

中央大学理工学部 正会員 林 泰造
中央大学大学院 正会員 有田正光

1. 緒 言

火力または原子力発電所より海面上に放出される温排水の拡がりによる温度上昇の影響範囲を予測することは水域環境問題上極めて必要な事柄である。筆者らは昨年海岸工学講演会において影響範囲予測のための理論をたて、これと実験との比較を行い、実験とかなりよく一致するものであることを確かめた。¹⁾

本報においては、まず前報の理論計算式をコンピューター計算のためにさらに都合のよいように書き直し、つぎにこの式によって、二、三の実物寸法を念頭においての種々の数値計算を行った。本報(24)式の前までの式は前報で発表したものと同一のものであり、(24)式以後のものが本報において新しく書き加えた式である。

2. 基本式

図-1のような半無限海域の表面に温排水が矩形水路から放出される場合を考える。海域の水深は温排水によりつくられる表層の厚さより十分に大きいものとする。

座標軸を図示の様にとるとき、現象の基本式は次の4式のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u u}{\partial x} + \frac{\partial u v}{\partial y} + \frac{\partial u w}{\partial z} = -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial x} dz + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \epsilon_q' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot a)$$

$$\frac{\partial v u}{\partial x} + \frac{\partial v v}{\partial y} + \frac{\partial v w}{\partial z} = -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz + \epsilon_q \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \epsilon_q' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot b)$$

$$\frac{\partial u \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta T}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta T}{\partial z} = \epsilon_T \left(\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} \right) + \epsilon_T' \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} - k \Delta T \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向への流速の3成分； ρ は水の密度； ϵ_q, ϵ_q' はそれぞれ水平および鉛直方向への渦動粘性係数； η は水面変位； ΔT は温排水による上昇水温（周囲水水温よりの）； ϵ_T, ϵ_T' は水平および鉛直方向における熱の拡散係数； k は空気中への放熱係数； β は水の体積膨張係数で $\beta = - (1/\rho) \partial \rho / \partial \Delta T$ 。

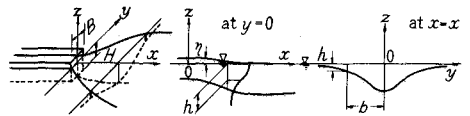


図-1 温排水拡がりの模式図

3. 解のために設定する条件

(1) $u, \Delta T, h$ の分布形状について

分布形状の相似性を仮定して、次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_c \cdot f\left(\frac{y}{b}\right) \cdot f\left(\frac{z}{h}\right) = u_c f(\xi_y) f(\xi_z) \\ \Delta T &= \Delta T_c \cdot t\left(\frac{y}{b}\right) \cdot f\left(\frac{z}{h}\right) = \Delta T_c t(\xi_y) t(\xi_z) \\ h &= h_c f\left(\frac{y}{b}\right) = h_c f(\xi_y) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 u_c は温噴流軸上表面流速で $u_c = u_c(x)$; ΔT_c は同軸上表面水温で $\Delta T_c = \Delta T_c(x)$; h_c は同軸線縦断面における表層の厚さで $h_c = h_c(x)$; b は軸線から u/u_c の一定値 ($e^{-1} = 0.3679$) の点までの距離で $b = b(x)$; h は u/u_c の同じ一定値の点までの水深で $h = h(x)$; $\xi_y = y/b$; $\xi_z = z/h$; f および t はそれぞれ流速分布および上昇水温分布を与える関数で、この形を次のよう (Gaussian) に仮定する。

$$f(\xi) = \exp(-\xi^2), \quad t(\xi) = \exp(-\xi^2/2) \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

上式において、ともに Gaussian としながらも $f = t^2$ としたのは Taylor の渦度輸送理論に基いて考えたことに当る。

(2) 下層水の連行について

Ellison-Turner⁴⁾ による2次元の成層流の場合の下層水の連行を表わす式を準用して、下層水の連行速度 (図-2) , w_e を下式で表わすこととする。

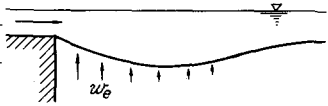


図-2 下層水の連行モデル

$$w_e = w_e(x, y) = \alpha \left[\exp(-C R_i) \right] \cdot \sqrt{u_s^2 + v_s^2} \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

