

動的感度分析法の提案と低平地洪水防禦への適用

近畿大学理工学部 正 員 江藤 剛治

1. 概説

1. 1 寝屋川水系の概要

本論文では分布パラメーター・システムに対する感度分析のための手法を提案し、低平地都市河川の洪水防禦問題を例として、実用性に関する検討を行なう。

まず寝屋川水系の洪水防禦システムを概説することにより、本手法の意義を明らかにする。

寝屋川水系は大和川の旧河道であり、徳川時代の大和川付替・明治時代の淀川付替工事ののちは、新淀川堤防、大和川堤防、生駒山系、上町台地に囲まれた低湿地河川網を形成した。その中心部はつい先年までの地下水の過剰汲上げのための地盤沈下により、河口部からはかなりの距離を有するにもかかわらず、いわゆる海拔0メートル地帯をなしている。さらに寝屋川が新淀川に合流する地点は大阪市中心部となっており、狭搾部とは言えないまでも、河道の拡幅工事等は事実上不可能となっている。これらの状況、および水系諸量は図-1、図-2に示すとおりである。

以上のごとき人為的・自然的条件により河道に沿うかなりの面積が排水効率の悪い低平湿地を成し、これらの大部分の土地は水田や蓮田等の農地として利用されてきた。

最近この低湿地帯の急激な宅地化が進み、ダメージ・ポテンシャルの増大、流出率・流出時間の変化等が重なって、日本有数の内水常襲地帯となっている。

内水常襲地帯に一般的ごとく、この流域でももはや自然流下のみによる効果的な内水排除はほとんど不可能となっている。すなわち、

- 1) 内水の寝屋川河道への排除については、洪水時寝屋川水位が堤内地盤高より高いので、ポンプ排水によらざるをえない。
- 2) 寝屋川河道の外水については、唯一の流下口である旧淀川との合流部の河積が拡大不能であること、河床勾配が非常に小さいことにより、自然流下流量には限界がある。

よって現在大阪府土木部都市河川課の手で進められている工設計画では、内水の人為的コントロールが大きな特徴となっている。すなわち、

- 1) 第一寝屋川上流部から、寝屋川導水路を経て260 m³/s、下流部からは城北運河を経て毛馬ポンプ場より200 m³/s、いずれも淀川へ強制排水する。
- 2) 流域中上流部2地点に治水緑地（遊水池）をもうけて、それぞれ100～300 m³/sのピーク流量カットを行なう。
- 3) 第二寝屋川最上流端、恩智川合流点には、ループをなしている河道網の流量配分のために、可動堰が備えられている（この設備は、現計画完了時には固定化される可能性もある）。
- 4) 河口部、すなわち旧淀川河口3川（安治川・木津川・尻無川）には台風時高潮防禦のためにアーチ型

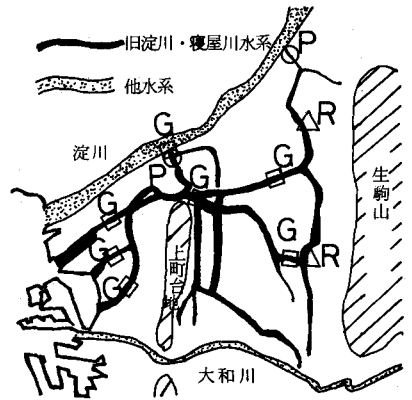


図-1 旧淀川・寝屋川水系

P：ポンプ場，G：水門，R：遊水池

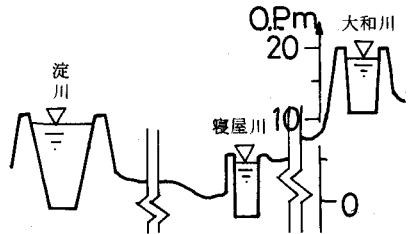


図-2 寝屋川水系南北断面図

大水門が設備されている。

5) 内水の寝屋川への排除のために、河道に沿っておもなもので数十のポンプ設備がある。

今後これらの大施設群の逐次完工にともなって、重要な技術的問題点の一つとして、全施設の統合管理問題がクローズ・アップされて来ることは容易に予想される。現状でも既に、既設の設備の操作について現場担当者は、しばしば決断を要することがあると聞く。

