

河川蛇行の成因と卓越蛇行波長

中央大学理工学部 正会員 林 泰造
中央大学大学院 学生員 ○尾崎幸男

1 ま え が き

河川蛇行の成因については、河床に微小擾乱を与えた際、これに伴って変動が生ずると思われる水理量との間に位相差を生じ、これがこの成因となるとする“位相差”理論があることは周知の通りである。そしてそのような理論としてはHansen, Callander, 林, Engelund - Skovgaardの諸研究が見られる。

本研究においては、河川蛇行の成因をやはりこの位相差にあると考える立場をとり、しかし、位相差以外の仮定は極力排して、河床安定問題としてのできるだけ一般的な水理学的取り扱いを行い、河床の不安定領域、蛇行の卓越波長を求め、これらを実験値および実際河川における関係式と比較検討したものである。

2 基本方程式とその無次元線型化

断面は広矩形断面であるとし、静水圧分布を仮定し、さらに鉛直方向の速度変化を無視すれば、基本方程式は次のようになる。

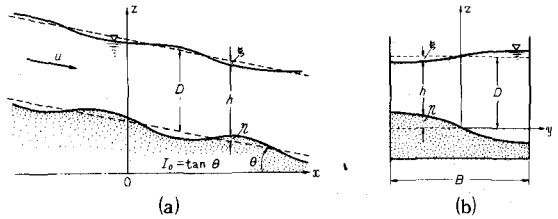


図-1 河床形状と座標軸

運動方程式

$$x \text{ 方向} : \frac{1}{g} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = I_0 - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_b}{r h} \quad (1)$$

$$y \text{ 方向} : \frac{1}{g} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{v}{u} \frac{\tau_b}{r h} \quad (2)$$

連続の式

$$\text{水 流} : \frac{\partial}{\partial x} (u h) + \frac{\partial}{\partial y} (v h) + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\text{河床物質} : \frac{\partial q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{sy}}{\partial y} + (1-n) \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

ここに、 u : x 方向の流速、 v : y 方向の流速、 I_0 : 平衡状態に於ける水面勾配、 η : 河床に与える擾乱、 h : 場所の水深、 τ_b : 河床に働く剪断力、 r : 水の単位体積重量、 q_{sx} : x 方向の流砂量、 q_{sy} : y 方向の流砂量、 n : 空隙率。

(1)~(4)式中にある未知量は u 、 v 、 η 、 h 、 τ_b 、 q_{sx} 、 q_{sy} の7個である。従ってあと3個の関係式が必要となり、そのために次の3式を考慮する。

$$\frac{\tau_b}{r h} = \frac{u^2}{g h \left(6.0 + 2.5 \ln \frac{h}{k} \right)^2} \quad \dots (5), \quad \phi_{sx} = f(\tau_*) \quad \dots (6), \quad q_{sy} = \frac{v}{u} q_{sx} \quad \dots (7)$$

ここに、 k : 相当粗度、 $f(\tau_*)$: Einstein の掃流砂関数、 $\phi_{sx} = \frac{q_{sx} \cdot S}{\sqrt{g(S-1)} \cdot F \cdot d^{3/2}}$ 、

$$\tau_* = \frac{\tau_b}{r(S-1)d}, \quad F = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36\nu^2}{gd^3(S-1)}} - \sqrt{\frac{36\nu^2}{gd^3(S-1)}}, \quad d : \text{砂の粒径}, \nu : \text{水の動粘性}$$

係数, S : 砂の比重。

そこで(5), (6)および(7)式を(1)~(4)式に代入し,

$$h = D + \xi - \eta = D + h', \quad u = u_m + u', \quad v = v'$$

と置き, さらに座標軸, 時間並びに微小変動量を平均水深 D と平均流速 u_m で無次元化すると (8)~(11)式が得られる。

$$F_r^2 \left(\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial x} \right) + 2 I_0 u' + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial h'}{\partial x} - (1 + A_1) \cdot I_0 \cdot h' = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$F_r^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial h'}{\partial y} + I_0 \cdot v' = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial h'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial h'}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$2 \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \frac{\partial u'}{\partial x} - A_1 \cdot \tau_{*0} \cdot f'(\tau_{*0}) \cdot \frac{\partial h'}{\partial x} + f(\tau_{*0}) \frac{\partial v'}{\partial y} + A_2 \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $F_r = \frac{u_m}{\sqrt{gD}}$, $\frac{u_m}{\sqrt{gDI_0}} = 6.0 + 2.5 \ln \frac{D}{k}$, $A_1 = 5.0 \frac{\sqrt{I_0}}{F_r}$, $A_2 = \frac{(1-n) u_m \cdot D \cdot S}{\sqrt{g(S-1)} \cdot F \cdot d^{3/2}}$,

$$\tau_{*0} = \frac{DI_0}{(S-1)d}, \quad f'(\tau_*) = \frac{df(\tau_*)}{d\tau_*}.$$

