

掃流砂礫量表現の一形式と検討

武蔵工業大学 正員 王 方 一

要旨：文献[9][10]ではほぼ一様粒径の礫層表面にある粒子の高さ測定に基づいて、移動層が種々の静的マサツ係数を有する粒子で構成され、Gamma 分布に従うと仮定し、離脱確率の表現を試みた。また、矢野他の実験によって得た砂礫の集団速度とを併用して、従来の掃流砂関数に接近しうることを示した。本文では単一粒子の移動速度を流速と始動流速の差で表わし、離脱確率を考慮した集団平均速度を用い、従来と異なる形の掃流砂量経験式を資料に基づいて得た。それに先立って、前に提出した実験値の描点を一部修正し、また類似実験の結果をも追加している。

1. ガラス球に関する離脱限界実験

幅 20 cm の水路で 6.6 mm 直径のガラス球を用い、種々の露出高に対する離脱限界を記録し、芦田他^[5]の修正 Shields 無次元係数 Sc_1 と d/R_b の関係を図示したが^[9]、剪断速度の計算には底勾配を使用した。それらを不等流を考慮して示したのが図-1である。この図では前回のものに比して、露出高の極端に高い 1 通りと低い 1 通りは除外しているが、新たに幅 30 cm の水路での勾配 $1/200$, $1/400$, $1/600$, 露出高さ 2 mm の 3 通りを追加している。 $d/R_b < 0.07$ では不明であるが、本文では $Sc_1 \approx 0.01$ として問題を検討している。ここに

$$Sc_1 = \tau_{xc1}/K_{N1} = 1/M_0 \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

$$K_{N1} = \mu_1 \cos \theta - \frac{\rho_s}{\beta - \rho} \cdot \sin \theta ; \quad M_0 = \frac{3}{4} \left(\frac{\rho_s}{\rho} \zeta_x C_x + \frac{\rho_s}{\rho} \zeta_z C_z \right) \beta^2 T_f \quad \text{添字 1 は単一球の場合を指し,}$$

M_0 は流体力の作用距離, 流体力係数, 変動効果などが含まれている。緩勾配であれば $K_{N1} \approx \mu_1$ となる。

2. 礫層表面粒子の頂高分布

平均径 4.4 mm (4.00 ~ 4.76 mm), 5.2 mm (4.76 ~ 5.66), 6.2 mm (5.66 ~ 6.73), 7.3 mm (6.73 ~ 7.93), 8.7 mm (7.93 ~ 9.52), 10.3 mm (9.52 ~ 11.10), 11.9 mm (11.10 ~ 12.70), 14.10 mm (12.70 ~ 15.40) のほぼ一様な 8 種類の自然礫でそれぞれ構成されている礫層をほぼ平らにし、板でかくあてたのち、上から見える礫の頂点の高さを 1 方向に順次測定した。(100 個以上)。単位面積当たりの数 $N'_b = \alpha_n N_b$ ($N_b = k/d^2$, $k \approx 1$ として) に対する高さの各階級の % の分布を調べた。移動層粒子の底点を表面より $2d$ 下とし、3 種類のみについて示すと図-2, 3, 4 のようになる。最頻値の % は 8 種類について、小粒径から順にそれぞれ 39, 30, 37, 27, 25, 22, 24, 22% になっており、概観すると粒径が大きくなると減少する傾向にある。

3. 離脱確率

単位表面積当たり、移動層に存在する粒子個数を $N'_b = \alpha_n N_b$ とし、表面から下 nd の線 (移動層の厚さ) に底点が位置する粒子の水中静的マサツ係数 μ は ∞ とする。表面より上, $n'd$ のところを仮想表面とすればこれより下へ ($n' + n$) d までは $\mu = 0 \sim \infty$ の各階級粒子で構成されていると考える (本文では $n \approx 2$, $n' = 0.184$ とした)。この性質を表わす分布のうち、Gamma 型を採用すると、ある剪断応力の下で、移動層内の粒子の中、離脱可能な割合は

$$P = \int_0^\infty f(\mu_c) d\mu_c \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$$\text{で表わせる。}^{[9]} \quad \text{ここに,} \quad f(\mu_c) = \lambda (\lambda \mu_c)^{k-1} e^{-\lambda \mu_c} / \Gamma(k) \quad \dots\dots\dots (3.1)'$$

