

物理的な発生機構を考慮した降水量時系列に関する研究

近畿大学理工学部 正会員 江藤 剛治

1. はじめに

近年の確率統計的手法による水文学の発展は目覚ましいものがあり、すでに Stochastic Hydrology なる研究分野を確立するにいたっている。しかしながらこの間に研究開発された成果の多くは物理的意義づけ、あるいは現象面での説明をともなわない単なる経験則に終始したものが多かった。特に、水文学上の確率的変動の主要素たる降水量変動に関する研究においてこの傾向が著しい。すなわち 1960 年代までの主たる成果のうち、現象面の理解との結びつきから導かれた理論的成果としては、Gumbel による極値分布に関する研究と、それに続く一連の研究、たとえば Return Period の概念等、のみであったと言っても過言ではないであろう。言うまでもなくこれらの研究が、各年中に生起した水文事象の最大値がどのような分布をとるかという現象面での興味なしに今日のごとく多くの成果をあげ得たかどうかは疑問である。

最近ようやく降水量などに関する経験則的な成果に対して、物理的な裏付けを与えようとする試み、さらにはこれによる種々の時空間スケールに対して個々別々に集積されてきた既往の成果の統一的表現を目的とした研究が発表されるにいたった。たとえば水文量の確率分布に関しては、筆者らはガンマ分布の和の分布もまたガンマ分布で近似できることを示し、主として日単位以上の水文量時系列に対して、各時間単位に対する水文量の確率分布相互の関係を統一的に表現する試みを示した。¹⁾ これを用いて従来広く用いられてきた D. D. A 解析における Duration 't' と Depth 'I' に関する経験式が説明づけられることを示した。長尾らは同様の考え方を日単位以下の降水量時系列に対して適用し、より理論的な取り扱いから Sherman 型の式の経験的指数 n を理論的に裏付けることに成功した。すなわち経験的には $n = 1/3 \sim 0.7$ とされているが、理論的に得られた n は $0.3 \sim 1$ の間となった。²⁾

本論文では、数時間～数日程度の時間単位の降水量の時系列的変動特性を特徴づける諸特性、たとえば降水事象の「間歇性（降水・無降水の2つの事象が存在すること）」、「持続性」、「非定常性」などを対象として、降水現象発生機構を考慮した降水量時系列モデルの提案と、これによる既往の経験的研究成果の統一的説明を目的として若干の考察を行なっている。

2. 間歇的事象としての降水量時系列の発生

2. 1 研究の現状と問題点

数時間～数日単位程度の降水量時系列は間歇的な時系列をなす。これを厳密に定式化することは困難なので、たとえば日単位程度の降水量については便宜上時系列的に独立かつ間歇的な事象としてつぎのように表現されることが多い。

i) 降水・無降水の2つの事象のうち、どちらかの生起する確率を与える。

ii) 降水条件付の降水量の確率分布を与える。

たとえば筆者らの表現では、確率分布関数 $F(r)$ は、

$$F(r) \begin{cases} = 0 & r < 0, \\ = (1-p) + p \int_0^r f_R(s) ds & r \geq 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 r : 降水量、 p : 降水確率、 $f_R(r)$: 降水条件付降水量の確率密度関数。

しかしながら降水現象と言えども物理現象である以上連続な時間関数として表わされると考えるのが自然であろう。たとえば降水を引きおこす要因、気圧傾度、大気中の水蒸気量、気温などは少くとも連続に生起する量である。もし降水量 r が時間 t の連続な関数 $r(t)$ として表現できるなら、今後の理論的研究に対しても有益となることは言うまでもない。

一方、実際の現象面、あるいは降水量資料のみから得られる時系列的ないくつかの性質についても解釈を

加えることが難かしい場合がある。たとえば、降水確率 p の大なる梅雨期、冬期の北陸の降水量などの場合は日雨量と言えども自己相関係数 ρ はかなり高い値となる。逆に p が小なる季節では $\rho \approx 0$ となる。しかしながら p が非常に小さいとき（たとえば干ばつ時）には、無降水事象の持続性が非常に強いわけで、単に $\rho \approx 0$ のみの理由で統計的にこの季節の降水時系列の持続性を無視してよいであろうか？このような特性が降水現象の間歇性に起因している可能性は高い。