ただし、 u_s, v_s はそれぞれ表面流速の x, y 方向成分で $u_s = u_s(x, y)$; $\alpha \cong 0.075$; R_i は局所 Richardson 数で $R_i = \beta \rho g (\Delta T_s) h / (u_s^2 + v_s^2)$; ΔT_s は表面水温で $\Delta T_s = \Delta T_s(x, y)$; C は定数で、流速および水温の分布形状を式(5)のように考えると

$$C = C_E \cdot I_1^3 / I_2^3 \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

で表わされる。ここに、 I_1, I_2, I_1 は次節で示される定積分の値であり、また C_E は Ellison-Turner の C の値で $C_E = 4.0$ である。Ellison-Turner の式における Richardson 数は $R_i = \Delta_E h_E / V_E^2$ で定義され、 Δ_E, h_E, V_E は

$$V_E h_E = \int u dz, \quad V_E^2 h_E = \int u^2 dz, \quad \Delta_E h_E V_E = \int [(\rho_a - \rho) / \rho_a] g u dz$$

で定義されるものであるから、われわれの場合の C の値は $C = 4.0 \times 0.724 \times 0.886^3 / 0.627^3 = 8.17$ となる。

式(6)の u_s, v_s に式(5)の分布形を代入して若干の計算の後、同式は次のように書き直される。

$$w_e = \alpha \exp \left[-C R_{i0} \frac{h_c}{H} \frac{\Delta T_c}{u_c^2} \frac{u_o^2}{\Delta T_o} \left(1 + \xi_y^2 / 2 \right) \right] u_c f(\xi_y) \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

ただし、 H は放出口断面の水深 ; また、 R_{i0} は放出口点における温噴流の Richardson 数で、次のように記される。

$$R_{i0} = \beta \rho g \Delta T_o H / u_o^2 \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

(3) 大気中への放熱について

式(3)に見られる様に、海面より単位面積当り $k \Delta T_o$ の放熱が定常的になされていると考える。

(4) 拡散係数について

水平方向の乱れの拡散係数 ϵ_q と乱れによる熱量の拡散係数 ϵ_T とは近似的に等しいと考えて、 $\epsilon_q = \epsilon_T = \epsilon$

とおき、また Richardson の法則と Orlob の論文⁵⁾に基づいて次の様に仮定する。

$$\varepsilon = 0.03 \left[b(x) \right]^{4/3} \quad (b = 3 \times 10^2 \sim 3 \times 10^5 \text{ cm の範囲に対して}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、数値は cm, sec 系とする。

また、ブリュームの理論において通常採用されている仮定として、 u , v , dT についての x 方向の拡散項は y 方向への拡散項に比べて無視しうるものとする。

(5) 水面および無限遠方の流速並びに上昇水温

$y = \pm \infty$, $z = 0$, および $z = -\infty$ における条件はつぎのようであるとする。

$$\left. \begin{array}{ll} y = \pm \infty & : \quad u = v = dT = 0 \\ z = 0 & : \quad w = 0, \text{ および } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial dT}{\partial z} = 0 \\ z = -\infty & : \quad u = v = dT = 0 \quad \text{ および } w = w_e \end{array} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(6) $x = 0$ における条件

放出口、すなわち $x = 0$ における実際の条件は

$$u = u_o, \quad dT = dT_o, \quad h = H \quad \dots\dots\dots (12)$$

である。ただし、 u_o は放出口における流速； dT_o は放出口における上昇水温，である。しかし、 $x > 0$ の断面については式(4)および式(5)に表わされるように、 u , dT , h にはすべて Gauss 分布を仮定しているので $x = 0$ においても式(2)で表わされる矩形分布に等価な Gauss 分布で近似することが望ましい。このため $x = 0$ における u , dT , h を

$$u = u_{o\text{eq}} f(\xi_y) f(\xi_z), \quad dT = dT_{o\text{eq}} t(\xi_y) t(\xi_z), \quad h = h_o f(\xi_y) \quad \dots\dots\dots (13)$$

