地下水の注入理論

東邦地水株式会社
（名城大学）
正会員　伊藤恒雄

☆ 緒 言

従来、井戸による人工地下水の注入理論は、揚水理論と全く同じで方向が反対になるだけであるとして井戸の揚水理論公式をそのまゝ適用していた。(1), (2), (3)

従つて理論的には揚水可能量と注入可能量は等しい筈であるとの考えに基いて、実際の注入実験で揚水量に比し注入量が少ないのはその井戸の注入効率が悪いと判断したり、或は注入を継続する事により注入可能量がすぐ減退する事に対して注入方法が悪いのではないかとして、注入井戸の構造等についてもつと研究しなければならないのではないかと考えたり、注入水による目づまり発生が顕著である為と判断したりして人工地下水の注入テストやその実施が現在に到るも余り進展しなかつたようである。

しかし、その原因は、注入理論式の不備がその最大の障害になつていたように推察される。

筆者は先に、多層採水井の収水理論について考察を加え(4)、一つの帯水層について地下水の流入流出について簡単に可逆と考える事の非を述べ、注入理論にも全く新しい理論の展開が望まれると結んだが、今回注入理論に非平衡理論を導入して揚水理論の直線法解法の JACOB の式と同じ形の理論式を誘導した。

☆ 注入理論式の誘導

井戸を利用して人工地下水を注入した場合、在来の地下水がおしのけられても大局的にはその天然の流動

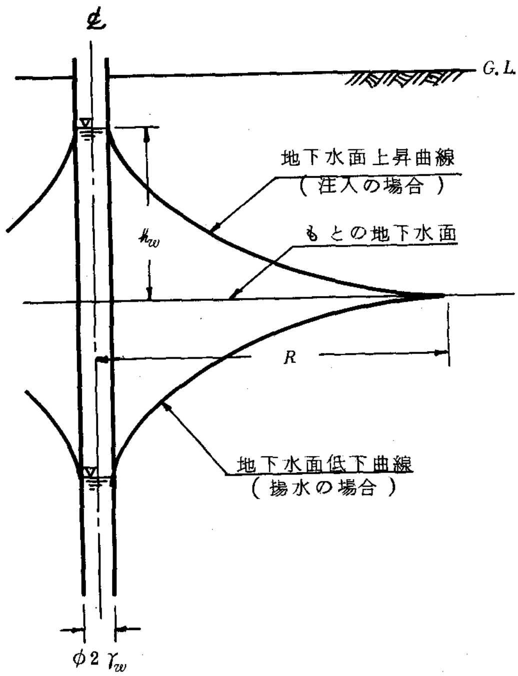

図 — 1

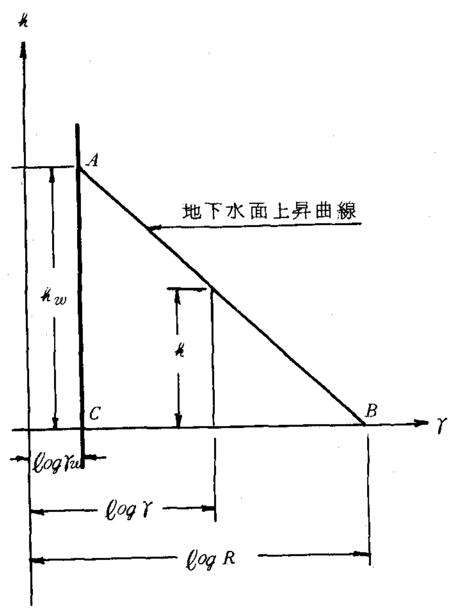

図 — 2

流速には変化がなく、また天然の地下水の流速は一般に非常に小さいので、注入水は一時的には在来の地下水面の上に乗るような形になると推察される。

従つて注入水量に応じて地下水面が上昇するとして、その上昇曲線の形態は 図－1 のように揚水の場合の地下水面の低下曲線と対称反対の形を示すと仮定する。

井戸で地下水を揚水した場合の地下水面の低下曲線は、非平衡理論の $JACOB$ の式より

$$h = \frac{2.303\,Q}{4\pi T}\,\log\frac{2.25\,T\,t}{\gamma^2\,S} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

