

成層帯水層における地下塩水楔の挙動

埼玉大学理工学部

正会員

佐藤邦明

同上

同

○渡辺邦夫

1. はじめに

海岸部地下水の密度流現象である塩水クサビの問題に関しては、今までに多くの研究があり、多大な成果があげられ、その特性がきらかにされている。たとえば、Glover¹⁾、Rumer & Harleman²⁾、Bear & Dagan³⁾、嶋⁴⁾、等である。しかしながらそれらの研究は、主として一様・単一の地層が海岸部に広がっていることを仮定した上での議論であった。一方、実際の海岸部地質は、一様・単一の地層より成る場合は少なく、一般には累層海岸と考えてよい。そこで筆者らは、実際の塩水クサビの性状をより詳しく把握するためには、累層海岸を想定して理論的・実験的に検討する必要があると思う。そこで今回は、異なる透水係数をもつ二つの地層が存在する場合のモデルを設定し、理論をたて、その結果と実験とを比較検討したので報告する。

2. 基礎理論

今回の理論展開は、今までの単一層における地下密度流理論を、準一様流仮定を用いて、二層の場合に発展したものである。その場合、海岸付近にあらわれる地下水流は、図-1のようである。今、上部透水層を第一層、下部透水層を第二層とすれば、海岸線から陸側へ距離 L_1 入った所までは、第一層に塩水クサビがかかり、距離 L_2 までは、第二層に塩水クサビができる。なお、ここでは、以下定常状態の場合についてのみ議論し、座標系を図-1のようにとるものとする。記号については、図-1に示されたものを使用する。

ρ : 淡水密度

$\rho + \Delta \rho$: 塩水密度

k_1 : 第一層の透水係数

k_2 : 第二層の透水係数

さて、塩水層と淡水層の境界面における圧力のつり合いから、定常状態においては、Herzbergの条件式が成立する。

$$\zeta = \epsilon \cdot h, \quad \epsilon = \Delta \rho / \rho \quad (1)$$

この条件式を考慮して、第一層、第二層における運動方程式は、Darcyの法則から次のように書きあらわすことができる。

第一層の場合

$$U_f = - \frac{k_1}{\rho g} \frac{\partial P_f}{\partial x}$$

$$P_f = \rho g(z + \zeta_1)$$

$$U_f = - k_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} \quad (2)$$

第二層の場合も第一層と同様にして

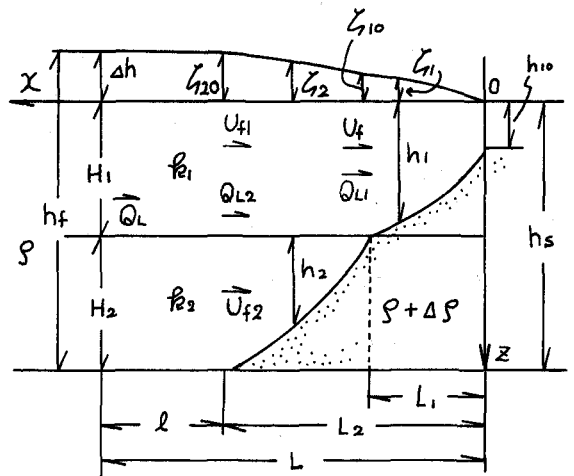


図-1 二層海岸部における塩水クサビモデル

$$U_{f_2} = -k_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \quad (3)$$

またこの場合に

$$U_{f_1} = -k_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \quad (4)$$

次に連続の式をたてれば、以下のようになる。

$$U_f (\zeta_1 + h_1) = Q_{L1} \quad (5)$$

$$U_{f1} (\zeta_2 + H_1) + U_{f2} h_2 = Q_{L2} \quad (6)$$

$$Q_L = Q_{L1} = Q_{L2}$$

式(2)、(5)、 $\zeta_1 = \varepsilon h_1$ より、 $x=0$ 、 $\zeta_1=0$ 、 $h_1=h_{10}$ の条件を考慮して、 $\zeta_1 \sim x$ 、 $h_1 \sim x$ 関係は、

$$-\frac{k_1}{2} \zeta_1^2 (1 + \frac{1}{\varepsilon}) = Q_{L1} x \quad (7)$$

$$-\frac{k_1}{2} \varepsilon (\varepsilon + 1) (h_1^2 - h_{10}^2) = Q_{L1} x \quad (8)$$

あるいは、 $-Q_{L1} = |Q_{L1}|$ とすると

$$\frac{2|Q_{L1}|x}{k_2 \varepsilon h_{10}^2} = \frac{k_1}{k_2} \left\{ \left(\frac{h_1}{h_{10}} \right)^2 - 1 \right\} \quad (9)$$