単一球に関する $Sc_1 = \tau_{xc1}/\mu_1$ は実験により既知で、実際の礫に関する τ_{xc} は諸係数を乗じて表わすことにする。すなわち、流体力に関する遮へい効果を係数 K_e で、形状効果、隣接粒子のかみあい効果などを係数 K_μ で表わすと、 $\tau_{xc} = \tau_{xc1}/K_e K_\mu = (Sc_1/K_e) (\mu_{c1}/K_\mu) = \mu_c (Sc_1/K_e)$ より

$$\mu_c = \tau_{*c} / (Sc_1 / K\epsilon) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 2)$$

となる。かりに $Sc_1 = 0.01$ とすれば $K\epsilon = 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2$ に対しては $Sc_1 / K\epsilon$ はそれぞれ $0.016, 0.02, 0.025, 0.033, 0.05$ となる。式 (3・1) の上限は $\mu = \tau_{*} / (Sc_1 / K\epsilon)$ で決定される。

4. 粒子群の平均速度

剪断応力の増加と共に、粒子の離脱様式、移動様式が変化し、平坦河床、単一粒子の場合でも単一の式で表現することが困難である。実際の状況では砂礫は群をなして移動し、移動粒子相互間、あるいは河床と衝突し、移動様式はさらに複雑となる。ここでは単一粒子が粒径程度の高さで水路底と離れずに連続移動をするときの速度と離脱確率を用いて群平均速度を表わし、既存の実験値と流砂量資料を用いて補正係数をきめる方式を取っている。

単一粒子の速度を $\bar{u}_s = u_d - u_c = \beta u_* - \beta_c u_{*c}$ [1][7][8] とすれば粒子群平均速度は $\bar{u}_{sm} = \int_0^\mu f(\mu_c) \bar{u}_s d\mu_c / P$ となる。 $\beta = \beta_m = \text{const}$, $\beta_c = \beta_{cm} = \beta_m$ とし、無次元化すれば

$$\xi_m = \bar{u}_{sm} / \sqrt{g s d} = \beta_m (1 - \eta) \sqrt{\tau_*} \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 1)$$

$$\text{ここに、} \quad \eta = F_i / P \cdot \sqrt{\mu} \quad , \quad F_i = \int_0^\mu f(\mu_c) \sqrt{\mu_c} \cdot d\mu_c \quad \dots\dots\dots (4 \cdot 2)$$

となる。 β_m の変化は § 6 で資料によって検討する。

5. 従来の平坦床掃流砂量式と実験資料

Chien^[2] の Fig 5, Paintal^[4] の Fig 6, Fig 7 を概観すると、 $\tau_* < 0.04$ では Paintal の実験式 $\phi = (6.58 \times 10^{18}) \tau_*^{16}$ は Einstein 曲線とほとんど一致している。篠原他、矢野他および筆者の実験に基づく式^[9] $\phi' = (3.15 \times 10^{21}) \tau_*^{19.25}$ は Einstein 曲線より低く、 $\tau_* \approx 0.06$ でそれと交っている。 $0.048 < \tau_* < 1.0$ では Paintal は Gilbert などの実験値 (大部分は粗粒平坦床に属する) を対数紙上の直線で表わしている。Einstein 曲線よりかなり低く、 $\tau_* > 1.0$ になると急に高くなる。Einstein 曲線は $\tau_* \approx 1.0$ まで資料と比較されているが、砂礫に関するものは $\tau_* \approx 0.5$ までしか資料がない。点群のほぼ中央を通る曲線部分は $\tau_* \approx 0.4$ までである (Chien, Fig 5)。また、Wilson^[3], 芦田, 道上^[8] は実験値あるいは資料に基づいて計算式を示している。実験時河床形態の判断と資料選択の個人差を考え、基準となるべき $\tau_* \sim \phi$ 曲線はきめにくい、本文では $\tau_* < 0.04$ では Paintal の実験式を、 $\tau_* \geq 0.04$ では Einstein 曲線を基準とし、経験式は $\tau_* < 0.4$ と $\tau_* < 1.0$ の2つの範囲について検討している (§ 6)

