりかなり低くなっている。両方の砂礫の平均粒径と偏差が異なっているためかそれとも測定困難に起因する誤差のためか，不明である。

2. きれたガンマ分布に基づく移動量の表現

前節に示した掃流砂礫量の式はμのガンマ分布に基づいている。これはZeroに非常に近いμの粒子が存在することを意味する。球について考えれば2つの球が垂直に一点接触している状態できわめて不安定である。頂高分布を見ると〔4〕，非対称つりがね状の左側がいく分きれている。すなわちあるμ以下の粒子は存在しない。密に配列された球列の上に1個の球をのせた3点接触状態では露出比は$\eta_0=0.816$，また$\mu=\sqrt{\frac{3}{4\eta_0^2}-1}$より$\mu$は0.355となる。前出の$\mu=K\tau_*=40\tau_*$より$\tau_*=0.0088$を得る。自然礫は種々の長，中，短径をもつが球に近いものもある割合で存在し，K_εの変化と高d/R_b値でのSc_1の変化を無視すればこの程度のτ_*値が移動限界に近いと考えられる。Paintalの実験値（文献〔2〕のFig.6）でも$\tau_*\approx0.0088$で砂礫の移動が示されている。

以上のような理由で，ガンマ分布の代りにきれたガンマ分布を用いて移動量を表わすことにする。ガンマ分布の場合と同じ方法で導けば次式を得る

$$\Phi=\frac{\pi}{6}\beta_m P'(1-\eta')\sqrt{\tau_{*a}} \qquad \cdots\cdots\cdots(2-1)$$

同様に

$$\Phi=\frac{\pi}{6}P'A'\left[(1-\eta')\sqrt{\tau_{*a}}\right]^{B'} \qquad \cdots\cdots\cdots(2-2)$$

の形におく。

ここに $P'=\int_{\mu_c}^{\mu_a} f'(\mu)d\mu=(P-P_c)/(1-P_c)$，$f'(\mu)=f(\mu)/(1-P_c)$，$P_c=\int_0^{\mu_c} f(\mu)d\mu$，$P=\int_0^{\mu_a} f(\mu)d\mu$；

$$\eta' = F_1'/P'\sqrt{\mu_a}\ ,\ F_1' = \int_{\mu_c}^{\mu_a} f'(\mu)\sqrt{\mu}\,d\mu = (F_1 - F_{1c})/(1-P_c)\ ,\ F_{1c} = \int_0^{\mu_c} f(\mu)\sqrt{\mu}\,d\mu\ .$$

実際のマサツ係数をそれぞれガンマ分布ときれたガンマ分布と仮定する場合，母数は異なるが本節での計算ではきれた分布の母数もk＝3，λ＝0.92を採用することにした。

1例として移動限界を τ_{*c} ＝0.03従って $\mu_c = K_m\tau_{*c}$ ＝1.2とし，前節と同じ資料と範囲で $\frac{\Phi}{\frac{\pi}{6}P'}$ と $(1-\eta')\sqrt{\tau_{*a}}$ の関係を示すと図－3のようになる。対数紙上で直線区間に分け，A′，B′を定めると

$0.0325 < \tau_{*a} < 0.057$ で $A' = 3.094\times10^{2}$ ； $B' = 2.467$ ……（2－3a）

$0.057 < \tau_{*a} < 0.4$ で $A' = 3.108\times10$ ； $B' = 1.812$ ……（2－3b）

$0.4 < \tau_{*a} < 10$ で $A' = 6.623\times10$ ； $B' = 2.521$ ……（2－3c）

（芦田，道上式による点群を基準）

$A' = 2.587\times10$ ； $B' = 1.640$ ……（2－3c′）

（Einstein曲線による点群を基準）

となる。（2－3a），（2－3b），（2－3c）のA′，B′と（2－2）式を用いてΦを計算すると図－4の $d_i/d_m = 1$ の曲線を得る。

混合径の場合には

$$\Phi_i = \frac{\pi}{6}P_c'A'\left[(1-\eta_i')\sqrt{\tau_{*ai}}\right]^{B'} \quad \cdots\cdots(2-4)$$