ここで第一層のクサビの長さ L_1 は、式(8)より、 ε^2 の項を無視して、

$$L_1 = \frac{\varepsilon k_1}{2|Q_{L1}|} (H_1^2 - h_{10}^2) \quad (10)$$

同様に式(3)、(4)、(6)、 $\zeta_2 = \varepsilon (H_1 + h_2)$ より、 $\zeta_2 \sim x$ 、 $h_2 \sim x$ 関係の方程式は、

$$-\frac{1}{2} \left(k_1 + \frac{k_2}{\varepsilon} \right) (\zeta_2^2 - \zeta_{10}^2) - H_1 (k_1 - k_2) (\zeta_2 - \zeta_{10}) = Q_{L2} (x - L_1) \quad (11)$$

$$-\frac{1}{2} \varepsilon (\varepsilon k_1 + k_2) h_2^2 - k_1 \varepsilon (\varepsilon + 1) H_1 h_2 = Q_{L2} (x - L_1) \quad (12)$$

あるいは、 $-Q_{L2} = |Q_{L2}|$ とすると、

$$\frac{2|Q_{L2}|(x - L_1)}{k_2 \varepsilon h_{10}^2} = 2 \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{H_1}{h_{10}} \cdot \frac{h_2}{h_{10}} + \left(\frac{h_2}{h_{10}} \right)^2 \quad (13)$$

第二層のクサビの長さ L_2 は、式(12)より ε^2 の項を無視して

$$L_2 = \frac{k_1 \varepsilon H_1}{|Q_{L2}|} H_2 + \frac{k_2 \varepsilon}{2|Q_{L2}|} H_2^2 + L_1 \quad (14)$$

次に h_{10} を算定するため、海岸部付近において、鉛直流速を考慮すれば次の連続式、およびDarcyの運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial U_f}{\partial x} + \frac{\partial W_f}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

$$-W_f = k_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{P_f}{\rho g} - z \right) \quad (16)$$

ここで、 k_1 、 P_f 、 U_f 、 W_f は、それぞれ第一層の透水係数、圧力、第一層の x 、 z 方向の流速である。式(15)、(16)および式(2)、(5)より、式 $\zeta_1 = \varepsilon h_1$ と条件、 $z = -\zeta_1$ 、 $P_f = 0$ を考慮して、式(17)が得られる。

$$P_f = \frac{Q_{L1}^2 \varepsilon^2 (z + \zeta_1)^2}{2 \zeta_1^3 k_1^2 (\varepsilon + 1)^2} \rho g + \rho g (z + \zeta_1) \quad (17)$$

海岸部における圧力のつり合いから、式(17)を使って式(18)が得られる。

$$(\rho + \Delta \rho) g h_{10} = \frac{Q_{L1}^2 h_{10}^2}{2 k_1^2 \varepsilon h_{10}^2} \rho g + \rho g h_{10}$$

$$h_{10} = \frac{|Q_{L1}|}{\sqrt{2 \varepsilon k_1}} \quad (18)$$

流量 Q_L は、 $L_2 < x < L$ の間で Dupuit-Forchheimer の式より

$$Q_L = k_1 \frac{(H_1 + \Delta h)^2 - (H_1 + \zeta_2 c)^2}{2l} + k_2 H_2 \frac{(\Delta h - \zeta_2 c)}{l} \quad (19)$$

さらに、クサビの侵入が小さい場合には、近似的に次式を用いてもよい。

$$Q_L \div \frac{\Delta h}{L} \{k_1 (H_1 + \Delta h) + k_2 H_2\} \quad (20)$$

3 実験装置と実験方法

実験は、図-2に示す Hele-Shaw モデルを使って行った。ここで、第一層と第二層に対応する透水係数の違いは、液体の通過する部分(図-2のB部)の板間隔を部分的に変えることによって作った。その場合の透水係数は、

$$K = \frac{1}{12} g (b^2 / \nu) \quad (21)$$

により算定しうる。ここで、 K は透水係数、 b は板間隔、 ν は動粘性係数である。板間隔を変えることは、一方の板に薄いアクリル板を貼りつけることにより作りうる。使用した液体は、エンジン・オイル、および増粘剤(