工学的見地からは、間歇性によりたとえばシミュレーション手法などによる降水量時系列の再現には工夫を要する。たとえば熱発散量を負の降水として導入することによりこの性質を除くという手法を用いた研究、相関性（持続性および相互相関性）の再現のために、ある日・ある地点の降水条件付の次日・あるいは多地点の降水確率を求めるなどの手法が提案されている。³⁾これについても単なる便法ではなく、もう少し降水現象発生メカニズムに立脚したシミュレーション手法などの提案が望まれるのではないだろうか。

2. 2 降水現象発生メカニズムから見た間歇性の解釈

降水現象の発生は大気中の乱れ（数式的にはたとえば渦度）と強い相関を有しているのは良く知られた事実である。この乱れの発生自身もかなり間歇的であるが、それが生起するためのマクロな気象要素はより連続的かつゆるやかな変動を呈する。最近の降水現象発生機構に関する研究成果によれば、たとえば後町らはある単位当りの鉛直方向の水蒸気輸送量が限界値を超えると大降水量発生の確率が急激に増大するとしている。また降水発生予測の研究においては、多くの地点の気温、気湿、気圧、風速その他の気象要素の線形和として表わされる変数 η と、降水発生条件を多重回帰分析し、 η がある限度以上になると降水が発生するなどの報告もある。これらの降水発生予測の基礎となる気象要素は、降水現象に比較すれば時間的連続性のかなり強い物理現象である。このような事実を基礎として降水量時系列の発生過程について考察してみる。

2. 3 単一の地点雨量（1系列）の場合

上記の考えに従って $\eta(t)$ を数多くの気象要素 $\eta_i(t)$ の線形和として表わしておく。ただし対応する回帰係数を β_i とする。

$$\begin{cases} \eta(t) = \beta_0 + \beta_1 \eta_1(t) + \dots + \beta_i \eta_i(t) + \dots + \beta_n \eta_n(t) + \varepsilon_\eta \\ \eta(t) \geq \eta_* \text{ のとき降水 } (r \geq 0) \\ \eta(t) < \eta_* \text{ のとき無降水 } (r < 0) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

いま $\eta(t) \geq \eta_*$ について、降水量 $r(t)$ が $\eta(t)$ のある関数 $r(\eta)$ として表わされたとする。もちろん降水時には、より高周波の乱れ（たとえば時間単位程度）が発生し、実際の降水量は $r(\beta_0 + \sum \beta_i \eta_i)$ のまわりに分布するから、この効果を表わすために ε_η なる攪乱項（ランダム項）を付け加えている。

結局この場合、間歇性はEq. (2) の後者の2つの式により表現される。またこれらの関係は $\eta(t)$ にFig. 1の太線で示すとき $r(\eta)$ なるフィルターをかけることになる。

$\eta(t)$ の変動特性について考察する。まず確率分布について考える。
 $\eta_1(t), \dots, \eta_i(t), \dots, \eta_n(t)$ がそれぞれ確率的に変動するとき、これらの和で表現される $\eta(t)$ の分布は、特に卓越変動成分がないときは n の増加とともに正規分布に漸近する。特に各 $\eta_i(t)$ が正規分布に比して比較的歪の少ない分布に従うときは、この近似はより高精度で成り立つ。実際には $\eta_i(t)$ として挙げられる各現象は少くとも日降水量分布よりは正規分布に近い、歪の小さい確率分布に従う。

一方 $\eta(t)$ の分布が正規分布で近似できるときは、その時系列的特性は自己相関関数のみにより特徴づけられる。これを $R_\eta(\tau)$ と書いておく。 $R_\eta(\tau)$ は各 $\eta_i(t)$ の自己相関関数の重みつき平均で表わされる。