この場合最大の問題点となるのは、各施設の稼動が流域内各防禦地点の水量にどのような影響をおよぼすのかが簡単には予測できないことである。たとえばあるポンプ場放流量を変化させたとすると、低平地都市河川網であるがために、その影響は上下流を問わず流域全域におよぶ。まして全施設を稼動したときの特定の1施設の影響度を調べることは難問と言わざるを得ない。通常の河川の貯水池群統合管理などの場合は、この点では、ある貯水池放流量は下流方向のみへ伝達し、しかも流量さえ計算すれば準定常流仮定により水位はすぐ求まるから、問題ははなはだ簡単となっている。

筆者らは数年前よりこの問題に取り組み、このような低平地河川における水量の計算法として One - Step Lax - Wendroff 法を若干改良した数値計算手法を提案した。また寝屋川の実測水量と計算結果との比較により、この手法の精度、有効性についても確かめた。¹⁾

各施設の稼動が各防禦点の水量におよぼす影響の分析(今後、感度分析と呼ぶ)を行なうためには、原理的には、流況に影響する諸条件、すなわちポンプ排水量・排水量の時間変化率・河口潮位・潮位の時間変化率・降雨条件……などを種々変えて、それらの諸条件の各組合せに対して逐一感度分析を行なえばよい。しかしながら、このように全ての組合せに対してしらみつぶしに感度分析を行なうというのは洗練された手法であるとは言いがたいし、さらにこの場合はシステムの状態を支配する要因の組合せの数は莫大な数にのぼる。

本論文では時々刻々、その時のシステムの状態、たとえば河口潮位条件・降雨条件・河道各点水量等に応じて動的に感度分析を行なう手法を提案する。

1. 2 動的感度分析法の提案

まず本論文で取り上げた問題の基本的なシステム特性について考える。言うまでもなく非線形・非定常システムであり、さらに不都合なことには分布定数システムとなっている。このような一般的なシステムのシステム・アナリシスは非常に難しい。これを解決するために本論文では次のような手法を提案している。

1) 河道網の不定流シミュレーションを2系列について行なう。この2系列は、一方の系列の人為的操作可能な各防禦施設の水量(たとえばポンプ排水量)にガウス雑音を加えているという点を除けば全く同一の計算である。加えた雑音が入力信号となる。

2) 各防禦基準点の水量(たとえば水位)について、2系列の計算結果には当然若干の差異が生ずる。この差異を出力信号として取り出す。

3) この入力雑音がどのように増幅、減衰あるいは時差を伴って出力雑音に変換されたかを、通常の集中定数システムに対するシステム分析法の適用により解析する。

換言すれば、人為的に加えた入力雑音と出力雑音に着目して解析することにより、問題を集中定数システムに置きかえ、これに対して適当な制御工学の手法を適用して、時々刻々の感度分析を行なおうというわけである。

上記の手法に対して若干の異論もあろう。たとえば入出力雑音に関して。

4) 雑音ではなく決定論的な信号にする。

5) 人為的に雑音を加えるのではなく、システムに内在する雑音を利用する。あるいは2系列のシミュレーションを行わずとも、1系列のシミュレーションに適当な雑音を加えることにより同様の解析が可能である等。

前者については、電子計算機による系統的データ処理では、決定論的信号よりも雑音の統計的処理にする方が容易となる場合が多い。この傾向はシステム変数が増加すればするほど強くなる。

後者については、できるだけ正確な感度分析を行なうためには、十分に性質のわかった雑音を利用すべきであることは言うまでもない。また1系列から感度分析を行なうのも可能ではあるが、分析精度上の効率が悪く、2系列の場合と同等の精度を保持するためには、少くとも数倍以上の計算量が必要となる。

結論として、1)～3)に提示した手法が低平地都市河川の感度分析にもっとも適していると言えよう。

本論文ではこれら1)～3)の手順を総称して、「動的感度分析法 (Dynamic Sensibility Analysis)」と呼んでいる。これらを概念的に図-3に示している。