とにおいて、式(3)の Gauss 分布で計算した値と式(2)の矩形分布で計算した値とが $x = 0$ の断面において i) 温排水の流量、ii) 温排水の運動量、iii) 移流熱量、の3つの量を互いにそれぞれ等しくするように3つの値、 $u_{o\text{eq}}$, $dT_{o\text{eq}}$, h_o を定める。またさらに幾何学的相当の条件として

$$b_o / (B/2) = h_o / H$$

を付加する。このようにして定められる $x = 0$ における諸値はつぎのようである。

$$\left. \begin{array}{l} u = u_{o\text{eq}} = (I_1 / I_3) u_o = 1.732 u_o \\ dT = dT_{o\text{eq}} = (I_1 I_2 / I_5 I_{10}) dT_o = 1.369 dT_o \\ b = b_o = (1/2 \sqrt{\lambda} I_1) \sqrt{I_3 / I_2} \sqrt{A} = (0.510 / \sqrt{\lambda}) \sqrt{A} \\ h = h_o = (\sqrt{\lambda} / I_1) \sqrt{I_3 / I_2} \sqrt{A} = 1.020 \sqrt{\lambda} \sqrt{A} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 I_1 , I_2 , 等は次節に示される定積分の値； A は放出口における流水断面積； λ は放出口流水断面の縦横比で $\lambda = H/B$ である。本研究においては $x = 0$ における条件として式(2)にかえて式(4)を採用する。

4. 方程式の解

流速および上昇水温の基準値として放出口点における値をとる。また、長さの基準値としては放出口流水断面積の平方根に当る長さをとるのが最も便利である。このように考えて次の無次元諸量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} u_c/u_o &= u_r, & v_s/u_o &= v_r, & \Delta T_c/\Delta T_o &= \Delta T_r; \\ x/\sqrt{A} &= x_r, & b/\sqrt{A} &= b_r, & h_c/\sqrt{A} &= h_r \\ k_r &= k/u_o \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 A は上述のように放出口流水断面積で $A=HB$ ； B は放出口幅； H は放出口水深；添字 0 は放出口点における値である事を示すもの；添字 r は比值であることを示すものである。

温排水流 u の y 方向分布については式(4)のように相似性の仮定をおくことができるが、 v の y 方向分布については u の分布形等と関係づけられねばならないはずであるから、 $v = v_s f(\xi_z)$ と考えた上で、つぎに v の表面流速 v_s の y 方向分布形を導く式(4)の u の表現と式(6)とを式(1)に代入し、この式(1)の両辺を $y = 0 \sim y$, $z = -\infty \sim 0$ の範囲で積分すると、 v_r について次式を得る。

$$\begin{aligned} v_r &= u_r \frac{db_r}{dx_r} \xi_y f(\xi_y) + \frac{\alpha b_r u_r}{I_1 h_r f(\xi_y)} \exp\left(-C R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \\ &\cdot \left[G(\xi_y) - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} F(\xi_y) \right] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty f(\xi) d\xi = \int_0^\infty \exp(-\xi^2) d\xi = 0.886, & F &= \int_0^{\xi_y} \exp(-2\xi^2) d\xi \\ G &= \int_0^{\xi_y} \exp\left[-\left(\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1\right) \xi^2\right] d\xi \end{aligned}$$

このように v_r の分布形状が求められたので、次は u_r , ΔT_r , b_r , h_r を求める事を考える。現象の基本式(1), (2・a), (2・b) および(3)の各両辺を $y = 0 \sim \infty$, $z = -\infty \sim 0$ の間で定積分すると、これらの4式はそれぞれ次の4式ようになる。

$$\frac{d}{dx_r} (b_r h_r u_r) - \frac{\sqrt{2}}{I_1} \alpha b_r u_r \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} \exp\left(-C R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{d}{dx_r} (b_r h_r u_r^2) + \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} \frac{I_4 I_5}{I_2 I_3} \frac{d}{dx_r} (b_r h_r^2 \Delta T_r) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dx_r} \left\{ I_1 I_2 I_3 (b_r h_r u_r^2 \frac{db_r}{dx_r}) - \sqrt{2} \alpha I_2 I_7 b_r^2 u_r^2 \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2} + 1}} \exp\left(-C R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \alpha I_2 I_8 b_r^2 u_r^2 \exp\left(-C R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{\Delta T_r}{u_r^2}\right) \right\} - I_1 I_4 I_9 \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} h_r^2 \Delta T_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{I_1}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_3}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} \left[I_1 \frac{h_r}{b_r} u_r \frac{db_r}{dx_r} \right. \\
& \left. + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{dT_r}{u_r^2} + 1}} \right) \alpha u \exp \left(-C R_{i0} \frac{h_r}{\sqrt{\lambda}} \frac{dT_r}{u_r^2} \right) \right] = 0 \dots\dots\dots (19)
\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx_r} (b_r h_r u_r dT_r) + \frac{I_{11}}{I_8 I_{10}} k_r b_r dT_r = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ただし N_0 は放出口における Reynolds 数のような無次元積でありまた $I_1 \dots\dots\dots I_{11}$ は以下のようなものである。