6. 掃流砂量の表現と経験式

掃流砂量 (体積) を $g_B = \alpha_n N_b \bar{V}_s \cdot P \cdot \bar{u}_{sm}$ で表わし、 $N_b = 1/d^3$, $\bar{V}_s = \frac{\pi}{6} d^3$ を入れ、無次元化すれば

$$\phi = g_B / \sqrt{g s d} = \frac{\pi}{6} \alpha_n \cdot P \cdot \xi_m \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 1)$$

を得る。 ξ_m を (4・1) 式で表わすと

$$\phi = \frac{\pi}{6} \alpha_n \cdot P \cdot \beta_m (1 - \eta) \sqrt{\tau_*} \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 2)$$

となる。

平坦床での礫群速度に関する矢野他^[6]の実験結果は図-5のようである。 $f(\mu_c)$ の最頻値 $f(\hat{\mu}_c) = 25\%$ $k=3$, $\lambda=0.92$, $K\epsilon=0.4$, $Sc_1/K\epsilon=0.025$ および $f(\hat{\mu}_c) = 30\%$, $k=3$, $\lambda=1.10$, $K\epsilon=0.4$, $Sc_1/K\epsilon=0.025$ として § 5 で検討した基準の ϕ と (6.1) 式を用い、 $\xi_m = \phi / (\frac{\pi}{6} \alpha_n \cdot P)$ を計算した結果 ($\alpha_n \approx 1$ とした) も図-5に示す。同図には $\tau_* < 0.06$ に対する篠原他の実験式 ϕ' を用いたときの ξ_m 値も示され、矢野他の実験結果とほぼ一致し、P がほぼ正しいことを示す。

また、 ϕ と $P(1-\eta)\sqrt{\tau_*}$ との関係は図-6のようで、 $f(\hat{\mu}_c) = 25\%$, 30% 両方とも、 $\tau_* \approx 0.055$ で折れる2直線で近似できる。

$$\tau_* < 0.055 \quad \text{では} \quad \phi = a_1 [P(1-\eta)\sqrt{\tau_*}]^{b_1} \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 3)$$

とおき、 $\tau_* = 0.03$ と 0.055 に対する ϕ 値を用いて a_1 と b_1 をきめれば

$$f(\hat{\mu}_c) = 25\%, \quad k = 3 \text{ に対し: } \quad a_1 = 4.07 \times 10^6, \quad b_1 = 4.788 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 4)$$

$$f(\hat{\mu}_c) = 30\%, \quad k = 3 \text{ に対し: } \quad a_1 = 1.442 \times 10^6, \quad b_1 = 4.989 \approx 5 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 5)$$

を得る。

$$\tau_* \geq 0.055 \text{ では} \quad \phi = a [P(1-\gamma)\sqrt{\tau_*}]^b \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 6)$$

とおき, $\tau_* = 0.055$ と 0.4 に対する ϕ 値を用いれば

$$f(\hat{\mu}_c) = 25\% \quad k = 3 \text{ に対し: } \quad a = 15.45 \times 10, \quad b = 1.844 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 7)$$

$$f(\hat{\mu}_c) = 30\% \quad k = 3 \text{ に対し: } \quad a = 16.71 \times 10, \quad b = 2.045 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 8)$$

また $\tau_* = 0.055$ と 1.0 に対する ϕ 値を用いれば

$$f(\hat{\mu}_c) = 25\% \text{ に対し: } \quad a = 1.30 \times 10, \quad b = 1.805 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 9)$$

$$f(\hat{\mu}_c) = 30\% \text{ に対し: } \quad a = 1.304 \times 10, \quad b = 1.981 \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 10)$$

を得る。(6-4), (6-5); (6-7), (6-8); (6-9), (6-10) による計算結果は図-7に示し, 従来の掃流砂関数と比較している。(6-7)と(6-8)式は $\tau_* > 0.4$ でEinstein 曲線より上にあるがChienのFig 5 に示す実験点群の中央をよりよく通過している。(6-9)と(6-10)式を用いるときは, $\tau_* < 1.0$ ではEinstein曲線とMeyer-Peter 式との中間を通る。