で表わされるから $h \sim \log t$ の関係は直線関係を示す。

いまこれを注入理論に応用し、注入水による地下水面上昇の曲線の方程式を求めると 図－2 より

$$\frac{\log R - \log \gamma}{h} = \frac{\log R - \log \gamma w}{h w} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$\log \gamma = \log R - \frac{\log R - \log \gamma w}{h w}\,h$$

いま $n = \dfrac{\log R - \log \gamma w}{h w} \cdot \dfrac{1}{\log e}$ とすれば

$$\log \gamma = \log R - n\,h\,\log e$$

$$\therefore\ \gamma = \frac{R}{e^{nh}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

こゝで地下水面上昇曲線 AB が注入井戸中心を中心軸として回転してできる立方体の体積を求めてみると

$$V = \pi\int_0^{hw}\gamma^2\,dh = \pi\int_0^{hw}\left(\frac{R}{e^{nh}}\right)^2 dh$$

$$= \pi R^2\int_0^{hw}\frac{1}{e^{2nh}}\,dh = \pi R^2\left[-\frac{e^{-2nh}}{2n}\right]_0^{hw}$$

$$\therefore V = \frac{\pi R^2}{2n}\{\,1 - e\times P\,(-2\,n\,hw)\,\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

この全体の体積のうち注入水の水量（ Qt ）は貯溜係数（有効空隙率）を (S) とすれば（不圧地下水的考えの下に）

$$Q_t = \frac{\pi R^2 S}{2n}\{\,1 - e\times P\,(-2\,n\,hw)\,\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

$$2n = 2\,\frac{\log R - \log\gamma w}{h w}\cdot\frac{1}{\log e} = \frac{4.605\,\log R/\gamma w}{h w}$$ より

単位時間当りの注入量 (Q) は次式で示される。

$$Q = \frac{\pi R^2 S\;hw}{4.605\,t\,\log R/\gamma w}\left\{\,1 - e\times P\left(-4.605\,\log\frac{R}{\gamma w}\right)\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (6)$$

こゝに
Q ‥‥‥ 単位時間当り注入量
R ‥‥‥ 影響圏半径
γw ‥‥ 注入井戸半径
S ‥‥‥ 貯溜係数
hw ‥‥ 注入井戸内水位上昇量
（たゞしウエルロス等を除いた理論値とする）
t ‥‥‥ 注入継続時間

この (6) 式が注入理論の公式となるが、こゝで ｛ ｝内の繁雑な指数計算を省略しても、よほど特殊な場合で、井戸径が大きく影響圏半径が非常に小さい場合を除き殆んど差がない。 普通 $R/\gamma w = 100 \sim 1000$ 以上であるが、いまこの比がこの常識的な値よりも小さい時にどうなるかを計算してみると次表をうる。

$R/\gamma w$ の比	｛ ｝内の値	例
100	0.9999	井戸半径 $\gamma w = 0.1m$, $R = 10m$ のとき
50	0.9996	井戸半径 $\gamma w = 0.2m$, $R = 10m$ のとき
10	0.9900	井戸半径 $\gamma w = 1.0m$, $R = 10m$ のとき

