

河床波上の砂粒運動と流砂量に関する実験的研究

大阪大学工学部 正員 ○ 室 田 明
同 正員 多 田 博 登
同 学生員 平 田 健 正

1. まえがき

移動床水路における流送土砂量は勿論のこと、河床波の形成、発達も直接的に河床面上における砂粒運動によって規定される。河床面近傍の乱れの場合における砂粒運動については、かつて Yalin¹⁾、岸²⁾、土屋等³⁾によって実験的な研究がなされたが、これ等の研究はおおむね乱れ特性と砂粒の運動機構を追究したもので、運動の形態も saltation 型式のものが大部分を占めている。

ここで報告する実験は、最終的には流砂量算定の合理化によってその精度向上を期待するとともに、従来の界面不安定理論にもとづく河床波発生機構の説明とは別途のアプローチで、発生メカニズムが解明されるかもしれないという見通しのもとに、砂粒運動を丹念に観測し、その統計的特性を抽出し、これが平均的な水理量とどのように関連しているかを実験的に検討したものである。なお、本実験条件のもとでの砂粒運動は、ほとんど転動型式のものであるから、ここにいう砂粒運動は、河床面に沿う平面的な観測に限られ、鉛直面内の運動は扱っていない。

2. 実験設備・実験方法

実験水路は、長さ 20 m、幅 50 cm、高さ 32 cm、全面透明プラスチック板で構成された可変勾配水路で、その底面に $d_{50} = 0.026$ cm、(A 砂)と $d_{50} = 0.041$ cm (B 砂)の二種の実験砂を全長均一に敷きつめて通水し、流砂量は水路下流端に設けた砂量計量マスに貯った砂の累積値と通水時間からその平均値を求める。河床波の計測は水路中心軸線に沿って行ない、予め定めた時間毎に通水を止め、サーボ式砂面計を移動して計測する。

砂粒運動は、16 mm 高速度カメラ (Photo-sonic) により、撮影砂面面積 1 cm × 1 cm、撮影コマ送り速度は、ripple régime で毎秒 200 コマ、transition régime で毎秒 400 コマ、撮影時間はそれぞれ、20 秒、および 10 秒としてカラーフィルムに記録した。この程度のカラー撮影で、一コマの砂粒の識別とその追跡は十分可能であった。撮影箇所は水路断面中央で、ripple ではそのクレスト近傍の上流側背面とした。撮影フィルムの解析は、Film-motion-analyzer による。

砂粒速度についてはその瞬間値 (2 コマの間、 $1/100$ sec. ~ $1/200$ sec. 間の移動距離から求めた値)

u_s と、平均移動速

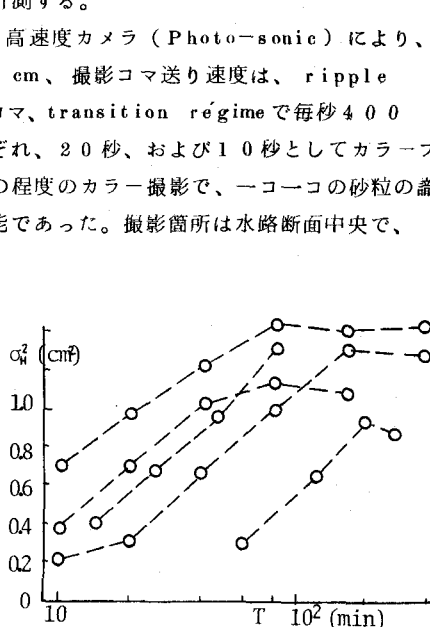


Fig-1 河床面の不規則変位の分散

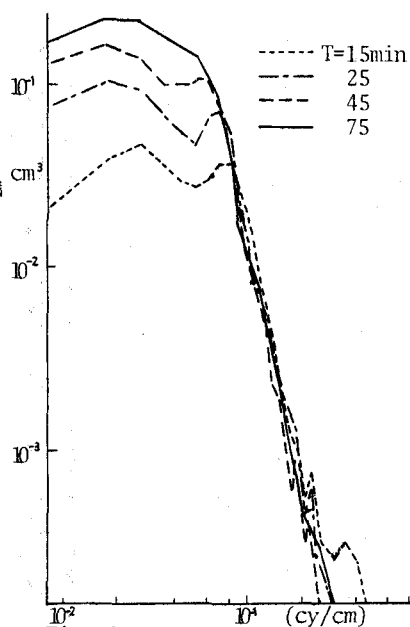


Fig-2 河床波の波数スペクトル

度（撮影範囲 1 cm × 1 cm を通過するに要する時間から求めた値） $\bar{u}_s$ で表示する。移動砂粒数は、基線を通過する砂粒箇数をカウントして求める。