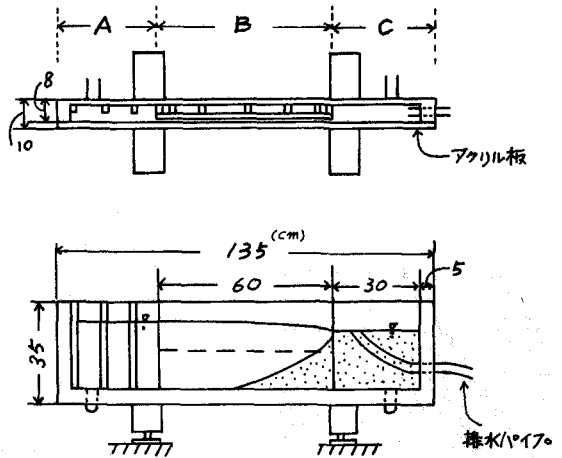


図-2 実験装置

表-1 実験結果

流体	実験番号	ζ (g/cm)	ζ_{10} (g/cm)	ε	h_s (cm)	h_f (cm)	ρ_1 (cm/s)	ρ_2 (cm/s)	H_2 (cm)	Q (cm ³)
エンジン・オイル	EXP-1	0.932	0.942	0.011	20.65	20.85	0.76	0.19	12.0	0.0074
	2	"	"	"	20.6	21.0	"	"	"	0.0099
	3	"	"	"	20.5	21.0	"	"	"	0.015
	4	"	"	"	20.8	21.8	"	"	"	0.037
	5	"	"	"	20.6	21.8	"	"	"	0.05
	6	"	0.951	0.02	20.7	24.1	"	"	"	0.158
増粘剤入りの水	7	1.002	1.043	0.041	20.8	21.2	1.67	7.50	8.0	0.0383
	8	"	"	"	21.1	21.7	"	"	"	0.086

商品名アロン A-20)を加えた水の二種類であり、淡水-塩水に対応する密度差は、前者の場合はベンガラ、後者の場合は塩・染料を混入することにより作った。密度の大きな液体は図-2のC部に入り、密度の小さな液体はA部に入る。A部・C部は共に、ビニールパイプでオーバー・フロー装置に直結され、各々の液体を供給しながら一定水位を保つ水槽である。A部とC部に Δh だけの水位差を与えれば、液体はA部よりB部を通過してC部に流れ、その時B部において、二層海岸に相似した浸透現象が生ずることになる。A部よりC部に流れ込む液体は、排水パイプを通り排出され、その流量を測定することにより、B部を通過する流量がわかる。実験は板間隔の組みあわせを種々変えることによつて、何種類かの場合について行つた。ここでは、2mm間隔の第一層と1mm間隔の第二層にエンジン・オイルを、1mm間隔の第一層と2mm間隔の第二層に増粘剤入りの水を、それぞれ流した場合について記述する。前者の場合、第二層の厚さは12cmであり、後者の場合は8cmである。透水係数はDupuit-Forchheimer式を使つて得たものと、粘性係数から式(21)を用いて算定したものの両者から求めた。本論文で以下記述する実験の諸条件は、表-1にまとめて掲げた。

4 実験結果と理論との比較

写真-1~6は、すべてエンジン・オイルによる実験結果を示したもので、第二層の厚さ12cm、 $k_1 > k_2$ の場合である。写真-1~3は、それぞれ $\Delta h/L = 0.0033, 0.0067, 0.0083$ であり、クサビは上・下二層に及び、写真-4~6は、それぞれ $\Delta h/L = 0.057, 0.02, 0.017$ であり、クサビは第二層にのみあらわれる。実測上、前者の場合クサビの定常安定時間はおよそ20時間といわゆる定常状態に達するために長時間を要する。しかし後者の場合は各層内の流速が比較的大きくなるため、安定時間は少なくてすむ。實際上、淡・塩両者の密度差が小さく、 $\Delta h/L$ が小さければクサビの

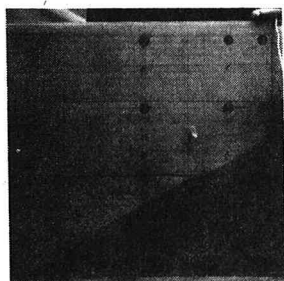


写真-1 (EXP-1)



写真-2 (EXP-2)

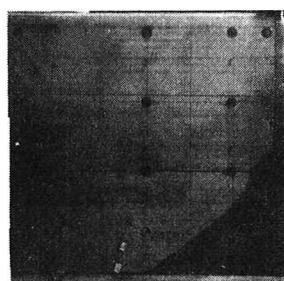


写真-3 (EXP-3)

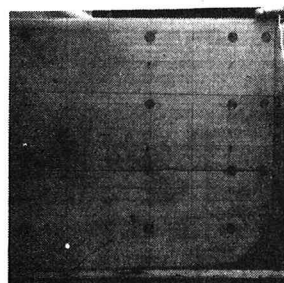


写真-4 (EXP-4)

