

## 非線形流出系の理論解析について

東京工業大学工学部 正会員 日野幹雄

同 同 ○砂田憲吾

同 学生員 瀧岡和夫

### 1. はじめに

水文学における最近の進展は、大別して Dynamic hydrology と Stochastic hydrology の二つの立場からなされてきたと言えるであろう。Dynamic hydrology は、降雨流出の基本的要素としての流体運動を力学法則に基づいて客観的に記述するもので、現象の本質を把握するためにはより有効である。しかし、流域系全体を包括的に理解すること、また実用的な面からは必ずしも十分ではない。一方、Stochastic hydrology は、実際の流域の全体的な諸特性の把握にすぐれているが、black box 的思考方法のゆえ、データ自身を説明し得ないという難点がある。筆者らは、水文学における上述の二つの立場を二者択一的に分離して優劣を云々するのではなく、流出の非線形性について、Dynamic hydrology による質的な理解を基礎として、Stochastic hydrology との融合を推し進めたいと考えるものである。また、流出現象の複雑さは流出系の非線形性に起因しており、水文現象の確率性とともに問題解決を困難にしており、この面を中心とした研究の重要性が大きい。

本論文は、日野・前田<sup>1)</sup>の降雨変動の流出に及ぼす影響、吉川・日野・四俵・水村<sup>2)</sup>の変動降雨による非線形流出系の解析、日野<sup>3)</sup>の流出の非線形性についての解析等上述の立場に基づく一連の研究に続くものである。前半では、一定こう配をもつ斜面に変動降雨が生じている場合の斜面下流端での流出変動およびそれを横流入とする河道での流出変動を検討した。通常、流域に一様な降雨が生ずるのはまれであるから、ここでは河道に沿って移動する降雨を考えた。基礎方程式は当然非線形であるが、変動成分に関する線形化を行なった。さらに、極端な場合として、流体の抵抗則を線形則で置き換えて解析してみた。こうした操作は、現象の量的な面には多少の歪を与えるであろうが、質的な面には本質的な変化を来たさないであろう。それにより水文現象の実体の把握ができれば、量的な面に多少の歪を与えるという欠点を補って余りあると考えられる。降雨が時間変動のみの場合は、すでに文献2)で得られている。本論ではその結果を用い、水位変動の遅れおよび振幅に対する移動降雨や流域特性量の影響を調べた。後半では、入力(降雨強度)と出力(水深)を不規則変量と考え、系の基礎方程式によって入力と関係づけられる出力をC.M.W. 展開したときの、その非線形核を求める試みた。すなわち、ここでは単なる Stochastic な実測データによってではなく、系の物理性を考慮して理論的に非線形核を求め、現象の質的理解を一層深めようとした。

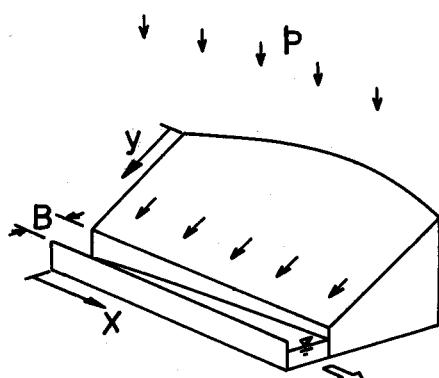
### 2. 変動降雨による流出

#### 1) 基礎方程式

Fig.1 に示されるような流域モデルで斜面、河道のそれぞれに対する連続および運動の方程式は、次式である。

$$\begin{cases} \text{(斜面)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial q_1}{\partial y} = p \\ q_1 = \alpha h_1^M \end{array} \right. \\ \text{(河道)} & \left\{ \begin{array}{l} B \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \cdot B \\ Q = \beta \cdot h_2^N B \end{array} \right. \end{cases}$$