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_0^\infty f(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-\zeta^2) d\zeta = 0.886 \quad (\text{既述}) & I_2 &= \int_0^\infty f^2(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-2\zeta^2) d\zeta = 0.627 \\
I_3 &= \int_0^\infty f^3(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp(-3\zeta^2) d\zeta = 0.512 & I_4 &= \int_0^\infty \int_\zeta^\infty t d\zeta d\zeta = \int_0^\infty \int_\zeta^\infty \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta^2\right) d\zeta d\zeta = 1 \\
I_5 &= \int_0^\infty t(\zeta) f^2(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{5}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 0.560 & I_6 &= \int_0^\infty \zeta f^2(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty \zeta \exp(-3\zeta^2) d\zeta = 0.1667 \\
I_7 &= \int_0^\infty f(\zeta_y) f(\zeta_x) d\zeta_y = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-(2\zeta^2 + \zeta_y^2)] d\zeta d\zeta_y = 0.338 \\
I_8 &= \int_0^\infty G(\zeta_y) f(\zeta_y) d\zeta_y = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_0}{H} \frac{dT_0}{u_0^2} + 1\right) \zeta^2 - \zeta_y^2\right] d\zeta d\zeta_y \\
&= \tan^{-1} \sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_0}{H} \frac{dT_0}{u_0^2} + 1} / 2 \sqrt{\frac{C}{2} R_{i0} \frac{h_0}{H} \frac{dT_0}{u_0^2} + 1} \\
I_9 &= - \int_0^\infty f^2 \frac{df}{d\zeta} d\zeta = \int_0^\infty \zeta \exp\left(-\frac{5}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 0.2 & I_{10} &= \int_0^\infty f t d\zeta = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{3}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 0.724 \\
I_{11} &= \int_0^\infty t d\zeta = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta^2\right) d\zeta = 1.253
\end{aligned}$$

5. 数値計算の爲の式の変形

(17) 式の中の例えば左辺第一項について項別微分を実施すると

$$\frac{d}{dx_r} (b_r h_r u_r) = \frac{db_r}{dx_r} h_r u_r + b_r \frac{dh_r}{dx_r} u_r + b_r h_r \frac{du_r}{dx_r}$$

となるがこのようにして式(17)~(20)のすべての微分項を項別微分すると、結局、式(17)~(20)の4式は次の様に書き直される。

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} du_r/dx_r \\ ddT_r/dx_r \\ db_r/dx_r \\ dh_r/dx_r \\ dp_r/dx_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

ここに $Pr = db_r/dx_r$; また a_{ij} , C_i は次のような量である。

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} b_r h_r & 0 & h_r u_r & b_r u_r & 0 \\ 2I_2 I_3 b_r h_r u_r & \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} I_4 I_3 b_r h_r^2 & + \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} I_4 I_3 h_r^2 dT_r & + 2 \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} I_4 I_3 b_r h_r dT_r & 0 \\ W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & I_1 I_2 I_3 b_r h_r u_r^2 \\ b_r h_r dT_r & b_r h_r u_r & h_r u_r dT_r & b_r u_r dT_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

(i, j=1, 2, 3, 4, 5)

$$c_i = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r u_r \\ 0 \\ I_1 I_2 \frac{R_{i0}}{\sqrt{\lambda}} h_r^2 \Delta T_r + \frac{\alpha I_1}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_5}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} P_1 u_r \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{P_2}} - 1 \right) \\ - \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} k_r b_r \Delta T_r \\ p_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

ただし,

$$\begin{aligned} W_1 &= 2 I_1 I_2 p_r b_r h_r u_r - 2 \sqrt{2} \alpha I_2 I_1 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \left(b_r^2 u_r + P_0 \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha I_2 I_1 P_0 \frac{P_1}{P_2^{3/2}} \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \\ &\quad + \alpha I_1 \frac{P_1 \tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \left(b_r^2 u_r + P_0 \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \right) - \frac{1}{4} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \frac{b_r^2 h_r \Delta T_r}{u_r} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ W_2 &= \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r^2 h_r \left(\sqrt{2} I_1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{I_1}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) + \frac{1}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} b_r^2 h_r \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ W_3 &= I_1 I_2 I_0 p_r h_r u_r^2 + \alpha I_2 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r u_r^2 (\tan^{-1} \sqrt{P_2} - 2 \sqrt{2} I_1) + \frac{I_1^2}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_5}} I_1 b_r \sqrt{\lambda} \right)^{4/3} \frac{h_r u_r}{b_r} \\ W_4 &= I_1 I_2 I_0 p_r b_r u_r^2 + \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} b_r^2 \Delta T_r \left(\sqrt{2} I_1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{I_1}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} b_r^2 \Delta T_r \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right) \\ P_0 &= \frac{C R_{i0}}{\sqrt{\lambda}}, \quad P_1 = \exp \left(-P_0 \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} \right), \quad P_2 = \frac{P_0}{2} \frac{h_r \Delta T_r}{u_r^2} + 1 \end{aligned}$$