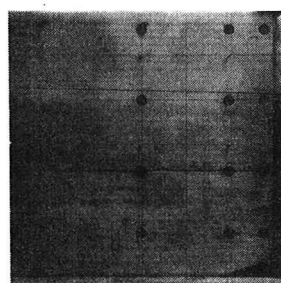


写真-5 (EXP-5)

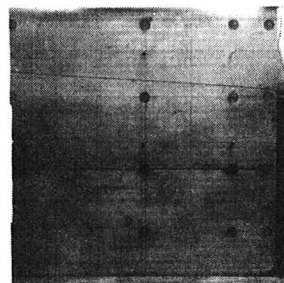


写真-6 (EXP-6)

定常安定時間は非常に長くなり、若干の外部条件の変化でもクサビは不安定で、その挙動は極めて微妙なものである。また写真-1~3に注目すれば、クサビの形状は第一層と第二層の境界で不連続となり、その境界部で鉛直流速は急変し、圧力は静水圧的とは考えにくい。この点については準一様流に基づく、先に述べた理論結果と比較すれば明らかである。

図-3は、実際に測定された動水勾配～流量関係を示したものであり、参考のため近似式(20)を与えておいた。図中、 $\Delta h/L$ が小さい間で近似式と実測値が合致しているような結果になっているが、この傾向は若干疑問があり、この近似式はむしろ $\Delta h/L$ が大きくなる程、つまりクサビが小さい程成立すべき性質のものであるから、実験精度に問題があるように思われる。図-4、図-5は理論的なクサビ形状が、どのような性質を持っているかを示したものである。図-4は、主に、第二層の透水係数が、第一層より大きい場合であり、図中の数字は、透水係数比、すなわち、 k_1/k_2 の大きさをあらわしている。これから第二層の透水係数が、第一層に比べて特に大なる時は、クサビは第一層の影響をほとんど受けず、第二層の影響が卓越することがわかる。この場合は第一層が不透水層、つまり被圧地下水による塩水クサビの挙動に近くなるわけである。図-5は、主に第一層の透水係数が第二層より大なる場合を示したものであり、図中の数字は上・下層の透水係数比、つまり、 $k_1/k_2 = 1.0$ ⁿ

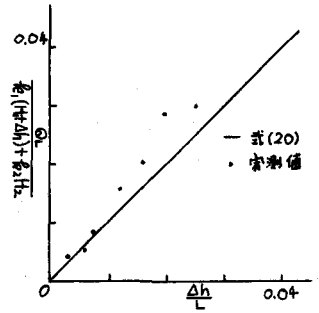


図-3 流量と動水勾配の関係

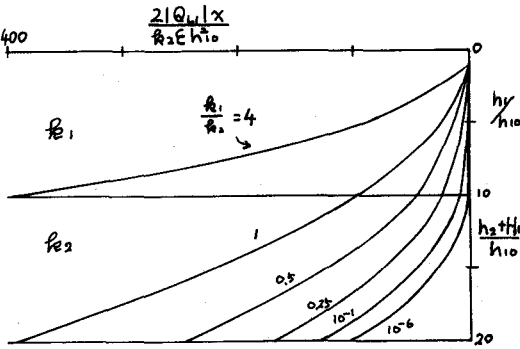


図-4 理論的なクサビ形状 ($k_1 > k_2$)
図中の数字は透水係数比 (k_1/k_2)

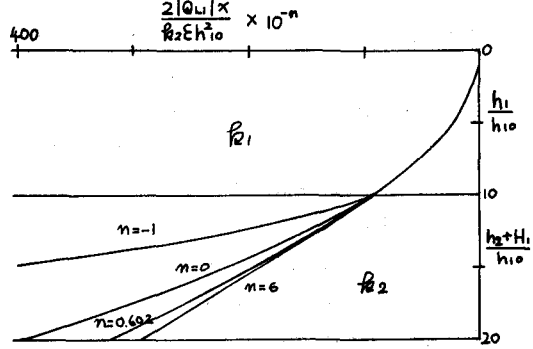


図-5 理論的なクサビ形状 ($k_1 < k_2$)
図中の数字は透水係数比 (k_1/k_2)