を用いる。

ここにP′iと F_i' はP′，F′₁ の計算に際し，積分上限 $\mu_{ai} = K_i\tau_{*ai}$ を，また下限 μ_c ＝一定を使用することを意味する。

前節と同様にk＝3，λ＝0.92，$K_i/K_m = (d_i/d_m)^{0.85}$，Km＝40としてΦiを計算すると図－4のようになる。全体の傾向として芦田他の図（〔3〕の図—9）と類似しているが，Φi＝0に対応する τ_{*a} 値がいく分ずれている。これは τ_{*c} 値を大きく取り，またはk，λ値を変えることによって接近させうる。τ_{*c} を0.03以下に取れば，より浅田他の実験値と低Φi範囲で接近してくる。

3. 混合径砂礫の移動限界

Egiazaroff〔1〕によれば混合径砂礫の移動限界は

$$\tau_{*ci} = u_{*ci}^2/gs'd_i = \tau_{ci}/\omega s'd_i = 0.10/\left[\lg(19d_i/d_m)\right]^2 \quad \cdots\cdots(3-1)$$

で表わされる。平均粒径のものに対しては $d_i/d_m = 1$ とした式となる：

$$\tau_{*cm} = 0.10/\left[\lg 19\right]^2 \approx 0.06 \quad \cdots\cdots(3-2)$$

ここに lg は $\log_{10}$ を意味する。

従って

$$\tau_{*ci}/\tau_{*cm} = (\lg 19)^2/\left[\lg(19d_i/d_m)\right]^2 \quad \cdots\cdots(3-3)$$

$$\tau_{ci}/\tau_{cm} = \left(\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}}\right)\left(\frac{d_i}{d_m}\right) \quad \cdots\cdots(3-4)$$

また芦田・道上は $d_i/d_m \leqq 0.4$ で（3－4）式の代りに

$$\tau_{ci}/\tau_{cm} = 0.85\ ,\quad \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = 0.85/(d_i/d_m) \quad \cdots\cdots(3-4')$$

としている。

移動限界は特定のマサツ係数の粒子に関するものと考え，本文で用いた $\mu_{ci} = K_i\tau_{*ci}$ と $\mu_{cm} = K_m\tau_{*cm}$ を等しくおくと

$$K_i/K_m = \tau_{*cm}/\tau_{*ci} \quad \cdots\cdots(3-5)$$

を得る。他方，浅田他の実験値からきめた経験式は

$$K_i/K_m = (d_i/d_m)^{C_K}\ ,\quad C_K = 0.85 \quad \cdots\cdots(3-6)$$

である。（3－5）式と（3－3）式で計算した K_i/K_m 値と d_i/d_m との関係は図－5の実線，芦田・道上の式（3－4′）によるときは点線，また（3－6）式によるときは鎖線のようになる。

（3－6）式はμ全域に対するもので，その他の式は τ_{*cm} ＝0.06で始動する粒子についてのものである。τ_{*cm} ＝0.06は $\mu_{cm} = K_m\tau_{*cm}$ ＝40 τ_{*cm} ＝2.4に，また2節での計算で用いた $\tau_{*ci} = \tau_{*cm}$ ＝0.03は μ_c ＝1.2に相当する。遮へいなしの単独の球に換算すれば露出比 η_0 はそれぞれ0.34と0.55となる。

文　　献

1. Egiazaroff, I.V : proc. A.S.C.E.91, HY.4, 1965
2. Paintal, A.S : Jour.Hyd.Res. Vol.9, No.1, 91—113, 1972
3. 芦田・道上：土木学会論報集，第206号，61—69，1972
4. 王：第19回水理講演会論文集，25—29，1975
5. 王：第30回土木学会年次講演概要集，Ⅱ部，295—296，1975