3. 微小変動量の仮定

河床に与える擾乱を

$$\eta(x, y, t) = \hat{\eta}(y, t) e^{ikx} + \hat{\eta}^*(y, t) e^{-ikx}$$

とすると他の微小変動量は次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} h'(x, y, t) &= \hat{h}(y, t) e^{ikx+i\delta_1} + \hat{h}^*(y, t) e^{-ikx-i\delta_1} \\ u'(x, y, t) &= \hat{u}(y, t) e^{ikx+i\delta_2} + \hat{u}^*(y, t) e^{-ikx-i\delta_2} \\ v'(x, y, t) &= \hat{v}(y, t) e^{ikx+i\delta_3} + \hat{v}^*(y, t) e^{-ikx-i\delta_3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし, アステリスタ*は共役複素数を示す。又, δ_j ($j = 1, 2, 3$) は η に対して他の水理量のもつ x 方向の位相差である。また, $k = 2\pi D/L$; 無次元波数, $i = \sqrt{-1}$ 。

次に(12)式を(8)~(11)式に代入し, 整理すると(13)~(16)式及び(13-a)~(16-a)式が得られる。しかしながら, (13-a)~(16-a)式は(13)~(16)式と同値であると考えられる。なぜなら(13)~(16)式における未知量の函数形が定まったなら, その共役複素数部分を取ったものが(13-a)~(16-a)式の未知量となるからである。従って, これから以後取り上げる基本方程式は(13)~(16)式である。

$$ik \hat{\eta}(y, t) + \{ ik - (1 + A_1) \cdot I_0 \} \hat{h}_1(y, t) + F_r^2 \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial t} + (ik \cdot F_r^2 + 2 I_0) \cdot \hat{u}_1(y, t) = 0, \dots (13)$$

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{h}_1}{\partial y} + F_r^2 \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial t} + (ik F_r^2 + I_0) \cdot \hat{v}_1(y, t) = 0, \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial \hat{z}_1}{\partial t} + ik \hat{h}_1(y, t) + ik \hat{u}_1(y, t) + \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial y} = 0, \dots\dots\dots (15)$$

$$A_2 \cdot \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} - ik A_1 \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \hat{h}_1(y, t) + 2 ik \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \hat{u}_1(y, t) + f(\tau_{*0}) \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial y} = 0, \dots \quad (16)$$

$$ik \hat{\eta}^*(y, t) + \{ ik + (1 + A_1) I_0 \} \hat{h}_1^*(y, t) - F_r^2 \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial t} + (ik F_r^2 - 2 I_0) \cdot \hat{u}_1^*(y, t) = 0, \dots \quad (13-a)$$

$$\frac{\partial \hat{\eta}^*}{\partial y} + \frac{\partial \hat{h}_1^*}{\partial y} + F_r^2 \frac{\partial \hat{v}_1^*}{\partial t} - (ik F_r^2 - I_0) \cdot \hat{v}_1^*(y, t) = 0, \dots \quad (14-a)$$

$$\frac{\partial \hat{z}_1^*}{\partial t} - ik \hat{h}_1^*(y, t) - ik \hat{u}_1^*(y, t) + \frac{\partial \hat{v}_1^*}{\partial y} = 0, \dots \quad (15-a)$$

$$A_2 \frac{\partial \hat{\eta}^*}{\partial t} + ik A_1 \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \hat{h}_1^*(y, t) - 2 ik \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \hat{u}_1^*(y, t) + f(\tau_{*0}) \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial y} = 0. \dots \quad (16-a)$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } \hat{h}_1(y, t) &= \hat{h}(y, t) e^{i\delta_1}, \quad \hat{h}_1^*(y, t) = \hat{h}^*(y, t) e^{-i\delta_1}; \quad \hat{u}_1(y, t) = \\ &\hat{u}(y, t) e^{i\delta_2}, \quad \hat{u}_1^*(y, t) = \hat{u}^*(y, t) e^{-i\delta_2}; \quad \hat{v}_1(y, t) = \hat{v}(y, t) e^{i\delta_3}, \quad \hat{v}_1^*(y, t) = \\ &\hat{v}^*(y, t) e^{-i\delta_3} \end{aligned}$$