におけるnの値をあらわしている。この図は特に、透水係数比の変化に伴ってクサビ形状の性質がどのように変わるかをよくあらわしている。

図-6および図-7は、この理論と実験結果との比較である。図-6はエンジン・オイルを使用した場合であり、図-7は増粘剤を入れた水を使った場合である。図中の番号は、表-1の実験番号に対応している。この場合、実験により与えられた Δh 、流量を使って、理論的なクサビ形状を算定するため、まず h_{10} を定める必要がある。 h_{10} の決定には式(18)を使う。ただし、第二層にのみクサビが出現する場合、流量を、 $Q = k A i$ の式に $k = k_2$ 、 $A = H_2$ を代入

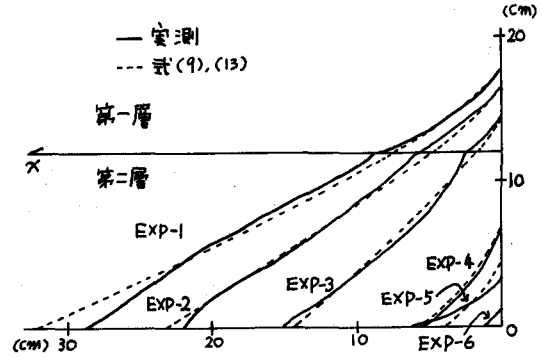


図-6 クサビ形状の理論と実験との比較
エンジン・オイル使用

して求め、透水係数は k_2 を使って算定した。図-6 の EXP-4, EXP-5, EXP-6 はこのようにして求めた。 h_{10} が決まればクサビ形状は式(9)、(13)を使って決定できる。理論と実験結果を比較した時、エンジン・オイルを使用した場合は、図-6 に示されるようになりにく一致する。ただし、EXP-6 に対応する実験結果には実験精度に問題があり、定常状態に達していなかったものと思われ、理論値ははずれてしまう。一方・増粘剤を混入した水を使用した場合、理論と実験はあまりよく合致しない。この理由としては、粘性が時間によって変化するなどの

増粘剤の特殊性状からくる不安定性が考えられる。エンジン・オイルを用いた場合でも部分的には、不一致がみられ、特に、第一層と第二層の境界付近における差異が顕著である。これは、理論を進めるにあたって用いた準一様流の仮定が、境界部付近で成り立たなくなるのではないと思われる。つまりその付近では、鉛直流速が無視できなくなるのである。

5 結 語

実験の結果として、二層より成る海岸に塩水クサビが入る場合、準一様流仮定をもとにした理論により、大まかな形状が把握しうることが明らかになり、果層の場合のクサビの基本的性質、挙動を知ることができた。しかし、第一層と第二層の境界付近で理論と実験に食い違いがみられた。この点は、Hele-Shawモデルによる実験の結果、この差異が特に顕著に、誇張して観測されることも考えられるので、安定クサビ形状の断定を明確にした上で、サンド・モデル等他の実験方法で確認する必要がある。今後の課題としては、地層が三層以上になった時もこの理論が適用しうるかを実験的に究明すること、さらに鉛直流速の効果をどのように評価するかを考察することであろう。特に、多層になった場合、境界部での誤差が下層にゆくに増大する恐れがあると思われる。

最後に、本研究を進めるにあたり、有益な示唆をいただいた、故埼玉大学嶋祐之先生に対し、心から感謝の意を表すると同時に、ご冥福をお祈りします。また実験を手伝っていただいた村山清君に、深く感謝したい。

参考文献

- 1) R. E. Glover, The Pattern of Fresh-Water Flow in a Coastal Aquifer. Journal Geophysical. Res., vol. 64, NO. 4, P. 457~459 Apr. 1959
- 2) R. R. Rumer, D. R. F. Harleman, Intruded Salt-Water Wedge in Porous Media. Proc. of A. S. C. E., Vol. 89, NO. Hy 6, Nov., 1963
- 3) J. Bear, G. Dagan, Moving Interface in Coastal Aquifers. Proc. of A. S. C. E., Vol. 90, NO. Hy 4, July 1964
- 4) 嶋, 地下水(密度流の諸問題), 1971年度水工学に関する夏期研修会講演集, P. A-8-1~A-8-25, 1971

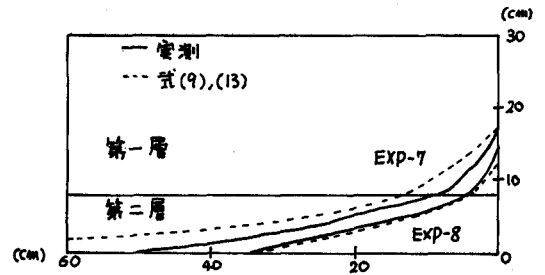


図-7 クサビ形状の理論と実験との比較
増粘剤入りの水使用