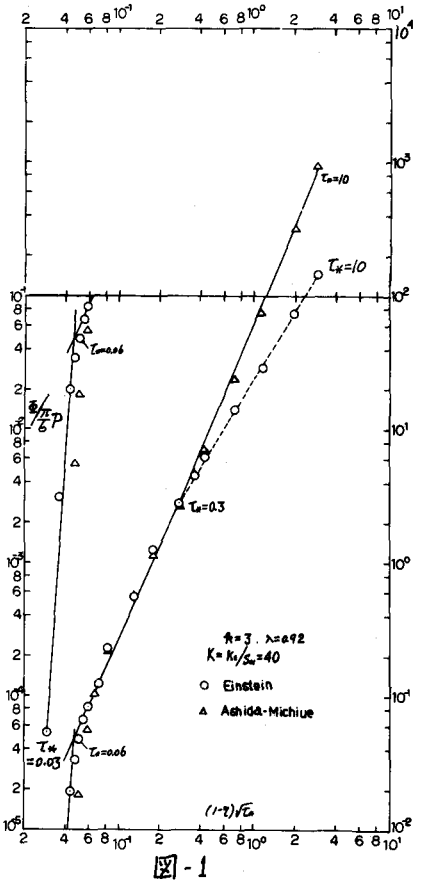


図-1

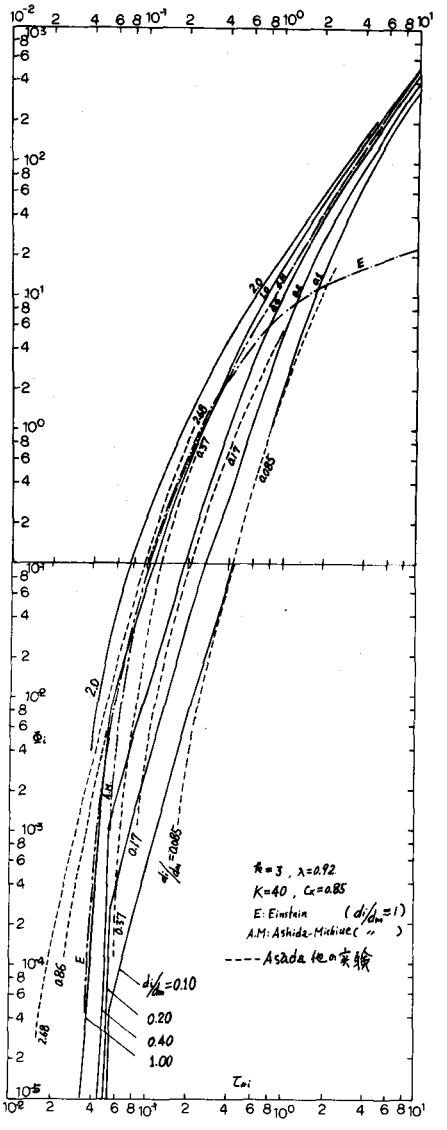


図-2

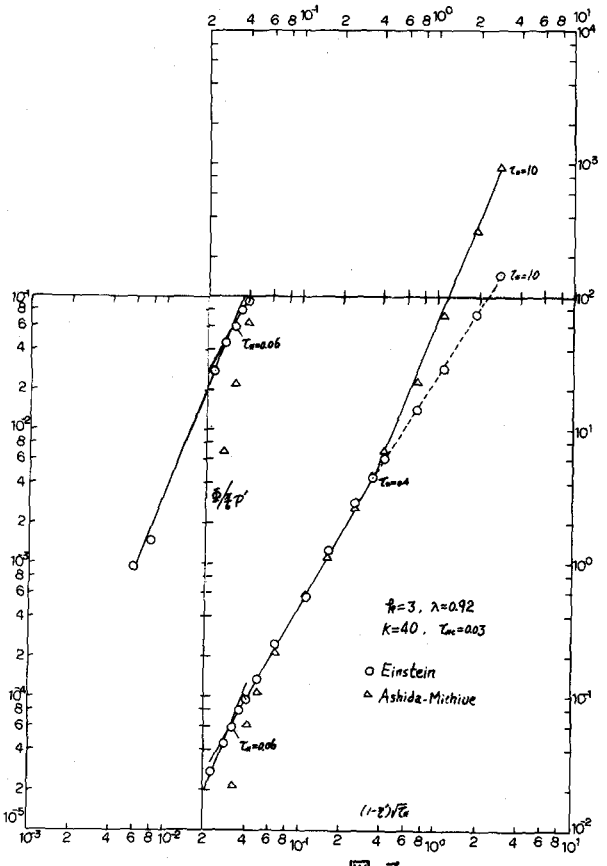

$\tau_{ci}=10$
$\tau_{ci}=1.0$
$\tau_{ci}=0.06$
$\tau_{ci}=0.4$
$\tau_{ci}=0.06$
$\Phi/\frac{\rho}{\rho_0}p'$
$(1-\xi)\sqrt{\tau_{ci}}$
$h=3,\ \lambda=0.92$