式(23)は du_r/dx_r , $\dots\dots\dots$, dp_r/dx_r についての連立一次方程式であるからこれを解いて du_r/dx_r , $\dots\dots\dots$, dp_r/dx_r を次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_r}{dx_r} &= \frac{D_1}{D} = -\frac{1}{2} \frac{u_r}{h_r} \left[2 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{R_i}{R_i - R_{i0}} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - 3 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) \right] \\ \frac{d\Delta T_r}{dx_r} &= \frac{D_2}{D} = \frac{\Delta T_r}{h_r} \left(\sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) \\ \frac{db_r}{dx_r} &= \frac{D_3}{D} = p_r \\ \frac{dh_r}{dx_r} &= \frac{D_4}{D} = -\frac{1}{2} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) + \frac{1}{2} \frac{R_{ic}}{R_i - R_{ic}} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r \right. \\ &\quad \left. - 3 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) \\ \frac{dp_r}{dx_r} &= \frac{D_5}{D} = \frac{1}{2 I_1 I_2 I_0 b_r} \left\{ I_1 I_2 I_0 p_r + \frac{b_r}{h_r} Y_3 + (Y_4 - Y_5) \frac{b_r \Delta T_r}{u_r^2} \right. \\ &\quad \times \frac{R_{ic}}{R_i - R_{ic}} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - 3 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) + \frac{1}{2 I_1 I_2 I_0 b_r} \left\{ I_1 I_2 I_0 p_r^2 \right. \\ &\quad \left. - 3 \sqrt{2} I_1 I_2 I_0 \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \frac{b_r}{h_r} p_r + \frac{I_1 I_2 I_0 I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r b_r}{u_r h_r} p_r - Y_3 \frac{b_r}{h_r} p_r \right. \\ &\quad \left. - 3 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \frac{b_r^2}{h_r^2} Y_3 + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r b_r^2}{u_r h_r^2} Y_3 + (Y_4 + Y_5) \frac{b_r \Delta T_r}{u_r^2} p_r \right. \\ &\quad \left. - 3 \sqrt{2} \frac{\alpha}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} (Y_4 - Y_5) \frac{\Delta T_r b_r^2}{h_r u_r^2} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} (Y_4 + Y_5) \frac{\Delta T_r k_r b_r^2}{h_r u_r^3} \right. \\ &\quad \left. + 2 Y_2 \frac{b}{u_r h_r} - 2 Y_1 \frac{b^{1/3}}{u_r} p_r + 2 \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} R_{i0} \frac{h_r \Delta T_r}{\sqrt{\lambda} u_r^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

こゝに

$$R_{ic} = \sqrt{\lambda} I_2 I_3 / 2 I_4 I_5$$

$$Y_1 = \frac{I_1^2}{N_0} \left(2 \sqrt{\frac{I_2}{I_3}} I_1 \sqrt{\lambda} \right)^{4/3}$$

$$Y_2 = \alpha P_1 \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{P_2}} - 1 \right) \cdot Y_1$$

$$Y_3 = \alpha I_2 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \left(\tan^{-1} \sqrt{P_2} - 2 \sqrt{2} I_7 \right)$$

$$Y_4 = P_0 Y_3 - \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha I_2 I_7 P_0 \frac{P_1}{P_2^{3/2}} - \frac{1}{4} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right)$$

$$Y_5 = \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} \left(2 I_7 + \frac{\sqrt{2}}{4} I_7 \frac{1}{P_2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{P_2} \right) + \frac{1}{8} \alpha I_2 P_0 \frac{P_1}{P_2} \left(\frac{1}{1+P_2} - \frac{\tan^{-1} \sqrt{P_2}}{\sqrt{P_2}} \right)$$

ただし、 D は

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}$$

また、 D_j は D における第 j 列を C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 で置きかえたものである。