$$q = q_1 \quad (y = y_0)$$



ここで、 $t$  : 時間,  $y, x$  : それぞれ斜面、河道の上流端

からの距離,  $B$  : 河道の幅,  $q_1$  : 斜面での単位巾当たり流量,

$Q$  : 河道流量

Fig. 1

$p$  : 降雨強度,  $q$  : 単位長さ当たりの横流入量,  $h_1, h_2$  : 斜面または河道での水深  
 $\alpha, \beta, M, N$  : 抵抗則に関する係数であり, それぞれマニング則に従うとすれば, こう配を  $I$  として,  
 $\alpha = \sqrt{I_1}/n_1, \beta = \sqrt{I_2}/n_2, M = N = 5/3$

上式より斜面および河道について形の同じ次式を得る。

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \alpha M h_1^{M-1} \cdot \frac{\partial h_1}{\partial y} = p \quad (\text{斜面}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \beta N h_2^{N-1} \cdot \frac{\partial h_2}{\partial x} = q \quad (\text{河道}) \quad (2)$$

$$B \cdot q = q_1 \quad (y = y_0) \quad (3)$$

## 2). 斜面流

斜面流については(1)式を用いるが, このとき降雨による入力と, 出力としての水深  $h_1$  を, 定常成分と変動成分とに分けて,

$$p = p_0(y) + p'(y, t), \quad h_1 = h_{10}(y) + h'_1(y, t) \quad (4)$$

とおく。  $h'_1 \ll h_{10}$  として高次の微小項を省略すれば,  $h'_1$  に関する線形方程式(5)を得る。

$$\frac{\partial h'_1}{\partial t} + \alpha M \cdot h_{10}^{M-1} \cdot \frac{\partial h'_1}{\partial y} + \alpha M(M-1) \cdot h'_1 \frac{\partial h_{10}}{\partial y} = p' \quad (5)$$

ここで, 定常成分  $h_{10}$  は,  $p_0(y) = p_0 = \text{const}$  のとき, (6)式となる

$$h_{10}(y) = \left( -\frac{p_0 y}{\alpha} \right)^{1/M} \quad (6)$$

(5), (6)より, 降雨の変動が  $p' = a \cdot \cos \omega t$  の場合の  $h'_1$  は先に<sup>1)</sup> 得られており, 減衰項を省略して,  $M = 2$  とすれば(7)式となる。

$$h'_1 = \frac{a}{\omega} \sqrt{\frac{\alpha p_0}{\omega^2 y}} + 1 \cdot \cos(\omega t - \theta_1) \quad (7)$$

$$\text{ただし}, \theta_1 = \tan^{-1} \left( \omega y / \sqrt{\alpha p_0} \right) \quad (8)$$

ここで  $\varphi^2 = \omega^2 y / \alpha p_0$  とおけば,  $\theta_1 \sim \varphi$  のグラフは Fig. 2 のようになる。  $\varphi$  が小さい場合には, 斜面長を  $y = l$  と置いて遅れ時間  $T_l$  は

$$T_l = \frac{\theta_1}{\omega} \approx \left( \frac{n}{p_0} \cdot \frac{l}{\sqrt{I_1}} \right)^{-1} \quad (8 \cdot a)$$

となり, 遅れ時間に関する経験式<sup>8)(9)</sup>あるいは特性曲線式<sup>7)</sup>と同様な式が別に理論的に導かれる。

## 3). 河道

いま, 斜面長を  $y_0(x) = l = \text{const}$  とおけば, 河道単位長さ当たりの斜面末端流量は,

$$B \cdot q = \alpha h_1^2 = \alpha (h_{10} + h'_1)^2 \approx \alpha h_{10}^2 + 2 \alpha h_{10} \cdot h'_1$$

である。これより, 河道における横流入量は(3)式を用いて,

$$q = q_0 + q' = \frac{a}{B} h_{10}^2 + G \cdot \cos(\omega t - \theta_1) \quad \text{ただし}, G = \frac{2a}{B\omega} \sqrt{\alpha P_0 l \left( \frac{\alpha p_0}{\omega^2 l} + 1 \right)} \quad (9)$$