実験の水理条件は Table-1 に示す。なお、以後簡単のために、ripple régime には添字 r を、transition régime のものには添字 t をつける。

3. 不規則な河床波の統計量⁴⁾

砂粒運動はいうまでもなく河床波形と密接な関連があるので、まず河床波の特性について述べる。一般に河床に発達する河床波はいわゆる不規則波であるから、その特性は統計量として表現されるべきである。まず、不規則波の波高に相当する概念として、河床基準面からの河床波面形成による変位の分散 σ_h^2 について、通水開始後の時間的変化を示せば Fig-1 の如くであり、当然時間の経過とともに分散（波高）は増加するが、その増加速度はほぼ一定で $\sigma_h^2 / \log t = 0.46 \text{ cm}^2 / \text{sec}$ の程度である。

Fig-2 に波数スペクトルの一例を示す。河床波の成長期を通じ高波数領域のスペクトル形状はほとんど変化せず、 -4.5 乗則の平衡領域を形成するが、波高の増加はほとんど $10^{-1} / \text{cm}$ 以下の低波数部分の寄与によることが明らかである。

波高、波長については Fig-3 による定義を用い、波形勾配とともにその分布の一例を示したのが、Fig

Table-1 Hydraulic Condition

Run	Slope	Q l/cms. min.	T min.	h cm	R cm	U cm/s.	Fr	u_* cm/s.	q_b gr/cms.	k cm/s.	j	$[\bar{u}_s]$ cm/s.	ϵ
1-1	1/500	.20	7	6.8	6.3	29.4	.36	3.51	.0014	2.39	1.14	3.44	.0117
2			120	8.8	8.4	22.7	.25	4.06	.0057	1.54	1.29	3.96	.0418
2-1			0	7.6	7.0	32.9	.38	3.70	.0067	2.80	2.20	6.42	.0311
2			14	8.2	7.6	30.5	.34	3.86	.0118	2.81	2.16	6.53	.0524
3	1/500	.25	40	9.2	8.6	27.2	.29	4.12	.0156	2.92	1.72	5.29	.0850
4			80	9.2	8.6	27.2	.29	4.12	.0166	2.40	2.41	6.08	.1268
3-1			0	8.0	7.0	31.3	.35	2.62	.0032	1.29	1.74	2.40	.0389
2			60	10.0	9.1	25.0	.25	2.99	.0091	1.87	1.63	3.11	.0849
3	1/1000	.25	120	10.4	9.5	24.0	.24	3.05	.0091	2.33	1.54	3.64	.0726
4			240	10.8	9.9	23.1	.23	3.11	.0092	3.35	1.50	5.27	.0508
4			0	6.5	5.8	46.2	.58	3.76	.3090	9.20	1.93	1.77	.4428
5			0	6.1	5.5	49.2	.64	4.23	.2700	8.30	2.47	2.04	.4397
6	1/250	.20	0	4.9	4.6	40.8	.59	4.24	.1740	6.18	3.42	2.11	.2394
7*	1/250	.25		5.2	4.8	48.1	.67	4.34	.6410	6.56	3.75	2.18	.8535
8*	1/225	.20		3.9	3.6	51.3	.83	3.96	.5090	8.04	3.56	2.67	.5534
9*	1/225	.25		4.4	4.0	56.8	.87	4.17	.7910	6.44	4.23	2.70	.8504
10*	1/200	.20		3.8	3.5	52.6	.86	4.14	.6970	5.98	4.81	2.80	.7225
11*	1/200	.25		4.1	3.7	61.0	.96	4.26	.1097	7.48	4.77	3.42	.9311
12	1/2000	.20	0	7.5	6.3	26.7	.31	1.76	.0003	1.97	1.04	2.08	.0023
13-1			0	7.8	6.8	32.1	.37	2.58	.0047	2.49	1.58	3.92	.0184
2			60	9.0	8.1	27.8	.30	2.82	.0212	3.66	1.17	4.25	.0463
3			120	9.3	8.4	26.9	.28	2.87	.0053	2.71	1.16	5.00	.0164
4	1/1000	.25	240	9.7	8.8	25.8	.26	2.94	.0021	4.03	1.57	6.52	.0050
14-1			0	6.7	6.1	37.3	.46	3.46	.0520	4.47	2.09	1.11	.0717
2			60	7.4	6.8	33.8	.40	3.65	.0627	3.07	2.08	6.38	.1508
3			120	7.6	7.0	32.9	.38	3.70	.0662	4.93	1.41	7.98	.1273
4	1/500	.25	240	7.9	7.3	31.6	.36	3.78	.0692	4.63	1.98	9.90	.1072
15			0	5.1	4.6	39.2	.55	3.36	.0991	6.23	2.46	1.51	.1007
16			0	4.1	3.8	48.8	.77	3.83	.2410	7.56	3.20	2.42	.1530
			60	4.5	4.2	44.4	.67	4.04	.2890	5.82	3.48	2.04	.2170
17	1/225	.20	0	4.0	3.7	50.0	.80	4.00	.3200	7.38	2.50	1.85	.2650
			60	4.2	3.9	47.6	.74	4.11	.4370	6.20	3.65	2.26	.2970
18*				5.1	4.7	49.0	.69	4.29	.5300	6.98	2.66	1.94	.5470
19*				4.6	4.2	54.4	.81	4.28	.7460	1.11	1.89	2.63	.4350
20*	1/200	.20		3.8	3.5	52.6	.86	4.14	.7000	8.44	2.27	2.07	.5190
21*	1/200	.25		4.2	3.8	59.5	.93	4.32	.8780	7.52	3.06	2.46	.5470