2. 動的感度分析の具体的な手法の例

2. 1 Modified One-Step Lax-Wendroff 法¹⁾

本論文では河道網洪水シミュレーションに対して、筆者らの提案した Modified One-Step Lax-Wendroff 法 (以後 One-Step L-W法と呼ぶ) を用いた。

ページ数の関係でこの手法に関しては概説にとどめる。

基礎式にオイラー・ベルヌイユのエネルギー方程式を用い、連続式と連立してベクトル表示すると、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{L} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} A \\ u \end{pmatrix}$, $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} Au - q_* \\ \alpha u^2 + gh(A) + gz \end{pmatrix}$, $q_* = \int_0^x q dx$,

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \cdot S_f \end{pmatrix}, S_f = -gn^2 |u| / R^{\frac{4}{3}} (A)$$

摩擦損失には Manning 型の式を用い、安定性と計算を容易にするための工夫から、横流入出流量 q は q_* なる形に変換している。また $h(A)$, $R(A)$ にはそれぞれ線形関数関係を仮定した。その定数は実際の $h \sim A$ 関係等をプロットした図より決定した。若干の連続性を仮定すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_j^{n+1} &= \mathbf{u}_j^n + \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right)_j^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right)_j^n + \dots \\ &\approx \mathbf{u}_j^n - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \left(\mathbf{F}_{j+1}^n - \mathbf{F}_{j-1}^n \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \left\{ \mathbf{J}_{j+\frac{1}{2}}^n \left(\mathbf{F}_{j+1}^n - \mathbf{F}_j^n \right) - \mathbf{J}_{j-\frac{1}{2}}^n \left(\mathbf{F}_j^n - \mathbf{F}_{j-1}^n \right) \right\} \\ &\quad + \Delta t \mathbf{L}_j^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right)_j^n - \frac{1}{4} \frac{\Delta t^2}{\Delta x} \left(\mathbf{J}_{j+1}^n \mathbf{L}_{j+1}^n - \mathbf{J}_{j-1}^n \mathbf{L}_{j-1}^n \right) \end{aligned} \quad (2)$$

右辺第5項 ($\partial \mathbf{L} / \partial t$) の計算に若干の工夫を要するのであるが、筆者の経験では右辺第5項、第6項はほとんど無視できるほど小さいと言えるようである。

安定条件は C-F-L 条件に一致する。

また分合流部・上下流端境界条件などは、流況が完全な常流であることを考慮して以下の条件を用いた。

- 1) 連続式の Box 型差分式を用いた。また、
- 2) 下流端では水位を与え、上流端では流量を与えた。
- 3) 分合流部では水位連続・流量連続条件を用いた。

以上の Modified One-Step L-W 法の実用上の精度・適用性については参考文献1) に詳しい。

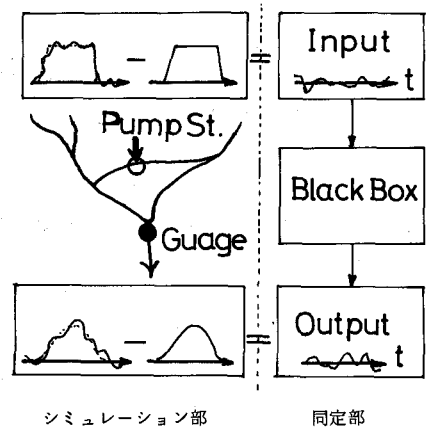


図-3 動的感度分析法説明

2. 2 感度分析法 (パラメーター同定法)

問題は 入力雑音がどのように増幅あるいは減衰し、また時間遅れを伴って防禦地点の雑音に変換されるかを解析することである。雑音成分のみを比較することにより、解析対象システムは既に集中定数系におきかえられているから、これに対しては制御工学の適当な手法を用いればよい。たとえば日野によって土木工学に導入された Kalman の理論にもとづく同定法²⁾などが考えられる。Kalman の理論の水文学における日野の用い方は以下のようである。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{d} & (3) \\ \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{M} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{e} & (4) \end{cases}$$