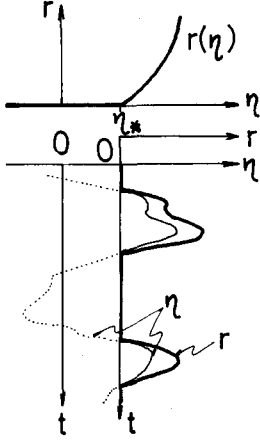


Fig.1 降水時系列発生機構のモデル

理論的検討に必要な各パラメーターは次の手順で決定される。

i) η_* は $\{1 - F_\eta(\eta_*)\}$ が降水確率 p と一致するように η_* を決定する。

(Fig. 2 参照)

ii) 降水条件付降水確率分布が実測値より得られる結果と一致するようにフィルタ $r(\eta)$ の形状を決定する。(Fig. 1 参照)

iii) 時系列相関特性が再現できるように $R_\eta(\tau)$ の時間関数形を決定する。

以上を数式的に表現する。まず i) より、

$$\eta_* = F_\eta^{-1}(1 - p) \quad \dots\dots\dots(3)$$

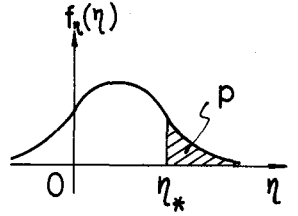


Fig. 2 降水確率 p と降水発生限界 η_*

$r(\eta)$ の形状については実用上 2 次のモーメントまでを一致させれば十分と
 考えて、

$$r = c (\eta - \eta_*)^m \quad (\text{ただし } \eta \geq \eta_* \text{ について}) \quad \dots\dots\dots(4)$$

なる形状を仮定する。パラメーターは c, m の 2 つであるから、実測値から得られる結果と、上記の r について、1 次・2 次のモーメントを一致させると言う条件よりこれらは求まる。すなわち、

$$\nu'_1 = \int_{\eta_*}^{\infty} r \cdot f_\eta(\eta) d\eta / p, \quad \nu'_2 = \int_{\eta_*}^{\infty} r^2 \cdot f_\eta(\eta) d\eta / p \quad \dots\dots\dots(5)$$

とするとき、

$$\nu'_1 = \bar{r}_r, \quad \nu'_2 = s_r + \bar{r}_r^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $\bar{r}_r, s_r$: 降水量の降水条件付標本平均, 分散。

Eq. (6) が満たされるように c および m を決定する。

$R_\eta(\tau)$ については次のように考える。まず簡単のために η は次のような 2 変数正規分布に従うとする。

$$f_{12}(\eta_1, \eta_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{12}^2(\tau)}} \exp \left\{ -\frac{\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\rho_{12}(\tau)\eta_1\eta_2}{2(1-\rho_{12}^2(\tau))} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

平均値は '0', 標準偏差は '1' としているが一般性は失わない。また η_1, η_2 は時間 τ だけ離れた 2 つの変数、 $\rho_{12}(\tau)$ はそのときの自己相関係数とする。 $\mu = 0, \sigma = 1$ のとき $R_\eta(\tau)$ は $\rho_{12}(\tau)$ に一致する。

このとき時間 τ だけ離れた 2 つの降水量 r_1, r_2 の自己相関係数 $\rho_r(\tau)$ は、

$$\rho_r(\tau) = \frac{1}{(\nu'_2 - \nu_1'^2)p} \left\{ \int_{\eta_*}^{\infty} \int_{\eta_*}^{\infty} r_1 r_2 f_{12}(\eta_1, \eta_2) d\eta_1 d\eta_2 - (p\nu_1')^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$\rho_r(\tau)$ のかわりに標本相関係数 $r_r(\tau)$ を用いて、これに一致するように $\rho_{12}(\tau)$ を決定する。ただし $r_r(\tau)$ の値にはかなりのバラッキが予想されるから、Smoothing を行ったのちの $r_r(\tau)$ の値を用いる方が良いでしょう。