Run1-11; sand(A), Run12-21; sand(B), Suffix of Run No., *, means t.f.b..

Symbol, Q; discharge, h; depth, R; hydraulic radius, U; mean velocity.

4, 5, 6である。いずれも正規分布、あるいは Rayleigh 分布に従うように見えるが、前述した通り、これらの記録はすべて水路中心軸に沿って行なわれたものであり、一方、不規則河床波は(バンド幅は狭いけれども)方向スペクトルをもつので、波高、波長等の分布が正規分布に近いのは当然かもしれない。

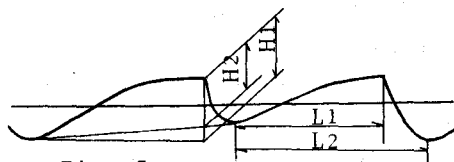


Fig. -3 波高と波長の定義

ただ、波形勾配については河床波の発達過程、熟成段階を通じて全く同じ分布形になっているのは興味深い点で、波形はあらゆる段階で(統計的に)相似であることを示唆するものである。

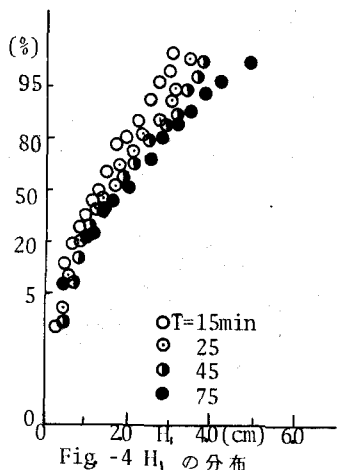


Fig. -4 H_1 の分布

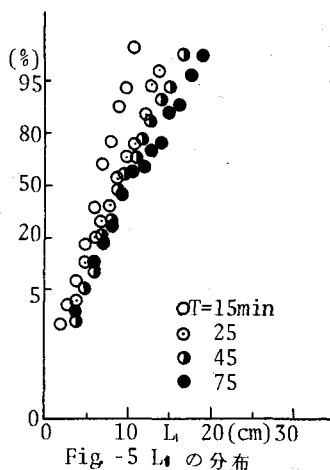


Fig. -5 L_1 の分布

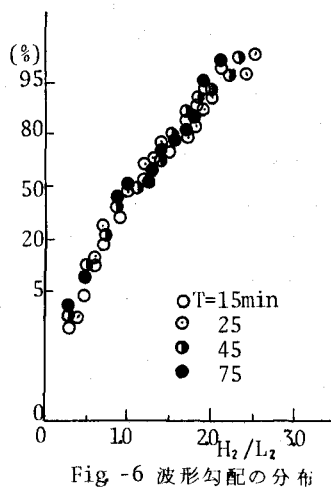


Fig. -6 波形勾配の分布

4. 砂粒運動の特性^{5) 6)}

瞬間的砂粒運動速度 u_s の分布を河床波発達の順に従って Fig. 7 ~ 9 に示す。

まず、砂粒の移動開始の初期の状態ではその分布は Fig. 7 のような指数分布をなすが、河床波の発達につれて Fig. 8 から Fig. 9 のように遷移し、最終的には正規分布に従う。河床波の発達とは換言すれば移動砂粒数の増加であるから、その統計的性質からみて、河床波発達につれて不規則量の分布は逐次、次数の高いポアソン分布に移行するといつてよいし、事実 Fig. 7 → 9 の遷移はそのようにも理解できる。