として、 $\mathbf{x}_k$ を同定すべきパラメーター、 Φ が k ステップから $(k+1)$ ステップに移行するときの $\mathbf{x}_k$ の遷移状態を支配するマトリックス、 $\mathbf{y}_{k+1}$ は観測量ベクトル、および $\mathbf{M}$ は $\mathbf{x}_{k+1}$ から $\mathbf{y}_{k+1}$ への変換マトリックスとともに既知である。さらに Φ については定常性を仮定して $\Phi = \mathbf{I}$ とおいている。水文学でもっとも興味深いのは、色々な条件に対して $\mathbf{x}$ がいかに変化するか、すなわち Φ の内容にむしろ興味があるのであるが、事前に Φ に関する情報を得ることは難しいと考えられ、 $\Phi = \mathbf{I}$ とおくのもある意味では止むを得ない。しかしながらこの場合は非定常性・非線形効果等は(4)式中に漠然と含まれることになり、実際の現象とは若干ギャップがあると言う印象は拭いきれない。

言うまでもなく日野の論文は確かにすばらしい成果であるが、上記のごとき問題点もないとは言えないので、本論文では(3)式を考えず、(4)式のみにより逐次 $\mathbf{x}_k$ の値を同定・修正するという立場をとった。このことにより1ステップあたりのパラメータ同定効率は落ちるかもしれないが、後述のごとく、本論文の場合は十分な資料数を利用することができるので、このような効率、たとえば推定パラメーターの真のパラメーターに対する時間追従性等はほとんど問題にならないと考えられる。むしろ、いくつかの独立性の仮定等が緩和され、また計算量もずっと少なくなるので、実用的には以下の手法の方が有効となる場合も多いであろう。むしろ Kalman の理論を適用したとしても、動的感度分析法の基本的な概念にかわりはない。

いま $\mathbf{y}$ を出力雑音ベクトル、 $\mathbf{x}$ を入力雑音マトリックス、 $\mathbf{a}$ をその変換ベクトル (同定すべきパラメーター、感度を表わす係数)、 $\mathbf{e}$ を $\mathbf{x}$ から $\mathbf{y}$ への変換において新たに加わるシステムに雑音、 $\mathbf{B}$ をその係数行列とすれば、

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}\mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{e} \quad (5)$$

ここに、

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1l} \\ x_{21} & x_{22} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{ml} \end{pmatrix}, \mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_l)^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & b_m \end{pmatrix}, \mathbf{e} = (e_1, e_2, \dots, e_m)^T$$

いま $\mathbf{a}$ の近似値を $\mathbf{a}' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_l)^T$ 、最確値を $\hat{\mathbf{a}} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_l)$ とし、 $\mathbf{a} \approx \hat{\mathbf{a}}$ 、 $\mathbf{y} \approx \hat{\mathbf{y}}$ とすれば、

$$\mathbf{y}' = \mathbf{x}\mathbf{a}' \quad (6) \quad \text{また} \quad \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{x}\hat{\mathbf{a}} + \mathbf{B}\mathbf{e} \quad (7)$$

$$\text{ここに} \quad \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{y}', \quad \tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a} - \mathbf{a}' \quad (8)$$

同定すべきパラメーター数は $\mathbf{a}$ が l 個、 $\mathbf{e}$ が m 個で合計 $(m + l)$ 個、一方条件式の数は $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$ として m 個であるから、必ず条件式不足となる。よって $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{e}$ の値は任意となってしまう。ここでは $(\sum \tilde{a}_i^2 + \sum e_j^2)$ を最小とするという条件から $\tilde{\mathbf{a}}$ を同定した。

これはたとえば推定すべき量 $\mathbf{a}$ の修正量 $\tilde{\mathbf{a}}$ の 2 乗和を最小にすることと解釈できる。

未定乗数 λ を用いて極値条件を定式化すると、

$$\begin{cases} \mathbf{g} = \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{a}}^T \tilde{\mathbf{a}} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}) - \varphi^T \lambda \\ \varphi = -\tilde{\mathbf{y}} + \mathbf{x} \tilde{\mathbf{a}} + \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon} \end{cases} \quad (9)$$

のとき、

$$\varphi = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{a}} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = 0 \quad (10)$$

計算し整理すること、

$$\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{x}^T (\mathbf{x} \mathbf{x}^T + \mathbf{B}^2)^{-1} \tilde{\mathbf{y}}, \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}' + \tilde{\mathbf{a}} \quad (11)$$