さらに, $\hat{\eta}(y, t)$, $\hat{z}_1(y, t)$, $\hat{u}_1(y, t)$, $\hat{v}_1(y, t)$ を次のように仮定する。

$$\begin{aligned} \hat{\eta}(y, t) &= \hat{\eta}_2(y) e^{-ikct}, \quad (\hat{\eta}^* = \hat{\eta}_2^* e^{ikc^*t}), \quad \hat{h}_1 = \hat{h}_2 e^{-ikct}, \quad \hat{u}_1 = \hat{u}_2 e^{-ikct}, \\ \hat{v}_1 &= \hat{v}_2 e^{-ikct} \dots \quad (17) \end{aligned}$$

ただし, $C = C_r + i C_i$: 無次元複素波速, 又, 下付添字 2 の付いたものは y だけの函数で y 方向の位相差を含んでいるものとする。

(17) 式を (13)~(16) 式に代入すると, (18)~(21) 式が得られる。

$$ik \hat{\eta}_2(y) + \{ ik - (1 + A_1) \cdot I_0 \} \cdot \hat{h}_2(y) + \{ ik F_r^2 (1 - C) + 2 I_0 \} \cdot \hat{u}_2(y) = 0, \dots \quad (18)$$

$$\frac{d\hat{\eta}_2}{dy} + \frac{d\hat{h}_2}{dy} + \{ ik F_r^2 (1 - C) + I_0 \} \cdot \hat{v}_2(y) = 0, \dots \quad (19)$$

$$ik (1 - C) \hat{h}_2(y) + ik \cdot \hat{u}_2(y) + \frac{d\hat{v}_2}{dy} = 0, \dots \quad (20)$$

$$\begin{aligned} -ik C A_2 \cdot \hat{\eta}_2(y) - ik A_1 \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \cdot \hat{h}_2(y) + 2 ik \tau_{*0} f'(\tau_{*0}) \hat{u}_2(y) \\ + f(\tau_{*0}) \frac{d\hat{v}_2}{dy} = 0. \dots \quad (21) \end{aligned}$$

4. 境界条件を満たす $\hat{v}_2(y)$ の決定と複素波速に関する連立方程式の誘導

ここでは, (18)~(21) 式を書き直して得られる $\hat{v}_2(y)$ に関する微分方程式を境界条件の許に解くことを考える。

(18), (20), (21) 式から $\hat{\eta}_2(y)$, $\hat{z}_2(y)$ は次のように表わせる。但し, $C \ll 1$ とする。

$$\hat{\eta}_2(y) = \frac{d_1}{d} = \lambda_1 \cdot \frac{d\hat{v}_2}{dy}, \quad \hat{h}_2(y) = \frac{d_2}{d} = \lambda_2 \cdot \frac{d\hat{v}_2}{dy} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$d = \begin{vmatrix} ik & ik - (1+A_1)I_0 & ikF_r^2 + 2I_0 \\ 0 & ik & ik \\ -ikCA_2 & -ikA_1\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) & 2ik\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) \end{vmatrix},$$

$$d_1 = \begin{vmatrix} 0 & ik - (1+A_1)I_0 & ikF_r^2 + 2I_0 \\ -\frac{d\hat{v}_2}{dy} & ik & ik \\ -f(\tau_{*0})\frac{d\hat{v}_2}{dy} & -ikA_1\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) & 2ik\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) \end{vmatrix},$$

$$d_2 = \begin{vmatrix} ik & 0 & ikF_r^2 + 2I_0 \\ 0 & \frac{d\hat{v}_2}{dy} & ik \\ -ikCA_2 & -f(\tau_{*0})\frac{d\hat{v}_2}{dy} & 2ik\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) \end{vmatrix},$$

$$\lambda_1 = \frac{k(F_r^2-1)f(\tau_{*0}) + k(2+A_1F_r^2)\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) - i \cdot I_0 \cdot \{(3+A_1) \cdot f(\tau_{*0}) - 2\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\}}{(3+A_1)A_2I_0kC + ik^2\{(F_r^2-1)A_2C + (2+A_1)\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\}},$$

$$\lambda_2 = \frac{k\{f(\tau_{*0}) - 2\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\} - A_2kF_r^2C + i2A_2I_0C}{(3+A_1)A_2I_0kC + ik^2\{(F_r^2-1)A_2C + (2+A_1)\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\}}.$$