いま $r(\eta)$ の関数関係がもっとも単純に線形関数で表わされる場合につ

いて検討してみる。すなわち、

$$\begin{cases} r = c \cdot (\eta - \eta_*) & (\text{for } \eta \geq \eta_*) \\ r = 0 & (\text{for } \eta < \eta_*) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\begin{aligned} \nu'_1 &= \int_0^{\infty} r \cdot f_\eta(\eta) d\eta / p \\ &= \int_{\eta_*}^{\infty} c \cdot (\eta - \eta_*) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta / p \\ &= c \cdot \left\{ \frac{1}{p} f_\eta(\eta_*) - \eta_* \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} \nu'_2 &= \int_0^{\infty} r^2 f_\eta(\eta) d\eta / p \\ &= \int_{\eta_*}^{\infty} c^2 (\eta^2 - 2\eta\eta_* + \eta_*^2) f_\eta(\eta) d\eta / p \\ &= \frac{c^2}{p} \{ p + \eta_*^2 p - \eta_* f_\eta(\eta_*) \} \end{aligned}$$

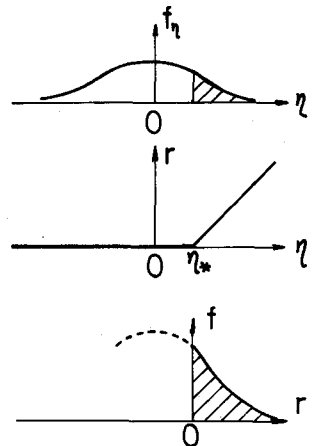


Fig. 3 線形フィルタの場合

$$\begin{aligned} \therefore \nu_2' - \nu_1'^2 &= \frac{c^2}{p} \left\{ p + \eta_*^2 p - \eta_* f_\eta(\eta_*) \right\} - c^2 \left\{ \frac{1}{p^2} f_\eta^2(\eta_*) - \frac{2}{p} \eta_* f_\eta(\eta_*) + \eta_*^2 \right\} \\ &= c^2 \left\{ \frac{\eta_*}{p} f_\eta(\eta_*) - \frac{1}{p^2} f_\eta^2(\eta_*) + 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

いま r の分布がガンマ分布で近似できるものとする。ガンマ分布の形状は形状母数 α により決定される。よってFig. 4の斜線部について α の値を求めてみる。

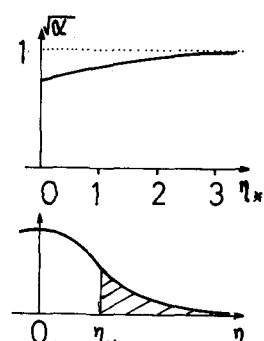


Fig. 4 η_* と形状母数 α

$$\sqrt{\alpha} = \frac{\nu_2' - \nu_1'^2}{\nu_1'} = \frac{\sqrt{1 + \eta_* \cdot f_\eta(\eta_*) / p - f_\eta^2(\eta_*) / p^2}}{f_\eta(\eta_*) / p - \eta_*} \quad \dots\dots\dots (12)$$

η_* と $\sqrt{\alpha}$ の関係をFig. 4に図示している。図に示すごとく $\sqrt{\alpha}$ の値はほぼ1に近く、 η_* が大きいき、すなわち降水確率 p が小さいときは $\alpha=1$ 。すなわち指数分布に漸近するようである。この点を検討してみる。

$$\int_x^\infty e^{-t^2} dt \sim e^{-x^2} \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1} x^{2n+1}} \quad [x \rightarrow \infty] \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし $(2n-1)!! = (2n-1)(2n-3)\dots$ 。
なる漸近展開をEq.(12)に代入する。すなわち、

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta_*}^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} d\eta = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{t_*}^\infty e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ e^{-t_*^2} \left(\frac{1}{2t_*} - \frac{1}{4t_*^3} + \frac{3}{8t_*^5} - \dots \right) \right\} \\ &= \frac{f_\eta(\eta_*)}{\eta_*} \left(1 - \frac{1}{2\eta_*} + \frac{3}{4\eta_*^2} - \dots \right) \end{aligned}$$

をEq.(12)に代入し整理すると、

$$\sqrt{\alpha} = \frac{\sqrt{1 + (\eta_*^{-2} \text{以上の項})}}{1 - 3/\eta_*^2 + \dots} \rightarrow 1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

よって、 $\eta_* \rightarrow \infty$ のとき $\sqrt{\alpha} \rightarrow 1$ 。すなわち η_* の極限においても実測値とかけ離れた値を取らないばかりか、日降水量の分布としてもっともよく用いられる指数分布形状に漸近することになる。以上より降水量時系列の一般的特性を論ずるにあたっては、線形フィルター近似でも十分であろうと考えられる。