しかし、標本数の小さい分布が指数分布であり、砂粒移動が活発になって標本数が増加したときの分布は前者のたたみ込みとも見られるから、独立変数 x_i の分布が

$$f(x_i) = \frac{1}{k} e^{-x_i/k} \quad (1)$$

であるとき $x = \sum_{i=1}^j x_i$ の分布は

$$g_j(x) = \frac{1}{k} \frac{(x/k)^{j-1}}{(j-1)!} e^{-x/k} \quad (2)$$

なるガンマ密度となる。このとき平均値 m 、分散 σ_u^2 は

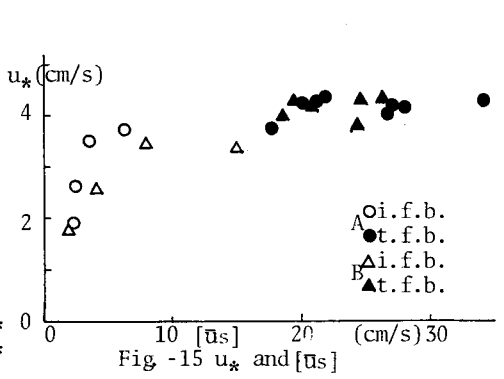
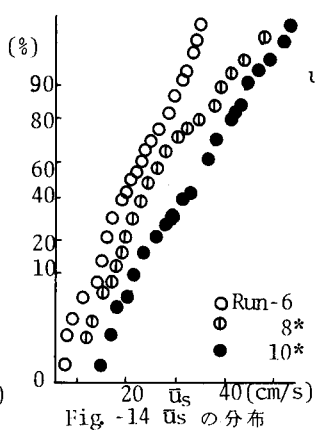
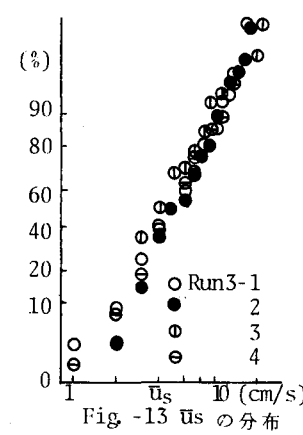
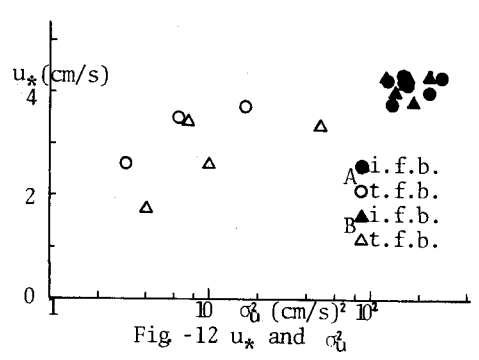
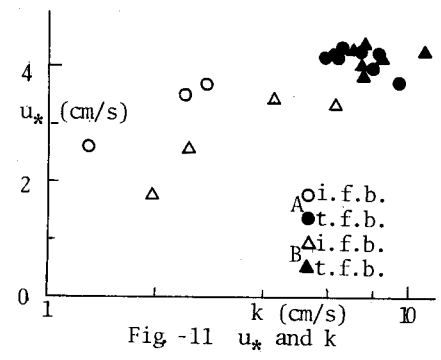
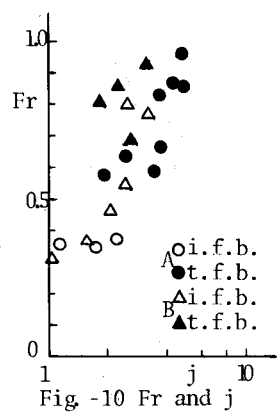
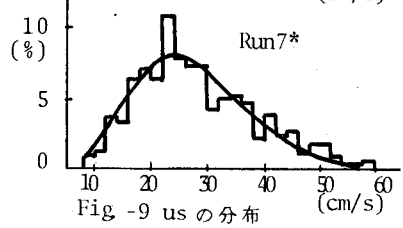
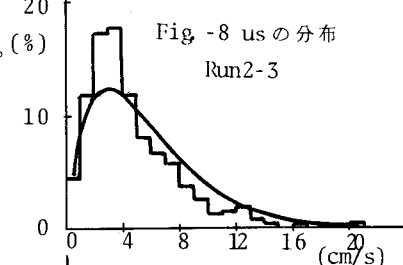
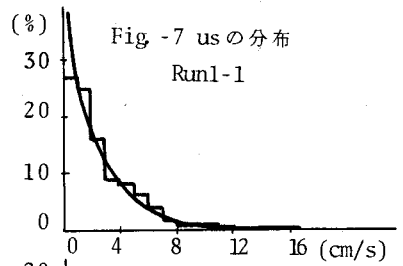
$$m = \sum_{i=1}^j m_i = j \cdot k, \quad \sigma_u^2 = \sum_{i=1}^j \sigma_{u_i}^2 = j \cdot k^2 \quad (3)$$