22式を19式に代入して次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2\hat{v}_2}{dy^2} + \lambda_3 \cdot \hat{v}_2(y) = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= \frac{ikF_r^2 + I_0}{\lambda_1 + \lambda_2} \\ &= \frac{(ikF_r^2 + I_0) \{ (3+A_1)A_2I_0kC + ik^2\{(F_r^2-1)A_2C + (2+A_1)\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\} \}}{-A_2F_r^2kC + kF_r^2\{f(\tau_{*0}) + A_1\tau_{*0}f'(\tau_{*0})\} - iI_0\{(3+A_1)f(\tau_{*0}) - 2\tau_{*0}f'(\tau_{*0}) - 2A_2C\}} \\ &\quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

この微分方程式を境界条件〔 $y = \pm \frac{1}{2} \frac{B}{D}$ において $\hat{v}_2(y) = 0$ 〕の許に解くと、(このためには $R_e \lambda_3 > 0$, $I_m \lambda_3 = 0$ とする必要がある。)

$$\hat{v}_2(y) = v_0 \cos(\sqrt{\lambda_3} \cdot y) = v_0 \cos \frac{m\pi D}{B} y \quad (m = 1, 3, \dots\dots) \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。②式から

$$\lambda_3 = \left(\frac{m\pi D}{B} \right)^2 = \lambda \quad \dots\dots\dots (26)$$

また、複素波速に関する連立方程式は次のようにして導くことができる。

②式と $C = C_r + i C_i$ を②式に代入し、実数部と虚数部とを分離して次の⑦式となる。ただし、この際に Einstein の掃流砂量関数に $f(\tau_*) = 40 \tau_*^3$ なる関係式¹¹⁾を用いた。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} C_r + a_{12} C_i &= b_1, \\ a_{21} C_r + a_{22} C_i &= b_2, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここに

$$\begin{aligned} a_{11} &= -a_{22} = A_2 k \{ F_r^2 \lambda + (3 + A_1) I_0^2 - (F_r^2 - 1) F_r^2 k^2 \}, \\ a_{12} &= a_{21} = A_2 I_0 \{ 2 \lambda + k^2 - (4 + A_1) F_r^2 k^2 \}, \\ b_1 &= 40 \tau_{*0}^3 F_r^2 k \{ (1 + 3A_1) \lambda + 3(2 + A_1) k^2 \}, \\ b_2 &= 40 \tau_{*0}^3 I_0 \{ 3(2 + A_1) k^2 - (3 - A_1) \lambda \}. \end{aligned}$$

5. 河床の不安定性と卓越蛇行波長

河床の不安定性は河床に与えた微小擾乱が時間と共に増大することを意味するので、増幅率 $e^{k C_i t}$ の C_i 即ち複素波速の虚数部が正のとき生ずることになる。そこで⑦式から C_i を求めると次式となり、この C_i を検討する。

$$C_i = (a_{12} b_1 - a_{11} b_2) / (a_{11}^2 + a_{12}^2) \quad \dots\dots\dots (28)$$

⑧式に $I_0 = \frac{1}{2} f F_r^2$, $A_1 = 5.0 \sqrt{\frac{f}{2}}$, $A_2 = \frac{(1-n)S}{\sqrt{S-1} \cdot F} \left(\frac{D}{d} \right)^{3/2} \cdot F_r$ 及び $\lambda = m^2 \pi^2 \left(\frac{D}{B} \right)^2$ を代入して整理すると⑨式のように書き直せる。

$$C_i = \alpha \cdot (a_1 k^5 + a_2 k^3 + a_3 k) / (a_4 k^6 + a_5 k^4 + a_6 k^2 + a_7) \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここに

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{20}{1-n} \cdot \frac{\sqrt{S-1}}{S} \cdot F \cdot \tau_{*0}^3 \cdot \left(\frac{d}{D} \right)^{3/2}, \quad F = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \nu^2}{9d^3(S-1)}} - \sqrt{\frac{36 \nu^2}{9d^3(S-1)}}, \\ a_1 &= -\frac{3}{\pi^4} \left(2 + 5 \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot \left(3 + 5 \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot f \cdot F_r^2 \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^2, \\ &\quad f : \text{摩擦抵抗係数 (friction factor)}, \\ a_2 &= \frac{5}{\pi^2} \left(2 + 5 \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot f \cdot \frac{1}{m^2} \left(\frac{B}{D} \right)^2 - \frac{1}{\pi^2} \left(7 + 60 \sqrt{\frac{f}{2}} + 37.5 f \right) \cdot f \cdot F_r^2 \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^3 \\ &\quad - \frac{3}{4\pi^4} \left(2 + 5 \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot \left(3 + 5 \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot f^3 \cdot F_r^2 \cdot \frac{1}{m^4} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^4, \end{aligned}$$

$$a_3 = 5 \left(1 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot f + \frac{1}{4\pi^2} \left(3 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot \left(3 - 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot f^3 \cdot F_r^2 \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^2,$$

$$a_4 = \frac{1}{\pi^4} (1 - F_r^2)^2 \cdot F_r \cdot \frac{1}{m^4} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^4,$$

$$a_5 = \frac{1}{4\pi^4} \left\{ 5 \left(2 + 6\sqrt{\frac{f}{2}} + 2.5f \right) - 2F_r^2 + 1 \right\} \cdot f^2 \cdot F_r \cdot \frac{1}{m^4} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^4 \\ - \frac{2}{\pi^2} (F_r^2 - 1) \cdot F_r \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^2,$$

$$a_6 = F_r + \frac{1}{16\pi^4} \left(3 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right)^2 f^4 \cdot F_r^4 \cdot \frac{1}{m^4} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^4 \\ + \frac{1}{2\pi^2} \left\{ 2 - 2 \left(4 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot F_r^2 + \left(3 + 5\sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot F_r^2 \right\} \cdot f^2 \cdot F_r \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{B}{D} \right)^2,$$

$$a_7 = f^2 \cdot F_r$$

(a) 不安定領域と流れの mode

さて、(29)式に於いて $C_i = 0$ 即ち河床が中立であるときの曲線をまず $m=1$ として数値計算によって求めると図-2aと図-2bのようになる。 F_r, k の値が中立曲線の値より小さい領域が不安定領域 ($C_i > 0$) を示し、大きい領域が安定領域を示す。実験値はほとんど全て不安定領域内にある。また、図から、幅 B が大きくなるにつれて不安定領域が狭くなっていくことがわかる。このことは幅 B の増加に伴って擾乱の波長が増大することを意味するであろう。今、ここで $m=1$ として計算を実行したわけであるが、次にこの m について考察してみる。

m のとりうる値は、1, 3, 5, …… であって、 m は流れの mode を与える。

$m=1$ のときは、流線は図-3aのようになり、これは幅の余り広くない水路、例えば実験水路、また Froude 数が 1.0 以上のとき多く見られるであろう、布本、木下、Simons et al 等の実験はこの場合に相等すると考えられる。

$m > 1$ のとき、例えば $m=3$ の流線は図-3bのようになる。この場合には、木下博士の研究と対照して考えると、図-3cに示したような砂堆が形成されるであろう。 m が大きくなると単一流水の蛇行波長は短くなるが、これが統合されて出来る流路の蛇行波長は増加する。Froude 数が小さい実際の河川の蛇行はこのような機構 ($m > 1$ のもの) によって生ずるものと考えられる。

(b) 卓越蛇行波長

卓越蛇行波長は擾乱の増幅率 $e^{kC_i t}$ の値を最大にする波長と考えられるので、 kC_i を極大にする波長を求めればよいことになる。そこで $\frac{\partial(kC_i)}{\partial k} = 0$ の条件から卓越蛇行波長を求めると次式が得られる。