次に $\phi = a [P(1-\gamma)\sqrt{\tau_*}]^b$ と $\phi = \frac{\pi}{6} \cdot P \cdot \xi_m$, $\xi_m = \beta_m (1-\gamma)\sqrt{\tau_*}$ とより

$$\beta_m = \frac{6a}{\pi} [P(1-\gamma)\sqrt{\tau_*}]^{b-1} \quad \dots\dots\dots (6 \cdot 11)$$

を得, これを(4-1)式に入れば ξ_m は算出できる。

$$\text{また } \phi = \xi_m = A [(1-\gamma)\sqrt{\tau_*}]^B \quad \dots\dots\dots (6.12) \text{ i.e. } \beta_m = A [(1-\gamma)\sqrt{\tau_*}]^{B-1} \quad \dots\dots\dots (6.12)'$$

の関係も検討してみたが, (6-6)式に比して折れる点に対応する τ_* 値と直線をなす範囲がいくぶん異なり, 高 τ_* 値へ延長した ϕ の計算値は芦田道上曲線に近い結果を得た。

最後に, 文献[9]では, 清水勝公(清水建設KK), 長村謙(大阪府)両氏(74年卒業)から, また文献[10]および本文では71年入学の学生諸氏から, 実験, 計算, 資料 整理などで多大の協力を得た。ここに感謝の意を表わす。

文 献

- [1] Kalinske, A. A (1947): Tran. A. G. U., Vol. 28, No. 4, 615-620.
- [2] Chien, N. (1954): Proc. A. S. C. E. Sep. No. 565, HY. Div.
- [3] Wilson, K. C (1966): Proc. A. S. C. E. HY. 6, 49-59.
- [4] Paintal, A. S (1971): Jour. Hyd. Res. Vol. 9, No. 1, 91-113.
- [5] 芦田・大同・高橋・水山 (1973): 第17回水理講演集, 79-84.
- [6] 矢野・土屋・道上 (1968): 京大防災研究所年報, 第11号B, 1-13.
- [7] 池田 (1971): 土木学会論報集第185号, 61-69.
- [8] 芦田・道上 (1972): 土木学会論報集第206号, 59-69.
- [9] 王 (1974): 第1回関東支部年次研究発表会概要集, 105-107.
- [10] 王 (1974): 土木学会第29回年次講演概要集, 第II部, 239-240.