$K=40,\ \tau_{oc}=0.03$
○ Einstein
△ Ashida-Michiue

図-3

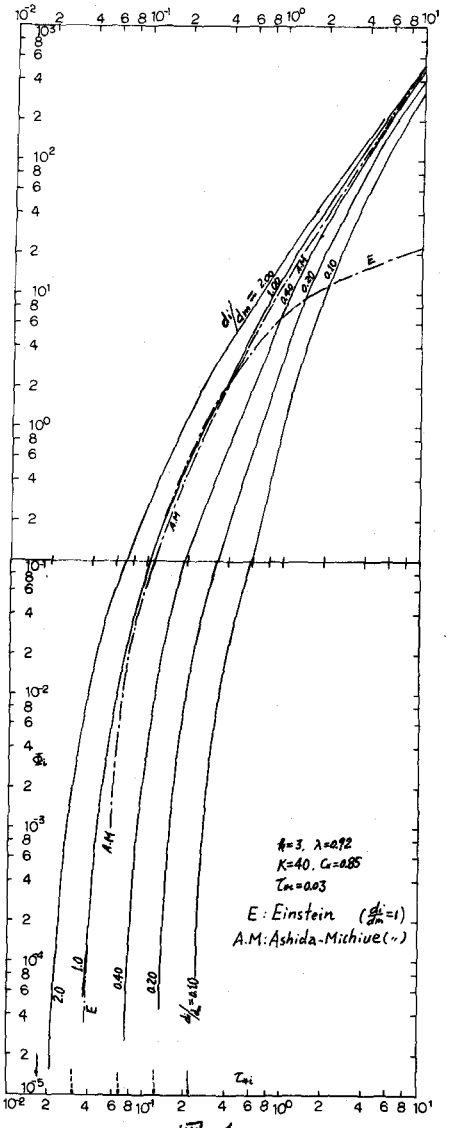

$d_i/d_m=2.00$
1.00
0.60
0.40
0.30
0.10
E
A.M.
Φ_L
$h=3,\ \lambda=0.92$
$K=40,\ C_L=0.85$
$\tau_{oc}=0.03$
E : Einstein ($d_i/d_m=1$)
A.M: Ashida-Michiue (〃)
2.0
1.0
0.40
0.20
$d_i/d_m=0.10$
τ_{ci}