放出口点 ($x_r = 0$) における、 $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r$ の値が式(14)から与えられ、また $p_r = 0$ を付加すると $x_r = 0$ における $du_r/dx_r, \dots, dp_r/dx_r$ の値は既知となる。したがって $x_r = 0$ の断面から出発して式(24)を x_r についてRunge-Kutta-Gillの方法で数値積分することにより $u_r, \Delta T_r, b_r, h_r, p_r$ についての解を求めてゆくことができる。

6. コンピューテーション

式(24)に見られるように、 $du_r/dx_r, dh_r/dx_r$ 等の微係数は $R_i = R_{ic}$ を特異点としてもつはずである。従ってここで u_r, h_r 等の解が不連続になること(内部ジャンプの発生)がありうるはずである。このため、数値計算に当って $R_i = R_{ic}$ 付近の積分間隔をきわめて小さく($\Delta x_r = 0.001$)とって数値積分を行った。しかしこの結果はいかなる場合にも $R_i = R_{ic}$ の断面において微係数は何等特異性を示さず、超波速の流れから亜波速の流れ(内部波の波速を基準とする)に連続的に移行することが認められた。つぎにこのようにして行った計算の結果を示す。

(1) 放出水の内部Froude数と温排水の拡がり範囲との関係

標記の關係に着目し以下の3つの例について計算を行った：

i) $F_{ro} = 2, \lambda = 1, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$

ii) $F_{ro} = 4, \lambda = 1, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$

iii) $F_{ro} = 6, \lambda = 1, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$

これらの結果は図-3 a, 図-3 bに示される。図-3 aにおける $b_{0.1}$ は $x = x_r$ の断面において表面流速が同じ断面における軸上表面流速の10%になる点までの半幅でJetの半幅とみなしてよいものである。ま

た $h_{0.1}$ についても同様である。図-3 bは温排水の影響範囲(一定の $\Delta T/\Delta T_0$ の値以上の範囲)を求めたものである。また図-4, 5, 6は, 上の計算結果を基にして式(4)を使用して等温線図を描いたものである。以上の計算結果より海面上における影響範囲は F_{r0} が小さいほど大きくなることが認められる。