河道に対する基礎方程式(2)は, 斜面の場合と全く類似な形をしているので, 同様な解析を施せば, 若干の計算ののち, 変動横流入  $q'(t)$  に対する河道水位変動  $h'_2(t)$  が(10)式のように得られる。

$$h'_2 = R \cdot \cos(\omega t - (\theta_1 + \theta_2)) \quad (10)$$

ただし

$$R = \frac{G}{\omega} \sqrt{\frac{\beta q_0}{\omega^2 x} + 1} = \frac{2a \sqrt{\alpha p_0 l}}{B \omega^2} \sqrt{\left(\frac{\alpha p_0}{\omega^2 l} + 1\right) \left(\frac{\beta p_0 l}{\omega^2 B x} + 1\right)}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\omega \sqrt{x}}{\beta q_0} \right) \quad \text{故に (8-a) と同様に } T_L \cong \left( \frac{n_1}{p_0} \cdot \sqrt{\frac{l}{I_1}} \right)^{1/2} + \left( \frac{n_2}{q_0} \cdot \sqrt{\frac{x}{I_2}} \right)^{1/2} \quad (11)$$

(10)(11)式より時間変動降雨の強度、周期および斜面長、粗度が河道末端の水位変動、遅れ時間に及ぼす影響が解る。

#### 4). 移動降雨による流出

前節では非常に単純化された変動降雨、すなわち降雨については空間的に一様なモデルで、斜面、河道の水位変動を調べた。そこでは、斜面はもちろん、河道にも横流入の降雨に対する時間遅れはあっても場所的流入変動はなかった。ここではさらに、Fig.3 に表わされるようなモデルを検討する。降雨域が河道軸に沿って移動するこのモデルは、より実際の現象に近いものであるが、河道への横流入の場所的変動を考慮する必要があり、この場合には、(7)式を導く過程で使われた周波数応答関数を解析的に求めるのが困難となる。(1), (2)式を鳴<sup>4)</sup>木下らは差分法により、高橋ら<sup>5)</sup>は特性曲線法を用いて数値計算により解いている。

ここでは、降雨の変動が  $y$  方向に一様とした場合に、斜面については前節の結果が応用できることに着目し、河道に対する基礎方程式(2)を用い解析的解法を試みる。変動降雨が  $p' = P_1(x) \cdot P_2(t)$  で表わされるような場合は、方程式の線形性から、降雨強度に斜面について一定となる  $P_1(x)$  を導入すればよいからである。

横流入の変動  $q'(x, t)$  が与えられたとし、(2)式において  $N = 2$  とすると、(5)式に対応する  $h = h'_2(x, t)$  に関する線形方程式は(12)式となる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + f_1 \frac{\partial h}{\partial x} + f_2 h = q' \quad (12)$$

ただし

$$f_1 = 2\sqrt{\beta q_0} \cdot x^{1/2} \quad f_2 = \sqrt{\beta q_0} \cdot x^{1/2} \quad (13)$$

ここで、解を Fourier series に展開して、

$$h = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n(t) \cdot \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n(t) \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \right\} \quad (14)$$

とおき(12)式に代入すると、展開係数が  $x$  の関数となる項が残るため、さらに係数を展開しその項を  $m$  で示すと、

$$\begin{cases} C_{n,m}^1 = \frac{1}{L} \int_0^{2L} \left( \frac{n\pi}{L} \cdot f_1 \cdot \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \cos \frac{m\pi x}{L} dx, & D_{n,m}^1 = \frac{1}{L} \int_0^{2L} \left( \frac{n\pi}{L} f_1 \cos \frac{n\pi x}{L} \right) \cos \frac{m\pi x}{L} dx \\ E_{n,m}^1 = \frac{1}{L} \int_0^{2L} \left( f_2 \cos \frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \cos \frac{m\pi x}{L} dx, & F_{n,m}^1 = \frac{1}{L} \int_0^{2L} \left( f_2 \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \cos \frac{m\pi x}{L} dx \\ C_{n,m}^2, D_{n,m}^2, E_{n,m}^2, F_{n,m}^2 \quad \text{はそれぞれ対応する項の } \cos \frac{m\pi x}{L} \text{ を } \sin \frac{m\pi x}{L} \text{ で置きかえたもの,} \end{cases}$$