2. 4 多次元降水量時系列の場合

多地点の降水量時系列を同時に考える場合には、因子分析的手法を導入すればさらに現象の理解が容易となろう。すなわち各地点雨量各々の時系列的特性を調べるかわりに、いくつかの共通の卓越変動成分を求めておき、これらについて時系列的特性を調べるわけである。

まず地点数(降水量時系列数)を K とする。因子分析の要は次のとおりである。“ K 個の变量について、 $(K \times K)$ 次の相互相関マトリックス R を計算し、 R の固有値のうち大きい方から L 個を適当に選ぶ。それらの固有値の和が十分 K に近いとき、 L 個の固有値に対応する互いに独立な L 個の変動成分のみにより K 個の全変動の様相が説明できる。”本論文では K 個の变量とは K 地点の降水量に対応することは言うまでもない。

L 個の主要因子を $\xi_1, \dots, \xi_L$ としておく。 $\xi_l (l=1, \dots, L)$ は降水量 r_k と直接線形結合の関係にあるわけではない。まず η_k と線形結合の関係を有し、 η_k を介して r_k に変換される。ここに $k (k=1, \dots, K)$ は地点番号である。すなわち、

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = b_{11} \xi_1 + b_{12} \xi_2 + \dots + b_{1L} \xi_L + \xi_{\eta_1} \\ \eta_2 = b_{21} \xi_1 + b_{22} \xi_2 + \dots + b_{2L} \xi_L + \xi_{\eta_2} \\ \vdots \\ \eta_k = b_{k1} \xi_1 + b_{k2} \xi_2 + \dots + b_{kL} \xi_L + \xi_{\eta_k} \\ \vdots \\ \eta_K = b_{K1} \xi_1 + b_{K2} \xi_2 + \dots + b_{KL} \xi_L + \xi_{\eta_K} \end{array} \right\} \dots r_k = r_k(\eta_k) \text{ (各}\eta_k\text{に対して)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに ξ_{η_k} は乱数項(因子分析では特有変動成分)であり、残りの $(K-L)$ の分散に対応する成分である。

係数 b_{ki} は i 番目の固有値に対応する固有ベクトル $(b_{1i}, b_{2i}, \dots, b_{ki})^T$ である。

逆に $L=K$ としたときの b_{ki} 行列を B で表わしておけば、

$$(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)^T = B^{-1}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k)^T \quad \dots\dots\dots (16)$$

以上をもとにして多地点の場合の解析法、あるいはシミュレーションの手順を考える。

i) 前項のi), ii)と同様の手法により各地点に対してフィルターの

定数 η_{*k}, c_k, m_k を求める。

$$ii) \eta'_k = (r_k / c_k)^{\frac{1}{m_k}} + \eta_{*k} \quad \dots\dots\dots (17)$$

により r_k を η'_k に変換し、 η'_k を正規分布からの上位標本とみなす。

iii) 降水事象も無降水事象も含めて、 k 地点と k' 地点の $\eta'_k, \eta'_{k'}$ 間の相互相関係数行列 R' を計算する。

iv) η'_k は $\eta_k < \eta_{*k}$ のとき $\eta'_k = \eta_{*k}$ であるから(すなわちFig. 3の線形フィルターにおける r と η'_k はほぼ同じと考えてよい)、後述の関係式を用いて、 R' を η_k の本来の相互相関行列 R に換算しておく。

v) R の固有値、固有ベクトルの計算により B, L, ϵ_{η_k} の分散を求める。

vi) B^{-1} を計算し、Eq. (16)より、 $(\xi'_1, \xi'_2, \dots, \xi'_k)$ なる新たな K 個の時系列を作る。ただしここでは η_k のかわりに η'_k を入れる。

vii) ξ'_k についてi) ~ ii)の手法により正規化を行ない、正規分布からの上位標本に変換する。これを ξ''_k と書く。

viii) ξ''_k について前項iii)の手法により時系列相関係数を計算し、主要な因子について時系列特性を調べる。

以上が解析のための手段である。シミュレーション手法としては、逆に、

i) $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_L)^T$ および $(\epsilon_{\eta_1}, \epsilon_{\eta_2}, \dots, \epsilon_{\eta_k})^T$ を必要な長さだけ発生させる。