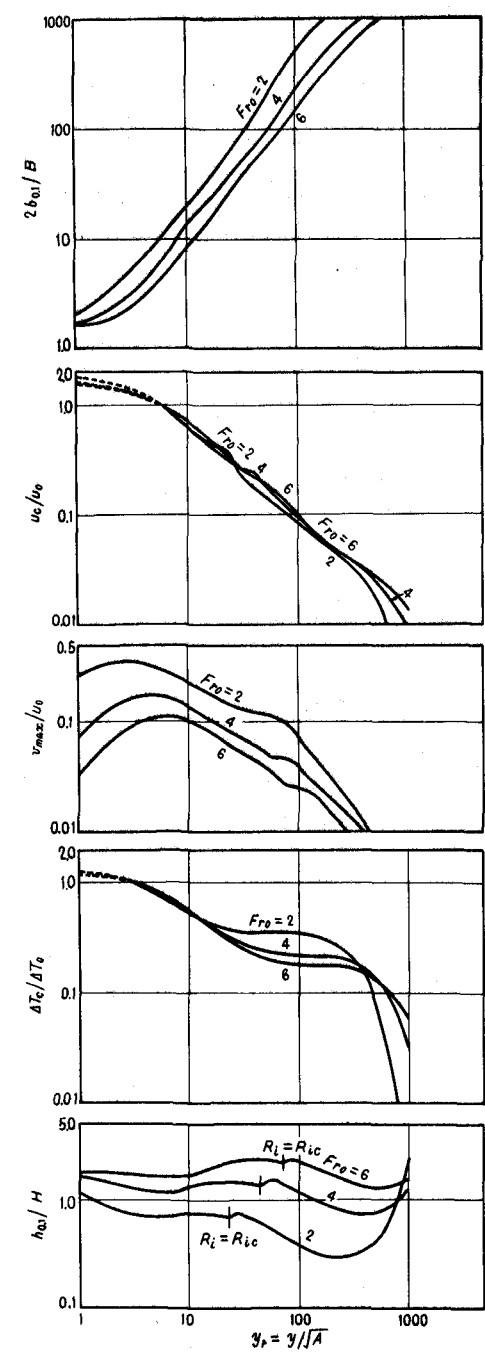


図 3 - a

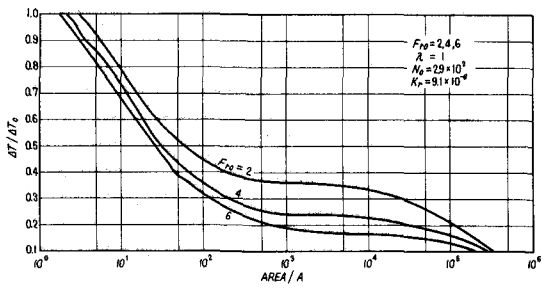


図 3 - b

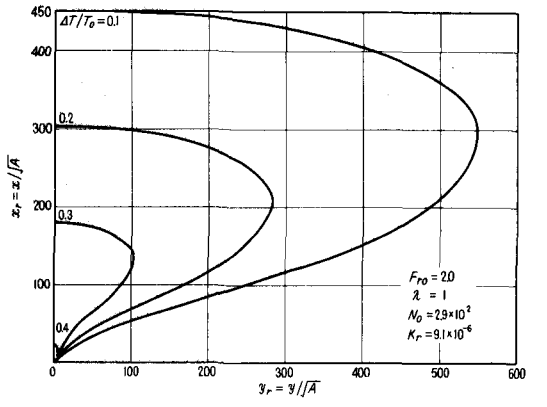


図 4

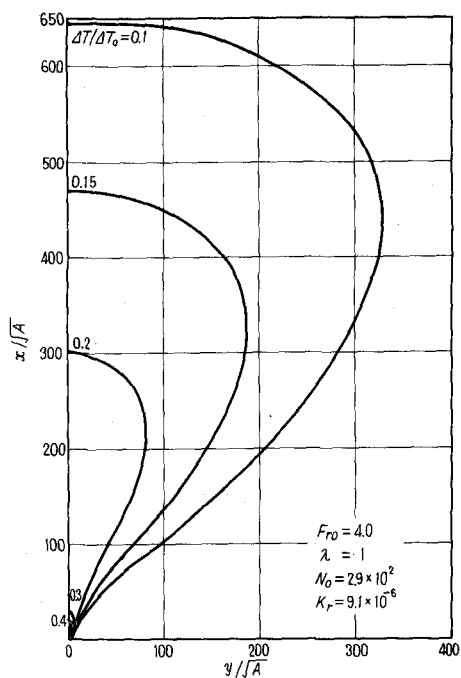


图 5

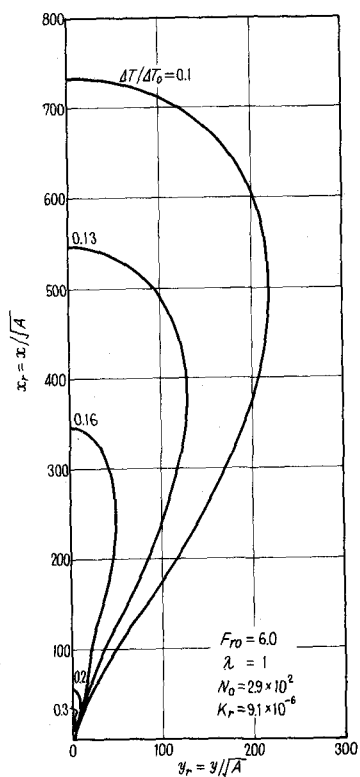


图 6

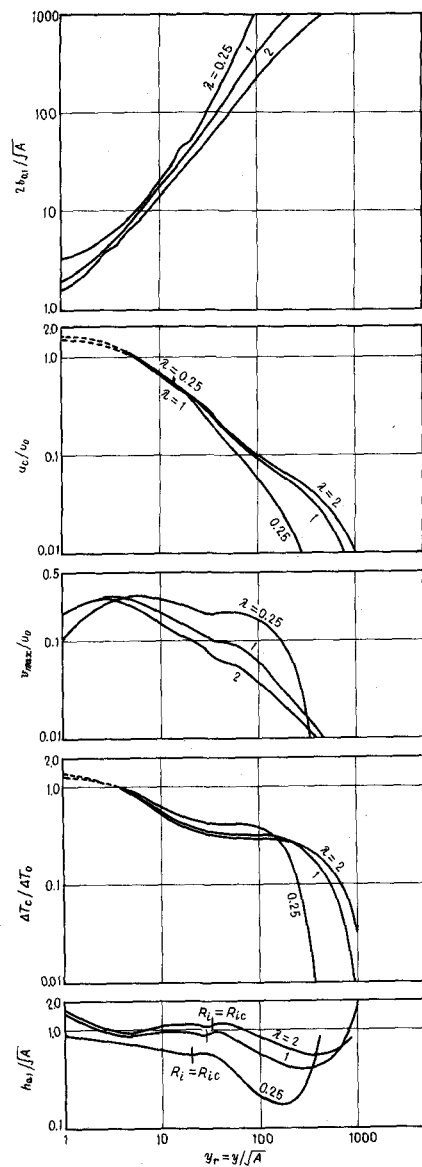


图 7 - a

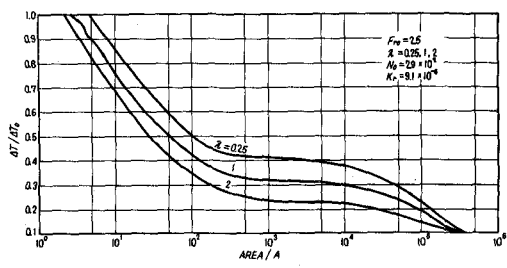


图 7 - b

(2) 放出口の形状と温排水の拡がり範囲との関係

標記の關係に着目し、いくつかの実物において見られる $F_{r0} = 2.5$ の場合について、放出口断面積 A を同じくして縦横比 λ のみ変えた次の3種類の場合について計算を行った。

$$i) F_{r0} = 2.5, \lambda = 2, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$$

$$ii) F_{r0} = 2.5, \lambda = 1, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$$

$$iii) F_{r0} = 2.5, \lambda = 1/4, N_0 = 2.9 \times 10^2, k_r = 9.1 \times 10^{-6}$$

図7-a, 図7-bはその計算結果である。これによると、海面上における影響範囲は λ が小さい程(すなわち放出口形状が扁平な程)大きくなることが認められる。しかしこの場合には表層の厚さはずっと小さくなる。

7. 残された問題点

前節において記述したように、 du_r/dx_r , dh_r/dx_r 等は(24)式から見られるように式の形の上からは $R_i = R_{ic}$ を特異点としてもっている。しかし、実際の数値積分の操作中にはいかなる場合においても $R_i = R_{ic}$ となる断面においては何れの微係数も何等等特異性を示さないが、このことは物理的には、拡がる密度流の超波速の流れ ($R_i < R_{ic}$ の流れ) が亜波速の流れに内部ジャンプを発生することなく連続的に移行してゆくことを示していると解釈される。また、数式的には

$$\lim_{R_i \rightarrow R_{ic}} = \frac{R_i}{R_i - R_{ic}} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - 3\sqrt{2} \frac{a}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right)$$