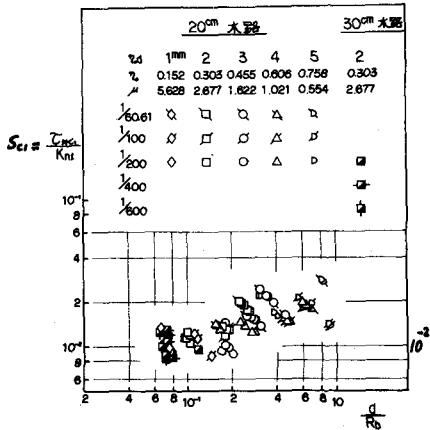


图-1a

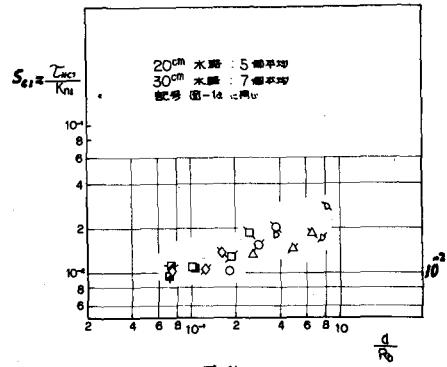


图-1b

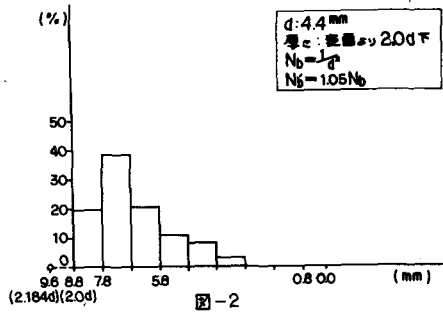


图-2

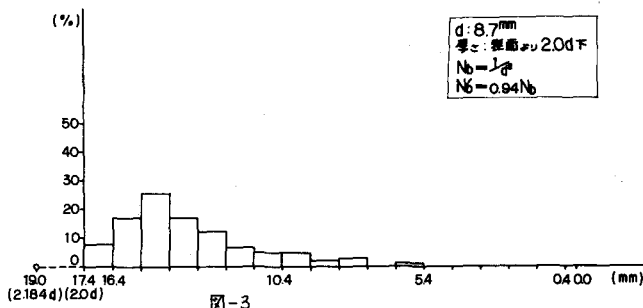


图-3

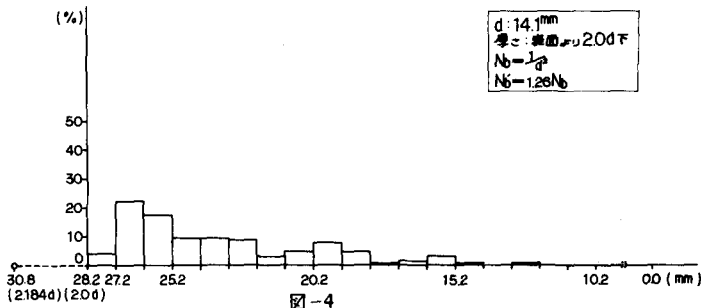


图-4

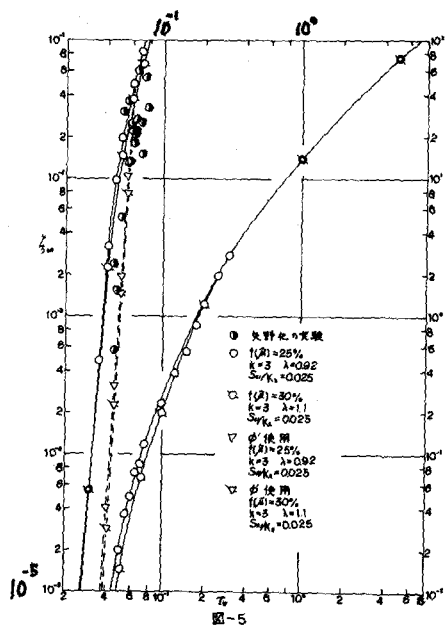


图-5

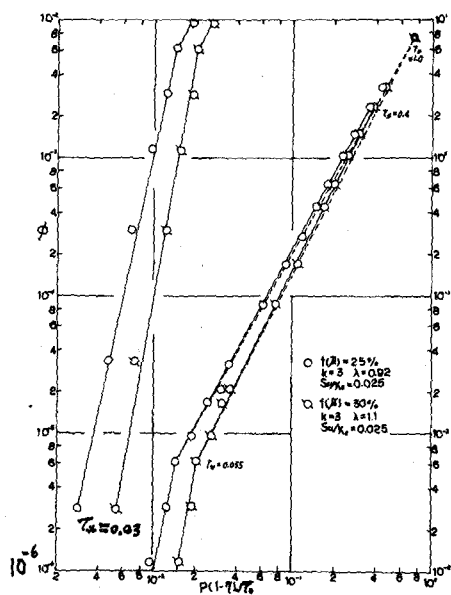


图-6

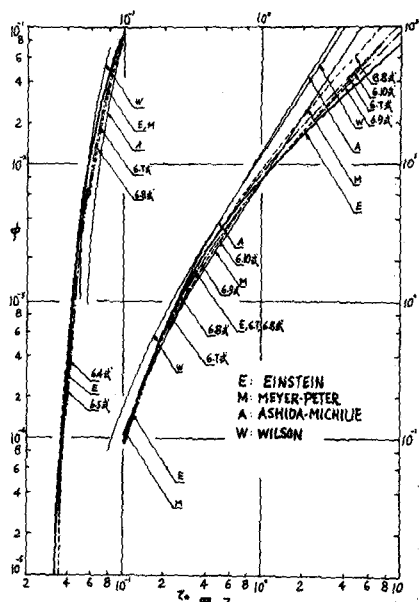


图-7