ii) Eq. (15)によりこれを $(r_1, r_2, \dots, r_k)$ に変換する。

上記のiv)ステップにおける η の相関係数は以下のごとく求められる。

$$\left. \begin{aligned} \nu_{kn} &= \int_{-\infty}^{\eta_{*k}} 0 \cdot f_{\eta_k}(\eta_k) d\eta_k + \int_{\eta_{*k}}^{\infty} (\eta_k - \eta_{*k})^n f_{\eta_k}(\eta_k) d\eta_k \\ \sigma_k &= \sqrt{\nu_{k2} - \mu_{k1}^2}, \mu_{k1} = \nu_{k1} \\ \rho_{kk'} &= \frac{1}{\sigma_k \sigma_{k'}} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\eta_{*k}} \int_{-\infty}^{\eta_{*k'}} \mu_k \mu_{k'} f_{kk'}(\eta_k, \eta_{k'}) d\eta_{k'} d\eta_k \right. \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\eta_{*k}} \int_{\eta_{*k'}}^{\infty} (-\mu_k) (\eta_{k'} - \eta_{*k'} - \mu_{k'}) f_{kk'}(\eta_k, \eta_{k'}) d\eta_{k'} d\eta_k \\ &\quad + \int_{\eta_{*k}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\eta_{*k'}} (\eta_k - \eta_{*k} - \mu_k) (-\mu_{k'}) f_{kk'}(\eta_k, \eta_{k'}) d\eta_{k'} d\eta_k \\ &\quad \left. + \int_{\eta_{*k}}^{\infty} \int_{\eta_{*k'}}^{\infty} (\eta_k - \eta_{*k} - \mu_k) (\eta_{k'} - \eta_{*k'} - \mu_{k'}) f_{kk'}(\eta_k, \eta_{k'}) d\eta_{k'} d\eta_k \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

実例の $\rho_{kk'}$ にあうように2変数正規分布 $f_{kk'}$ 中の $\rho_{kk'}$ を決定する。

参考のために筆者らが近畿圏の月雨量について因子分析を行なった結果の例をFig. 6に示す。この図の固有ベクトルの形状から判断されるように第1因子はほぼ全域的に降る前線・台風等による降水、第2因子は緯度に関して逆相関になっていることから季節風などによる降水ではないかと考

フィルター定数の計算

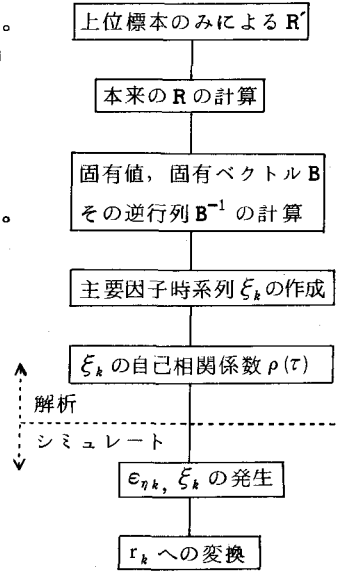


Fig. 5 解析・シミュレーション手順

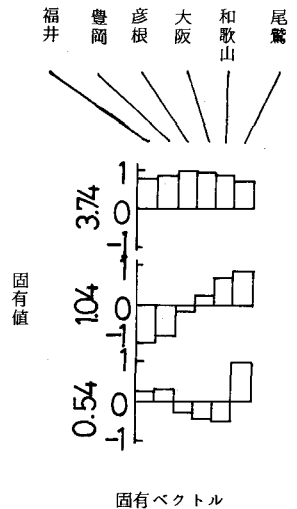


Fig. 6 因子分析例(近畿圏, 7月降水量資料)

えられる。第3因子はこの場合尾鷲の特有因子、第4因子以下は省略している。このように共有因子として考慮すべき ξ の数 h は、各季節について、たかだか3程度であろうと予想される。またこれら上位の因子については物理的解釈も容易となる。