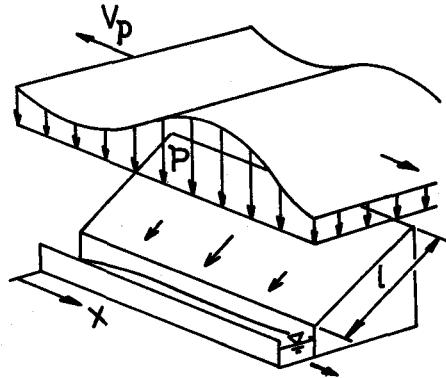


Fig. 3

なる係数を用いて(12)式は(15)式となる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_n \left( \dot{a}_n \cos \frac{n\pi x}{L} + \dot{b}_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \\
 & - a_n \sum_{n,m} \left( C^1_{n,m} \cos \frac{m\pi x}{L} + C^2_{n,m} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) + b_n \sum_{n,m} \left( D^1_{n,m} \cos \frac{m\pi x}{L} + D^2_{n,m} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) \\
 & + a_n \sum_{n,m} \left( E^1_{n,m} \cos \frac{m\pi x}{L} + E^2_{n,m} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) + b_n \sum_{n,m} \left( F^1_{n,m} \cos \frac{m\pi x}{L} + F^2_{n,m} \sin \frac{m\pi x}{L} \right) \\
 & = \sum_n \left( \alpha_n \cos \frac{n\pi x}{L} + \beta_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)
 \end{aligned} \tag{15}$$

ただし、

$$a_n(t) = \frac{1}{L} \int_0^{2L} q'(x, t) \cos \frac{n\pi x}{L} dx, \quad \beta_n(t) = \frac{1}{L} \int_0^{2L} q'(x, t) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

(15)式は結局次のような  $a_n(t)$ ,  $b_n(t)$  に関する連立微分方程式となる。

$$\left[ \begin{array}{cccc|cccc|c} D+Q_{1,1} & Q_{1,2} & \cdots & R_{1,1} & R_{1,2} & \cdots & a_1 \\ Q_{2,1} & D+Q_{2,2} & \cdots & R_{2,1} & R_{2,2} & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hline \bar{Q}_{1,1} & \bar{Q}_{1,2} & \cdots & D+\bar{R}_{1,1} & \bar{R}_{1,2} & \cdots & b_1 \\ \bar{Q}_{2,1} & \bar{Q}_{2,2} & \cdots & \bar{R}_{2,1} & D+\bar{R}_{2,2} & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \end{array} \right] = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{16}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{d}{dt}, \quad Q_{i,j} = E^1_{i,j} - C^1_{i,j}, \quad R_{i,j} = D^1_{i,j} + F^1_{i,j} \\
 \bar{Q}_{i,j} &= E^2_{i,j} - C^2_{i,j}, \quad \bar{R}_{i,j} = D^2_{i,j} + F^2_{i,j} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned}$$

(16)式の右辺は、  $q'(x, t)$  に對して決まる。ここでは Fig. 3 を参照して、まず移動降雨を次のように与える。

$$q'(x, t) = Re [a \cdot e^{ikx} \cdot e^{i\omega t}] = a \cos(kx + \omega t) \tag{17}$$