(3)式により実測の u_s - 分布から j と k が求まる。(2)式の適合性を示せば Fig. 7 ~ 9 中の実線の如くであり、ほぼ満足すべき一致を示す。 k は砂粒移動の代表速度、 j はその発生確率の代表値と見なしうが Froude 数と j 、摩擦速度 u_* と k との関係をしらべると、おのおの Fig. 10 Fig. 11 の如くである。

いづれも、初期平坦河床 (i.f.b.) と遷移状態平坦河床 (t.f.b.) の両 régime のみを示したが、とくに k と u_* の間には高い相関が認められる。なお、砂粒径による差異はほとんどないことを確かめている。また、 u_* と砂粒移動速度の分散 σ_u^2 の関係を Fig-12 に示す。遷移状態では分散はきわめて大きい。

砂粒の平均移動速度 $\bar{u}_s$ は、平均的な水流量としては u_* にもっとも密接な関係があると思われる。

まず、 $\bar{u}_s$ の分布を見ると、Fig 13, 14 のように、ripple régime では対数正規、transition では正規分布に従うようである。このような分布をなす $\bar{u}_s$ の期待値を $[\bar{u}_s]$ とし、 u_* と $[\bar{u}_s]$ との関係を示したのが Fig-15 である。河床波発生初期の段階では、砂粒移動速度は摩擦速度の関数でもあるが、砂粒径によってもかなり異なるので、この範囲では砂粒レイノルズ数も重要な要素と思われる。しかし、遷移領域に入れば、砂粒速度はほとんど u_* に無関係であり、その絶対値はほぼ平均流速のオーダーである。