3. シミュレーションによる検討例

時系列的にもっとも単純な1次従属モデル、

$$\eta_{i+1} = \rho \cdot \eta_i + \sqrt{1-\rho^2} \cdot t_{i+1}, \quad t_{i+1} \in N(0,1) \tag{19}$$

により正規分布に従う系列 η_i を作り、種々の ρ 、 η_* の組み合わせに対して $\eta_i \geq \eta_*$ なる条件付の各次モーメント、時系列相関係数 $\rho(\tau)$ などを計算した。

つぎに時間単位の取り方がこれらの特性におよぼす効果を調べるために、 η_i を N 個づつ加えて作った新たな系列について同様の計算を行った。結果の例をFig. 7, Fig. 8に示している。Fig. 7は $\rho=0.6$ 、 $\eta_*=0.0$ に対して N とともに r の形状がどう変わるかを示した例である。Fig. 8は同じく $\rho=0.6$ に対して、 η_* 、 N に対する時系列相関係数 $\rho(\tau)$ の変化を図示したものである。

たとえばFig. 8から η_* の増加、すなわち降水確率が減少すると $\rho(\tau)$ が減少することがわかる。さらに降水条件付の相関係数は $\rho(\tau)$ よりさらに0.1程度低く、 ρ が小なる条件で、降水条件付相関係数を求めると、本来の相関係数（この場合0.6）よりみかけ上かなり小さな値となることなどがわかる。

参考文献 1) 室田明・江藤剛治・田中剛：水文量の和に関する統計的研究，土木学会論文報告集第223号
 2) 長尾正志他：雨量配分率一期間曲線の確率論的推定について，土木学会第29回年講第2部
 3) T.Ishihara and S.Ikebuchi: Stochastic Structures in Space and Time of Daily Precipitation and Their Simulation, Proc. of 2nd I. S. H., Sept, 1972, Fort Collins, Colorado, U. S. A.

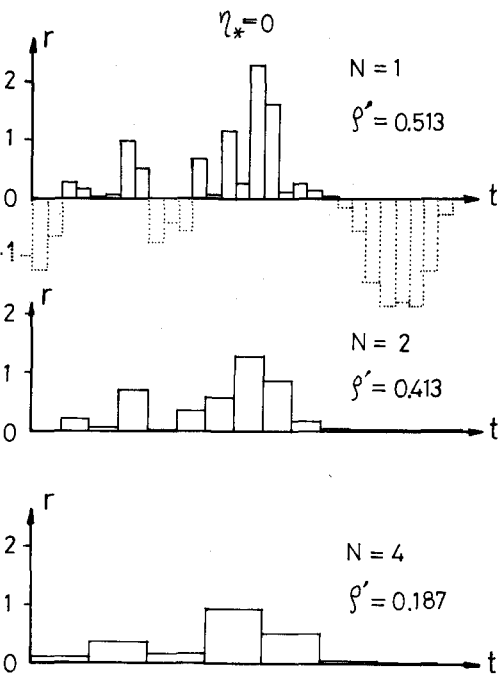


Fig. 7

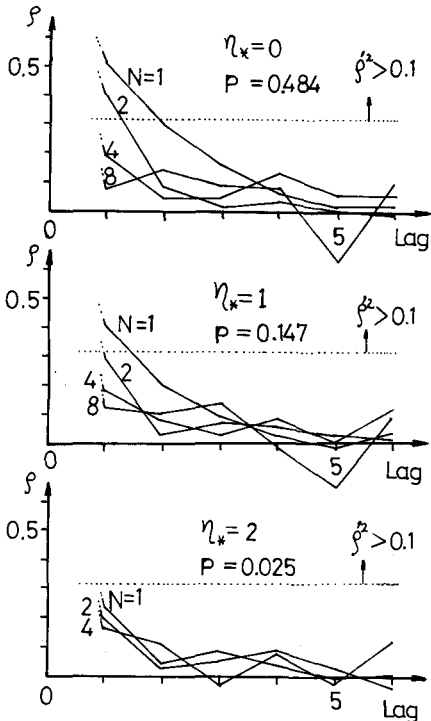


Fig. 8