(11) 式で $\mathbf{x}^T (\mathbf{x} \mathbf{x}^T + \mathbf{B}^2)^{-1}$ が Kalman の理論のカルマン・ゲインに相当するものである。カルマン・ゲインは、

$$\mathbf{K}_{k+1} = (\mathbf{P}_{k+1} | \mathbf{x}^T) (\mathbf{x} \mathbf{P}_{k+1} | \mathbf{x}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (12)$$

である。ただし(4)式の $\mathbf{M}$ が(12)式の $\mathbf{x}$ と同じものであり、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{R}$ はそれぞれ雑音 δ 、 ε の共分散行列である。

(11) 式はカルマン・ゲインで $\mathbf{P}_{k+1} | \mathbf{x} = \mathbf{I}$ とおいた場合と形式的に一致している。

実際には次の手順で同定する。

- 1) k ステップで求めた $\mathbf{a}$ を $(k+1)$ ステップでの近似値 $\mathbf{a}'$ とし、これと(6)式より $\mathbf{y}'$ を求める。
- 2) $(k+1)$ ステップの実測の $\mathbf{y}$ の値と $\mathbf{y}'$ から $\tilde{\mathbf{y}}$ を求め、これと $(k+1)$ ステップの実測の $\mathbf{x}$ を用いて(11)式より $\tilde{\mathbf{a}}$ 、 $\mathbf{a}$ を求める。

3. 計算例

図-4 に示すモデルについて実用性検証のための計算を行なった。すなわち計 6 本の河道と、3 個の合流点よりなる河川網に対し、河口から潮汐振動が遡上し、上流側の 1 本の河道からは外水が流下し、中流部にはポンプによる強制的な内水排除がポイントソースとして入って来る。

$\mathbf{a}$ の同定の詳細について述べる。

- 1) 入力雑音は上流からの洪水流量、ポンプ排水量に対して加えた。出力雑音は図-4 の A、B、C 3 点の水位について検出した。
- 2) $\mathbf{a}$ を求めるための時間単位は、人為的ポンプ操作・ゲート操作等の応答性を考慮して、仮に 20 分としてみた。差分計算の時間差分単位は $\Delta t = 100 \text{ sec}$ であるから、 $20 \text{ 分} \times 60 / 100 = 12$ より、連続する 12 個の雑音の平均値を $\mathbf{x}_k$ 、 $\mathbf{y}_k$ とした。
- 3) また計算時点より 1 時間前までの人為的操作が河道水位に影響するとして、 $\mathbf{x}_1$ は 0 ~ 20 分前、 $\mathbf{x}_2$ は 20 ~ 40 分、 $\mathbf{x}_3$ は 40 分 ~ 1 時間前までの雑音の平均値を用いた。すなわち $l = 3$ である。

さらにデータをより有効に利用して、同定の効率を上げるために、つぎのような工夫をした。図-5 に示すごとく

$$\mathbf{x}_k = (\Delta Q_n + \Delta Q_{n-1} + \cdots + \Delta Q_{n-11}) / 12 \quad (13)$$

とし、 $\mathbf{x}_{k+1}$ は、時間差分ステップ $(n+1)$ に新たに与えられる雑音 ΔQ_{n+1} を加え、 ΔQ_{n-11} を除いたもの、すなわち

$$\mathbf{x}_{k+1} = (\Delta Q_{n+1} + \Delta Q_n + \cdots + \Delta Q_{n-10}) / 12 \quad (14)$$

とした。 y_k についても同様の操作により得られたデータを用いた。当然 x_k と x_{k+1} 、 y_k と y_{k+1} の間には非常に強い相関関係が生じ、 x_{k+1} 、 y_{k+1} の新たなデータとしての有効性は小さくなるが、データ数の増加により、 α の同定効率はかなり改善される。