従つて ｛ ｝の部分を省略した次の近似式が成り立つ。

$$Q = \frac{\pi R^2 S k_w}{4.605\, t\, \log R/\gamma w} \quad \cdots\cdots (7)$$

こゝで (1) 式において

$k = 0$ のとき $\gamma = R$ とすれば

$$\log \frac{2.25\, T t}{R^2 S} = 0 \quad より$$

$$R = \sqrt{2.25\, T t / S} \quad \cdots\cdots (8)$$

こゝに T …… 透水量係数

(7) 式に (8) 式を代入すれば、非平衡理論の JACOB の式と同じタイプの次のような井戸法における注入量を求める公式が誘導される

$$Q = \frac{\pi \times \frac{2.25\, T t}{S} S k_w}{4.605\, t \times \frac{1}{2} \log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w{}^2 S}} = \frac{\pi \times 0.977\, t\, k_w}{t \log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w{}^2 S}}$$

$$\therefore Q = \frac{3.07\, T k_w}{\log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w{}^2 S}} \quad \cdots\cdots (9)$$

この (9) 式の方が (6) 式よりも注入理論式としては簡略であり、より実用的である。

☆ 揚水量と注入量の比較

非平衡理論の JACOB の式によれば揚水量は

$$Q_J = \frac{4\pi T k_w}{2.303 \log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w{}^2 S}} \quad \left(こゝで\ 2.303 = \frac{1}{\log e} \right)$$

注入理論式によれば

$$Q_I = \frac{3.07\, T k_w}{\log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w{}^2 S}} \quad \left(こゝで\ 3.07 = \frac{4\pi \times e^{-0.5772}}{\frac{1}{\log e}} \right)$$

同じ井戸で揚水継続時間と注入継続時間、揚水の際の水位降下量と注入の場合の水位上昇量を同じとすれば、揚水量と注入量の比は

$$\frac{(注入量)}{(揚水量)} = \frac{Q_I}{Q_J} = \frac{3.07}{4\pi / 2.303} = 0.562 \ (= e^{-0.5772})$$

即ち、注入量は揚水量の 56.2 % と約半分になる。

勿論こゝで（h_w）については、ウエルロス等のない理論値とする。

☆ 注入理論式の活用

(9)式より次式をうる。

$$h_w = \frac{0.326\ Q}{T}\ \log \frac{2.25\ T\ t}{\gamma_w^2\ S} \quad \cdots\cdots (10)$$