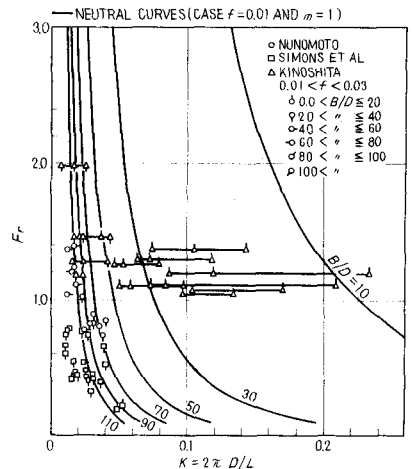


図-2a 安定限界
($f=0.01$ の場合)

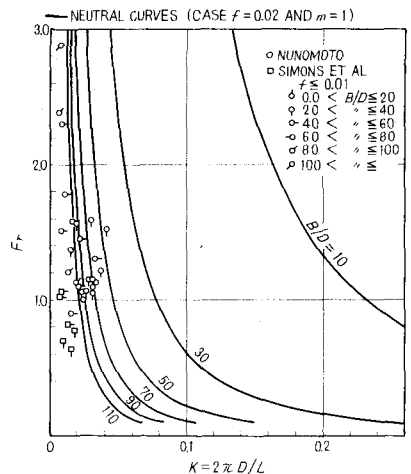


図-2b 安定限界
($f=0.02$ の場合)

$$\begin{aligned}
 & (a_1 a_5 - a_2 a_4) k^8 + 2(a_1 a_6 - a_3 a_4) k^6 \\
 & + (3a_1 a_7 + a_2 a_6 - a_3 a_5) k^4 \\
 & + 2a_2 a_7 k^2 + a_3 a_7 = 0 \quad \dots\dots\dots (30)
 \end{aligned}$$

この式は、卓越波長の満足すべき方程式で、係数に含まれている3個のパラメーター f , F_r 及び B/mD を与え、数値係算によって卓越蛇行波長を求めた。このようにして求められた単列蛇行の波長が図-4 a ~ 図-4 c に、また、複列蛇行の波長の1例($F_r = 0.6$ の場合)が図-5に示される。

図-5中において陰影を施した部分は、水理委員会小委員会の報告に述べられている実際河川の蛇行波長

$$L/B = 7 \sim 15 \quad \dots\dots\dots (31)$$

を示したもので、流れのmodeを示す m の値が大きい複列蛇行流が統合されて実際河川の蛇行になっているものと解釈すれば、従来の経験式(31)式は本理論により十分に説明されたこととなる。

なお、本理論によると、卓越蛇行波長は、射流状態のときは2本存在するが、射流における木下博士等による実験蛇行波長の大きなバラつきはこのことなら説明できるのかもしれない。

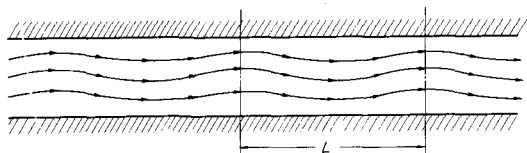


図-3 a 単列蛇行

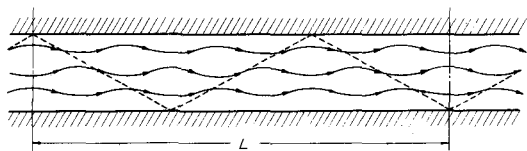


図-3 b 複列蛇行

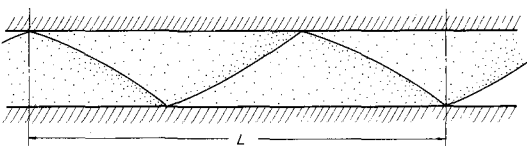


図-3 c 形成砂堆

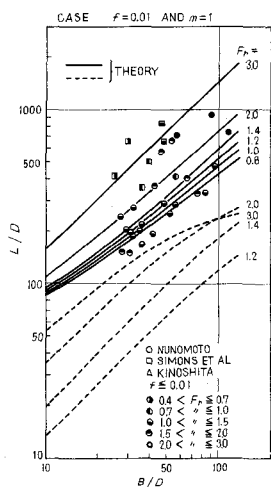


図-4 a 卓越波長(単列蛇行 $f=0.01$ の場合)