すると、 $x = x$  における斜面末端流量は、(9)式を導く場合と同様な手順を経て、 $q'$  が(18)のようになる。

$$q' = G \cos(kx + \omega t - \theta_1) \tag{18}$$

いま、(17)式の形の移動降雨が斜面方向に生じる場合は、(16)式から少數項での近似解は  $t \rightarrow \infty$  で次式となる。

$$h'_1 = g_1 \cos(\omega t - \delta_1) \cos ky + g_2 \sin(\omega t + \delta_2) \sin ky$$

$$\text{ここで, } g_1 = a \sqrt{G_{11}^2 + G_{12}^2} / R, \quad g_2 = a \sqrt{G_{21}^2 + G_{22}^2} / R, \quad \delta_1 = \tan^{-1}(G_{12}/G_{11}), \quad \delta_2 = \tan^{-1}(G_{21}/G_{22})$$

$$G_{11} = 10\lambda(11\lambda^2 + \omega^2 - 11\lambda\omega), \quad G_{12} = 1100\lambda^3 + \omega^3 - 99\lambda^2\omega - 10\lambda\omega^2$$

$$G_{21} = 1100\lambda^3 + \omega^3 - 10\lambda\omega^2, \quad G_{22} = -1100\lambda^3 + 110\lambda^2\omega - \lambda\omega^2$$

$$R = (\lambda^2 - \omega^2)^2 + (11\lambda\omega)^2, \quad \lambda = \sqrt{\alpha k p_0} / \pi$$

これより、斜面流についてだけ考えた場合の水位変動成分の遅れ時間も求まる。

さて、実際の計算では、河道長( $L_R$ )と河道末端流速を用いての到達時間( $T_R$ )とで無次元化を行ってい

るが、次元を付して計算の基準の範囲を示せば次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{河道長 } L_R &= 1.5 \text{ km}, & \text{斜面長 } l &= 1.5 \text{ km}, & \text{定常降雨強度 } p_0 &= 50 \text{ mm/hr}, & \text{河道幅 } B &= 10 \text{ m} \\ \text{河道こう配} &= 0.02, & \text{斜面こう配} &= 0.2, & \text{変動降雨強度 } a &= 10 \text{ mm hr} \\ \text{河道粗度係数} &= 0.04, & \text{斜面粗度係数} &= 0.4, & \text{雨域移動速度 } \omega/k &= 2.78 \text{ m/sec} = 10 \text{ km/hr} \end{aligned}$$

これらをもとに計算した結果の一部は、Fig.4 のようになる。Fig.4 では河道各点、各時刻での水位変動を示している。Fig.4 (a)(b) では、降雨移動の向きが下流に、(c) では同じ速さで上流に向う場合である。等高線の曲線から、水位変動波の到達速度が変化している様子がよく解る。 $t = 0$  で  $h' = 0$  とした初期条件の影響は比較的早い時期に解消されている。一様変動降雨の場合に得られたように、水位変動は流下距離と共にその振幅が減少する。(a) ではこの減少を補う形で降雨が下流に移動している。

(c) はその逆であり、上流から流れ下る水位変動に合う形で変動入力が加わる。增幅される位置は決まったものではなく、流域内にある雨域の波数と移動速度および流域特性により決まる。

Fig.5 は、河道下端および中途地点における流量について、移動速度との関係を示している。他の条件を等しくとり、 $\omega$  を変えた場合、まず下流に移動する雨では  $\omega$  が大きくなると、流量変化は小さくなる。これは、前節でも得られた結果である。一方、上流に移動する降雨については、必ずしもそうとは云えない。なぜなら、前述したような、河道流量変動と入力変動との出会いの点が、観察地点にあるかも知れないのである。しかしながら、このことは一般に  $\omega$  が小さい場合で、 $\omega$  がある程度大きくなると、斜面流と河道流のそれぞれを流下する間に、かなり減衰が進行するので、問題とならなくなる。