図-4

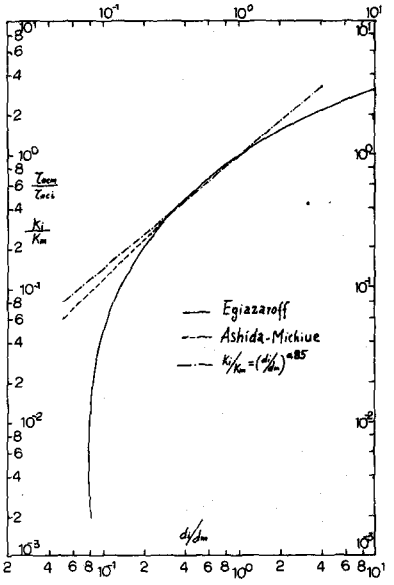
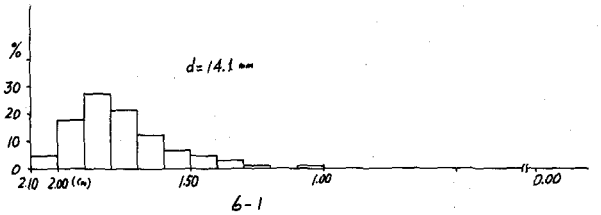
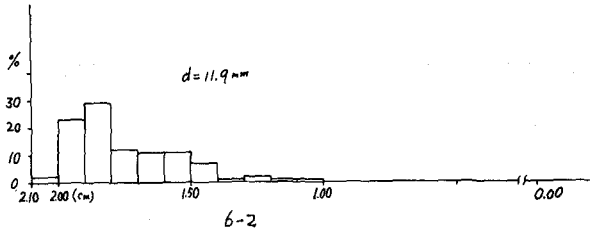

$\frac{\tau_{ocm}}{\tau_{oci}}$
$\frac{K_i}{K_m}$
Egiazaroff
Ashida-Michiue
$K_i/K_m=(d_i/d_m)^{0.85}$
d_i/d_m

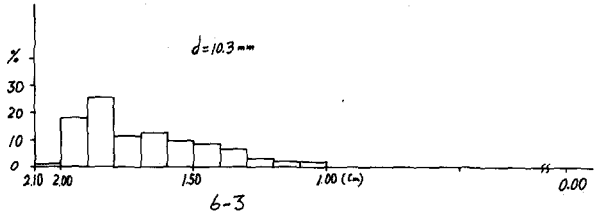
図-5



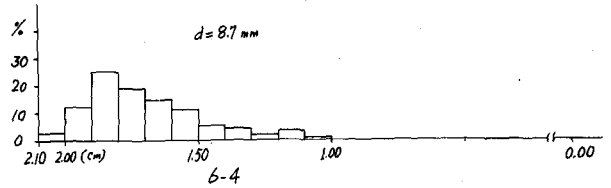
6-1



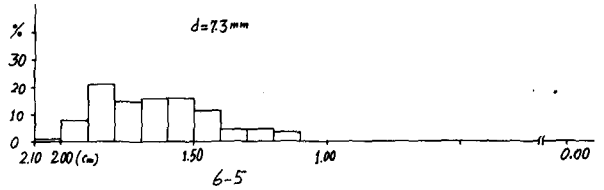
6-2



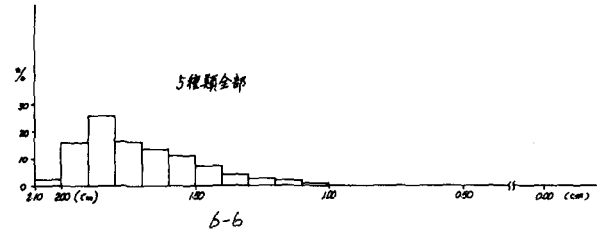
6-3



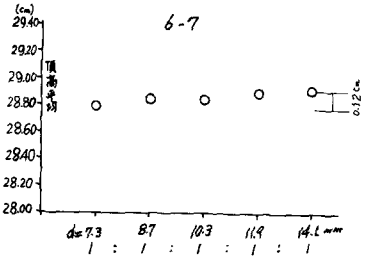
6-4



6-5



6-6



6-7

図-6