なお、図中には示されていないが、ripple régime でも $[\bar{u}_s]$ は u_* の増加につれて大きくなる。

前述の k と $[\bar{u}_s]$, u_s の分散 σ_u^2 と $[\bar{u}_s]$ の関係をおのおの Fig - 16, 17 に示す。

5. 砂粒移動と流送量

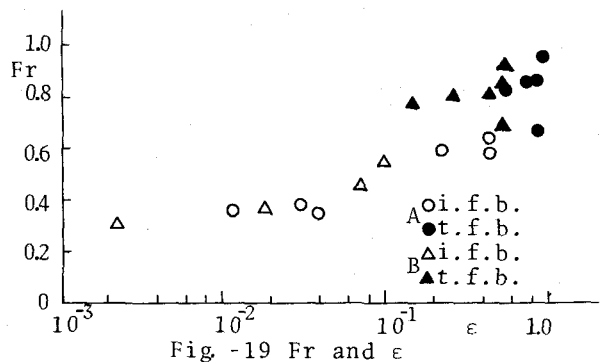
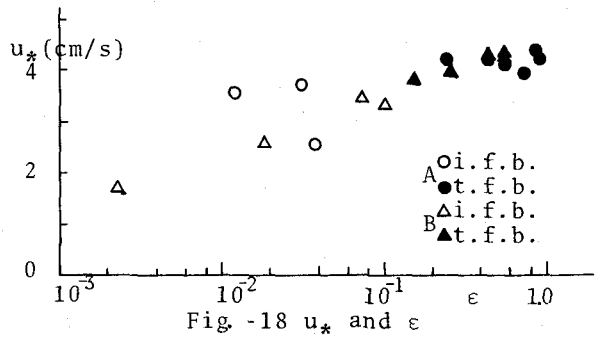
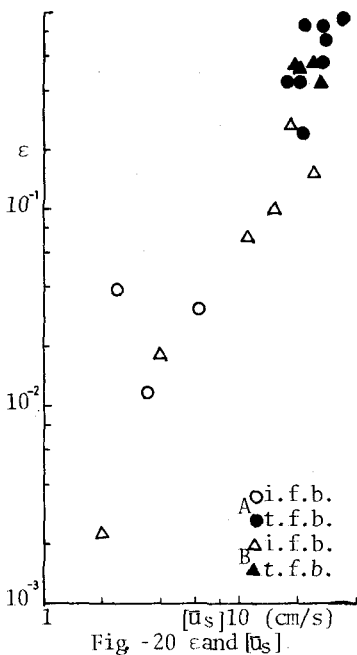
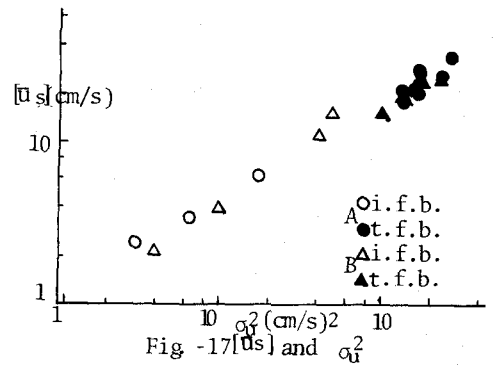
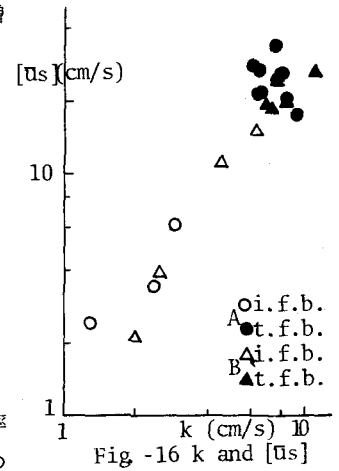
ごく単純に、砂粒の平均移動速度 $\bar{u}_s$ と流砂量 q_b との間には次の関係がある。

$$q_b = \varepsilon \cdot n \cdot \bar{u}_s \quad (4)$$

ここに n : 単位面積当り、移動層厚内に存在する砂粒の体積

ε : 上の n コの内、移動する砂粒の割合、すなわち移動確率

まず、問題になるのは移動層の厚さである。移動層という場合、二つの意味があって、その一つはある波高をもつ河床波が伝播するに伴って波動媒質である砂層も前後に交換されるとき、の厚さが考えられ、その意味での移動厚は当然、河床波の波高の程度であり、事実、実験によってそのことは確かめている。他の一つは、砂粒が、河床波面を運動する際に、表層粒子だけが動くのではなく、それより下の砂粒も運動するとすれば、それに対応した別の移動層を考えなければならぬ。しかしながら Film-motion-analyzer による極めて多くの観察によれば、後者の意味の移動厚はほぼ平均粒径の範囲に限られること、換言すれば、完全に表面に