Fig.6 は、移動速度と遅れ時間との関係を示したものである。計算では  $\omega \rightarrow 0$  に対しては、横流入量が増幅され  $x = 0$  附近では、境界条件  $h_{20, x=0} = 0$  とおくような場合、 $h_2 = h_{20} + h'_2 < 0$  となることがあり不合理となる。従って  $|\omega| > \omega_0$  について調べたものであり、 $\omega/k$  が負（下流へ移動）の場合、移動速度と共に河道のみの遅れ時間  $T_{LR}$  は小さくなっている。

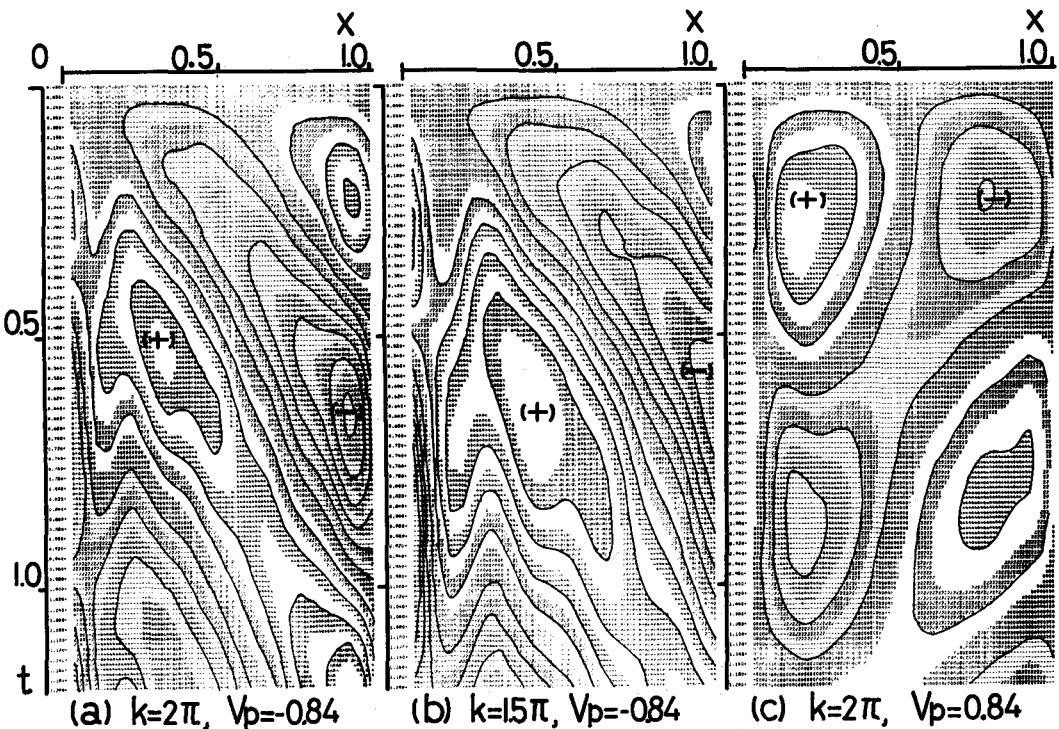


Fig.4 河道の水面変動 ((14)式で  $n=5$ まで)