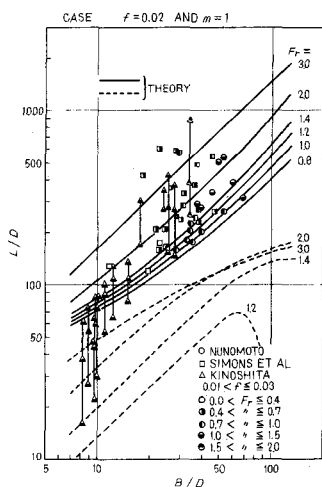


図-4 b 卓越波長(単列蛇行, $f=0.02$ の場合)

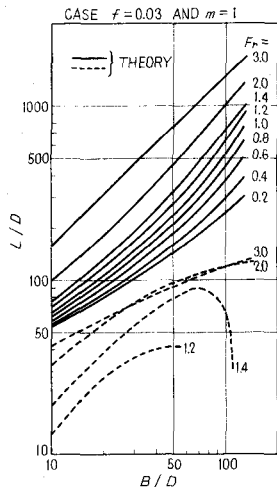


図-4 c 卓越波長(単列蛇行 $f=0.03$ の場合)

6 今後の問題点と結び

本論文は、自然河川における蛇行が $m > 1$ の複列蛇行から統合形成されるものと考えて、そのような観点から形成蛇行波長についての理論を樹てたものである。卓越波長に対する理論値は (30) 式から与えられ、これから計算される波長を示すと図-5 のようにより自然河川における値とよく一致することが認められた。しかし、この場合、いかなる m の複列蛇行が最も起りやすいかについては未だ検討ができない。また、(30) 式を D/L , D/B 等について線形化してこれから (31) 式の形の式に導くことも可能な筈である。その結果、(31) 式の定数の内容 (F_r , f 等との関係) を物理的により明瞭なものとなしえる筈である。これらの点について、今後さらに研究を進めてゆきたいと考える。

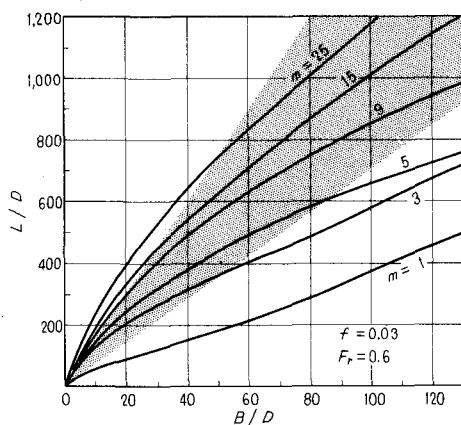


図-5 形成砂堆波長

〔附 記〕

本研究の遂行に当っては、昭和48-49年度における文部省科学研究費・総合研究A「沖積地河川における河床形態と流体抵抗の研究」(研究代表者 岸 力教授)の補助を受けた。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 林 泰造・尾崎幸男; 河川蛇行の成因と卓越蛇行波長, 第29回年次学術講演会, II-121, 1974年, 10月 pp. 269-270.
- 2) 布本 博; 河川蛇行性の研究, 中央大学修士論文, 1967年3月。
- 3) 木下良作; 石狩川河道変遷調査-参考編-科学技術庁資源局資料, 第36号, 1961年
- 4) Chang, H.Y., Simons, D.B. and Wolhiser, D.A.: Flume experiments on alternating bar formation, Journal of WW Div., Proc. ASCE, Feb., 1971, pp. 155-165.
- 5) 水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会: 移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集第210号, 1973年2月, pp. 65-91.
- 6) 林 泰造: Formation of dunes and antidunes in open channels, Proc. ASCE, HY2, Feb., 1970, pp. 356-366.
- 7) 林 泰造: 蛇行論, 水工学シリーズ70-16, 土木学会水理委員会, 1970年8月。
- 8) Hansen, E.: On the formation of meanders as a stability problem, Basic Research Progress Report No.13 Hydraulic Laboratory, Technical University of Denmark, 1967.
- 9) Callander, R.A.: Instability and river channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol.36, part 3, 1969, pp. 465-480
- 10) 日野幹雄: Equilibrium-range spectra of sand waves formed by flowing water, Journal of Fluid Mechanics, Vol.34, 1968, pp.565-573.
- 11) Rouse, H.: Engineering Hydraulics, John Wiley & Sons, 1949, pp. 786-804.
- 12) Engelund, F. and Skovgaard, O.: On the origin of meandering and braiding in alluvial streams, Journ. of Fluid Mech., Vol.57, part 2, 1973, pp.289-302.