が有限の値をとることを示しており、このためには

$$\lim_{R_i \rightarrow R_{ic}} \left(\frac{h_r}{b_r} p_r - 3\sqrt{2} \frac{a}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}} + \frac{I_{11}}{I_5 I_{10}} \frac{k_r}{u_r} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

の条件が critical point で成立っていることを示している。ところでこの関式は何か或る物理量 minimum の条件から誘導できるものと予想されるが、筆者らは未だこの条件を解析的に導くことができない。今後さらに検討を重ねるべき点であると考えている。

〔附 記〕 本研究における数値計算は中央大学計算機センターの FACOM230-25/35 および東京大学計算機センターの HITAC 8800/8700 を使用して行った。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 林泰造・宮原英治・有田正光：海面上に放出された温排水の拡がりについての数値解析，土木学会第21回海岸工学講演会講演集 1974，11月，pp. 321-327.
- 2) K. D. Stolzenbach and D. R. F. Harleman : An analytical and experimental investigation of surface discharge of heated water, M. I. T. Ralph Parsons Lab Rep. No. 135, Feb. 1971.
- 3) Edmund A. Prych : A warm water effluent analyzed As a buoyant surface jet, Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Series Hydroli, Nr. 21, 1972.
- 4) T. E. Ellison and J. S. Turner : Turbulent entrainment in stratified flows, Journal of Fluid Mech., Vol. 6, 1959, p. 423
- 5) G. T. Orlob : Eddy diffusion in homogeneous turbulence, Trans, ASCE, Vol. 126, 1961, p. 397
- 6) 本間 仁：幅の変る水路の流れ，応用水理学（丸善）上，p. 108～p. 110
- 7) 岩崎敏夫：密度流の諸問題，土木学会水工学に関する夏期研修講義集，1966，pp. 16-1～37.