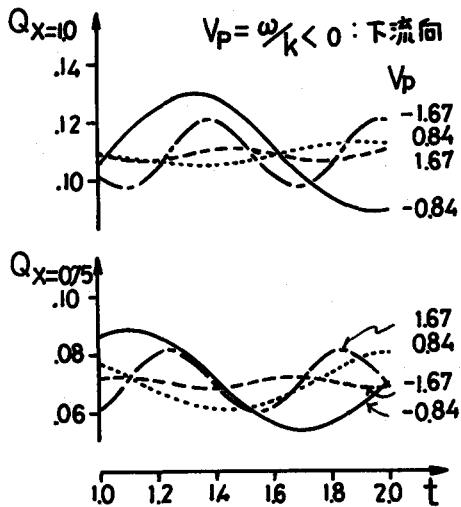


Fig. 5

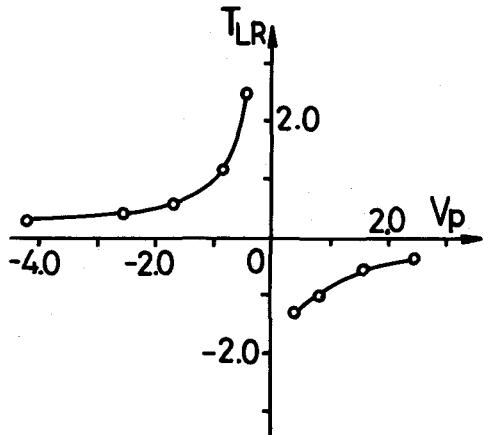


Fig. 6 遅れ時間(河道)

### 3. 非線形流出核の理論的誘導<sup>3)</sup>

ここでは、理想化された一定こう配の流域に、空間的に一様な降雨がある場合を考える。基礎方程式としては、あらためて、次に示すような連続式と一般的な型の抵抗則を用いる。そうすると、式(19)を得る。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = p(x, t) \quad , \quad q = uh = ah + bh^2 + ch^3 + \dots$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (a + 2bh + 3ch^2 + \dots) \frac{\partial h}{\partial x} = p(x, t) \quad (19)$$

いま、流出系への入力  $p(x, t)$ 、出力  $h(x, t)$  を不規則変量とみて、 $h(x, t)$  を C.M.W. 展開によって示すと

$$h(x, t) = \int K_1(x; t-\sigma) P_1(\sigma) d\sigma + \int \int K_2(x; t-\sigma_1, t-\sigma_2) P_2(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2 + \dots \quad (20)$$

ここで、 $K_1, K_2, \dots, K_n$  = 非確率的核関数、 $P_1, P_2, \dots, P_n$  = 確率関数の Hermite 多項式表示。

次に、式(20)を三次以上の項を省略して式(19)に代入し、 $\{P_i\}$  の直交性を利用して整理すれば次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial K_1(x; t-\sigma)}{\partial t} + a \frac{\partial K_1(x; t-\sigma)}{\partial x} + 4b \int \frac{\partial}{\partial x} \{ K_1(x, t-\tau) K_2(x; t-\sigma, t-\tau) \} d\tau = \delta(t-\sigma) \\ \frac{\partial K_2(x; t-\sigma_1, t-\sigma_2)}{\partial t} + a \frac{\partial K_2(x; t-\sigma_1, t-\sigma_2)}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial x} \{ K_1(x; t-\sigma_1) K_1(x; t-\sigma_2) \} = 0 \end{cases}$$

また、上式に対応するものとして、周波数領域における流出核  $\tilde{K}_1(\omega), \tilde{K}_2(\omega_1, \omega_2)$  の関係式は次のようになる。

$$\begin{cases} -i\omega \tilde{K}_1(x; \omega) + a \frac{\partial \tilde{K}_1(x; \omega)}{\partial x} + \frac{b}{\pi^2} \int \frac{\partial}{\partial x} \{ \tilde{K}_1(x; \eta) \tilde{K}_2(x; \omega, -\eta) \} d\eta = 1 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} -i\omega \tilde{K}_2(x; \omega_1, \omega_2) + a \frac{\partial \tilde{K}_2(x; \omega_1, \omega_2)}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial x} \{ \tilde{K}_1(x; \omega_1) \tilde{K}_1(x; \omega_2) \} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

式(21)(22)を近似解によらず、ここでは、Numerical で解くことを試みた。ただし、得られる結果は個々のケースに対する普通の意味での数値解ではなく、現象についての一般的な解である。Fig. 7, Fig. 8 は、その結果の一部を示したものである。