ΔQ_n については、差分計算の発散要因とならないように、また差分計算過程の数値減衰や、12 個の平均値を取ることににより x_k 、 y_k の絶対値が小さくなって検出不能となることを防ぐために、強い自己相関係数 ρ を与えた。具体的にはポンプ排出流量のピーク流量 $Q_p = 200 \text{ m}^3/\text{sec}$ に対して、 $\overline{\Delta Q_n} = 0$ ，

$$\sqrt{\text{Var}(\Delta Q_n)} = 20 \text{ m}^3/\text{s}, \rho(\Delta Q_n, \Delta Q_{n+1}) = 0.9 \text{ とした。}$$

B については仮に $b_j (j=1 \cdots m) = 4.0 \text{ m}^2/\text{s}$ とした。

α に関する計算結果の例を図-6 に示す。紙数の関係で詳細な検討は割愛するが、たとえば、c 点の水位について、ポンプ排出量が少く、水面形が潮位による塞上げ状態のときは、排出量変動が水位変化におよぼす影響は小さいが、排出量が増加して、水面勾配が大きくなると、排出変動がより強く水位に影響すること等がわかる。むろん雑音の伝播時間等是一目瞭然である。

最後に α の同定のための計算時間は、差分シミュレーションに要する計算時間に比し、無視できるほど短かった。通常の手法が、河口潮位条件、降雨条件等の種々の条件の組合せに対して、人為的操作の影響を逐一シミュレートする、すなわち、組合せ回数だけの差分シミュレーションを必要とすることを考えれば、本手法が既往の一般的手法に比較して、決定的に有効な手法であることが結論づけられたと言えよう。

〔謝 辞〕 本研究は「文部省科学研究費自然災害特別研究：流域の都市化に伴う洪水流出形態の変化予測（代表者：京都大学角屋教授、昭和49年度、50年度）」の補助により行なわれた。

本研究の遂行にあたっては終始大阪大学室田教授よりの適切な助言を頂いた。また近畿大学大学院学生西村克己君には研究全般にわたって協力して頂いた。以上記して謝意を表する次第である。

〔参考文献〕 1) 室田明・神田徹・江藤剛治：都市河川の洪水追跡手法について、第17回水理講演会講演集、1973年2月。

2) 日野幹雄：水文流出予測へのカルマン・フィルター理論の適用、土木学会論文報告集、第221号、1974年1月。

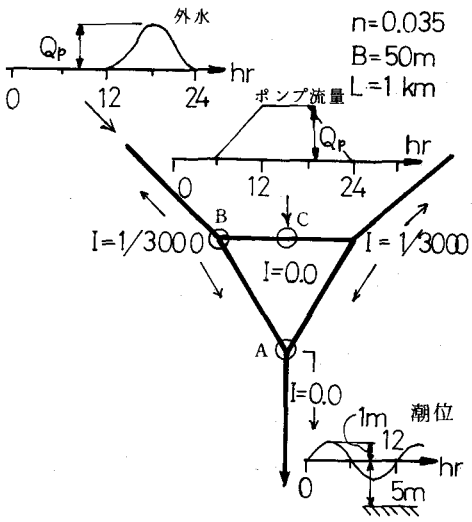


図-4 計算例概略図

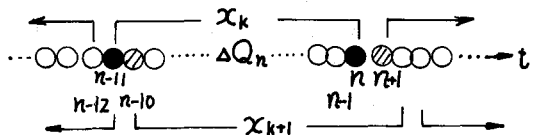


図-5 入力雑音説明図

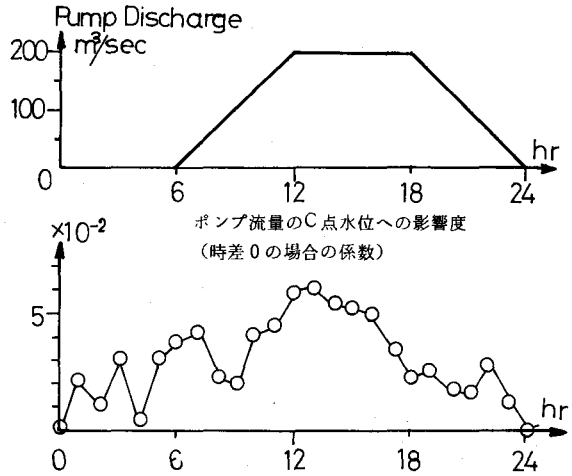


図-6 計算結果例