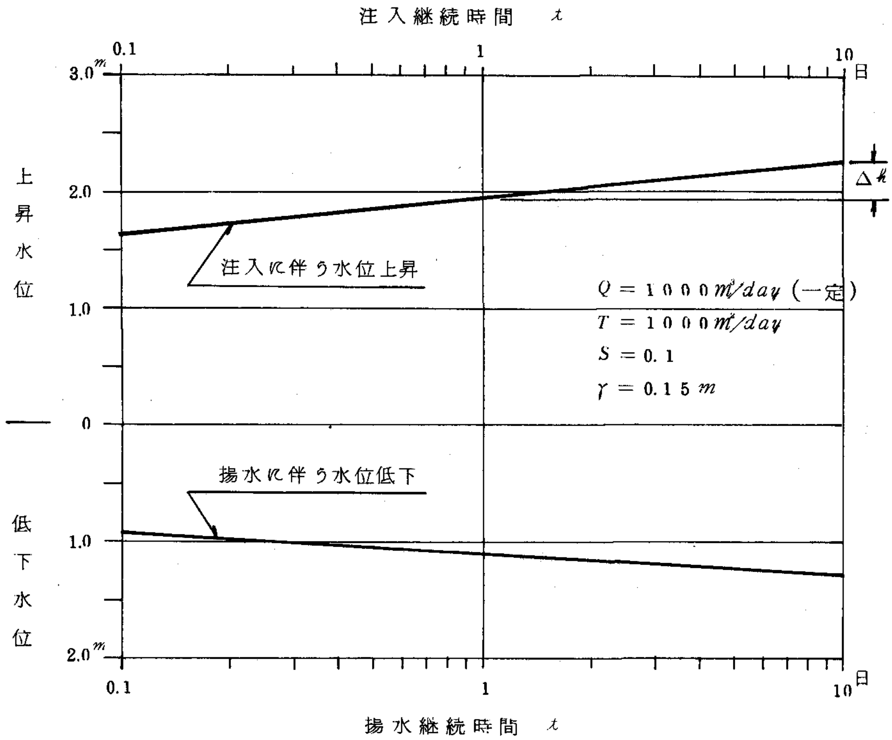

図 —— 3

従つて同一の井戸において注入量（Q）一定の時の注入継続時間（t）と注入水圧（h）の関係から次式で水理定数を求める事ができる。

$$T = \frac{0.326\ Q}{\Delta h} \quad \cdots\cdots (11)$$

たゞし　Δh ‥‥ 図－3に示すような一つの対数サイクルにおける h の差

即ち、透水試験（注入法）の解析計算にも使用できる。

或は注入水圧を一定として注入を継続した場合の注入水量の減少状態も算出可能となる。

また総注入量（Qt）を与えて任意の日数の後の水位上昇量（残留水圧）を求める事も（12）式でできる

（7）式より

$$Qt = \frac{\pi R^2 S\ h_w}{4.605\ \log R/\gamma_w} = \frac{3.07\ T\ t\ h_w}{\log \dfrac{2.25\ T\ t}{\gamma_w^2\ S}}$$

$$\therefore\ h_w = \frac{0.326\ Qt}{T\ t}\ \log \frac{2.25\ T\ t}{\gamma_w^2\ S} \quad \cdots\cdots (12)$$

たゞし　Qt …… 総注入量

t …… 注入開始からの時間

（注入延時間）＋（注入停止後の時間）

その他注入井戸から（γ）の距離にある観測井戸の水位上昇量を求める事もできる。

（2）式より

$$k = k_w \left(1 - \frac{\log \gamma / \gamma_w}{\log R / \gamma_w} \right)$$

$$\therefore k = k_w \left(1 - \frac{2 \log \gamma / \gamma_w}{\log \frac{2.25\, T t}{\gamma_w^2\, S}} \right) \quad \cdots\cdots (13)$$

☆結　び

この注入理論式によれば、注入量は揚水量の約半分（56.2％）であると算出され大凡従来から行はれてきた注入テストの結果とほゞ一致する。　またこの式は非平衡理論式であるから平衡理論式では説明できなかつた注入を継続する事により注入量の減少する事、或は注入水圧の上昇する現象についても説明可能となり夫々の減少率或はその増大率は、揚水の場合のそれに比し　約2倍（1.78倍）になる事が示される。

しかし *JACOB* の式の場合は、不圧水、被圧水の区別なく適用できるのに比し、本式の場合はその誘導過程における貯留係数の使い方の関係から被圧水にそのまゝ適用する事についてはちよつと疑問点が残り今後の研究課題となろう。

また注入継続による目づまり（水質的な問題或は注入対象帯水層の物理的変化によるもの等）については慎重に研究しなければならない問題であるが、[5] 従来の実験結果に示される意外に早い目づまりの原因の一つとして過剰注入（即ち揚水量とほゞ同じ水量或はそれに近い水量をかなりの水圧をかけて注入した例が多いようであるから一種の過剰注入による帯水層の破壊が発生したと推定される）が考えられるので、今後適正な注入量（注入限界以内の）で注入が実施されれば大分様子が変る事も予想される。

この理論が地下水の人工かん養の刺戟剤となり、本格的地下水対策の一助ともなれば望外の喜びである。

☆参考文献

1）山本荘毅：揚水試験と井戸管理，昭晃堂，*PP*.150　，1962－11

2）水収支研究グループ：地下水資源学，共立出版，*PP*.367，1973－4

3）*M．T．*ヨーノス：　地下水の人工かん養理論に関する数学的考察，工業用水，日本工業用水協会，No.191，*PP*.19，1974－8

4）伊藤恒雄・深谷実：多層採水井の収水理論，名城大学理工学部研究報告，第14号，1973

5）村下敏夫：人工地下水用井戸の目づまり，日本地下水学会誌，第14巻第2号，*PP*.14，1972－9