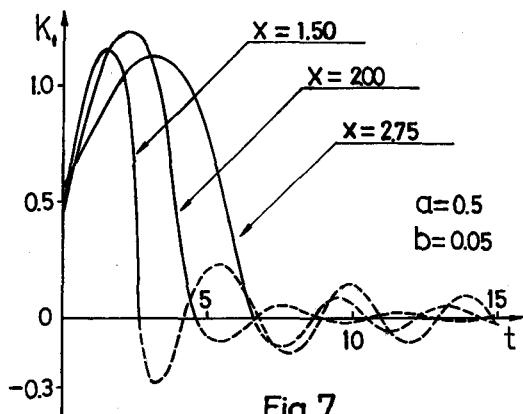


Fig. 7

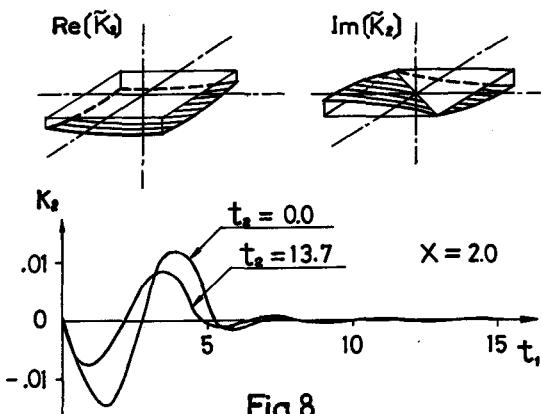


Fig. 8

このようにして、初めて一次および二次の流出核を理論的に導くことができた。Fig. 7に示す一次の流出核は、いわゆる unit hydrograph である。 $t$  の大きな所での振動は、式(4)の積分を  $\omega$  の小さい範囲で打ち切ったためである。Fig. 8 は二次の流出核の time domain および frequency domain での理論解である。( $\omega$  の領域を拡げることにより原点付近の形を補正する必要があるが)，この理論解により流出特性が理解される。

#### 4. 結論

時間的場所的変動降雨による水位変動の振幅に対する斜面長、流域粗度、変動周期による影響が明瞭な形で示された。移動降雨の下流端流量に及ぼす影響は、下流に向う雨域の速度の上昇と共に小さくなることが明らかとなった。一方、斜面末端での水位変動の遅れ時間 lag time  $T_l$  は式(8)となる。これは特性曲線式あるいは経験式と同じ形となる。

また、非線形確率過程理論 (Wiener 理論) より、一次および二次の流出核を解析的に導出できた。

#### 参考文献

- 1) 日野・前田：降雨変動の流出に及ぼす影響、第 26 回土木学会年講概要集 (1971)
- 2) 吉川・日野・四俵・水村：変動降雨による非線形流出系の解析、第 16 回水理講演会講演集 (1972)
- 3) HINO, M : Stochastic Approach to Linear and Nonlinear Runoff Analysis, 東京工大土木工学科研究報告, No. 12 (1972)
- 4) 嶋：都市化に伴う河川流出モデルの検討、「流出機構モデルの総合化に関する研究」、(代表者、東工大、吉川秀夫) 文部省科学研究費特定研究最終報告書 (1970)
- 5) TAKAHASHI, Y., MUSHIAKE, K. & HASHIMOTO, T. : Effects of Movement of Precipitation Area upon Runoff Phenomena, U. S.-Japan Bi-lateral Seminar in Hydrology (1971)
- 6) 角屋・岡：市街地域の雨水流出特性、京大防災研究所年報第 14 号 B (1971)
- 7) EAGLESON : Dynamic Hydrology, Mc Graw Hill (1970)
- 8) TSUCHIYA, A. & HASHIMOTO, T. : Experimental Basin of Japan Ministry of Construction, Proc. of Tokyo Symposium, IAHS, (1975)
- 9) YOSHINO, F. : Runoff Characteristics of Small Urbanized Area, Proc. of Tokyo Symposium, IAHS, (1975)