ある砂粒のみが運動するにすぎないことが確かめられた

q_b 、 $\bar{u}_s$ は実測より求まり、 n は粒径 (またはその ϵn 分布) が与えられれば定まるから (4) 式から移動確率 ϵ は容易に算出される。 ϵ に関係する水理要素は河床波面近傍の流速、及びその乱れ強度等が考えられるが、前者を差し当り u_* で代表させ、 ϵ と u_* の関係を図示すれば Fig-18 の如くである。

この場合、砂粒径の効果はほとんど認められず、 u_* の増大 (河床波の発達) とともに ϵ も増加し、遷移領域になれば ϵ は急激に大きくなりほとんど 1.0 に近づき、表層砂粒のはほとんどすべてが移動していることがわかる同じような整理をフルード数について行なえば Fig-19 に示すようになり、前述の関係がはっきり認められる。

さらに、 q_b と $\bar{u}_s$ の線型性の有無を検討するため、 ϵ と $[\bar{u}_s]$ との関係をみれば Fig-20 の如くであり、

transition régime では ϵ は $[\bar{u}_s]$ に無関係と認められるが、それ以外では有意の相関があるから、 q_b と $\bar{u}_s$ は一般には非線型の関係にある。

一方、移動砂粒数についても前述の方法で丹念に実測した。ただし、実験砂は均一粒径ではなく、粒径についてある程度の分布をもつので、極小粒径のものの移動は画像で鑑別できないので、その程度の誤差はやむをえない。実測移動砂粒数の一例を Fig-21 に示す。

流砂量と砂粒移動速度から (4) 式によって形式的に求められる移動砂粒数: ϵn と、その実測値 N とを比較すれば Fig-22 の如くであり、上述の誤差の問題を考慮すれば、オーダー的に満足すべき一致を示しているといえよう。

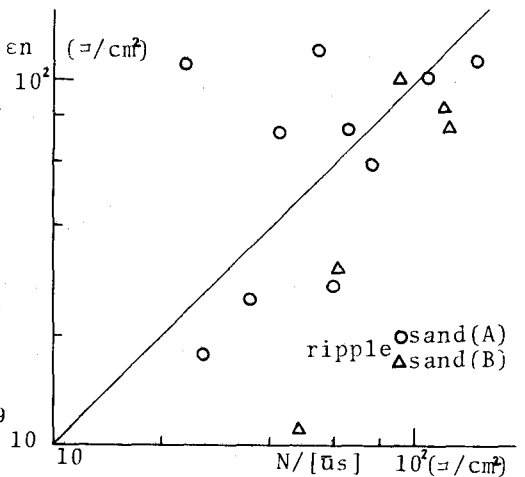


Fig. -22 ϵn and $N/[\bar{u}_s]$

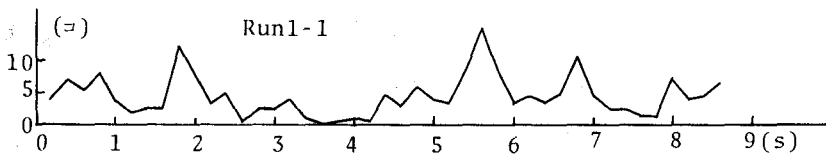


Fig. -21 移動砂粒数

6. あとがき

最後に、本研究は文部省科学研究費の援助を受けた。記して謝意を表する。また、実験、整理において助力していただいた兵庫県 森脇康仁君、学生鈴木康剛君に謝意を表する。

参考文献

- 1) Yalin, M.S; An Expression for the Bed Load Transportation, Proc. ASCE, Hyd. (1963)
- 2) 岸力, 福岡捷二; 河床粒子の saltation の構造と掃流砂量, 第 10 回水理講演会講演集, (1966)
- 3) 土屋義人, 青山俊樹; 掃粒砂れきの運動形態とその力学過程について, 第 14 回水理講演会講演集, (1970)
- 4) 室田, 多田, 平田; Sand Waves 成長過程における波形の変化について, 関西年講, (1973)
- 5) 室田, 多田, 平田; 河床波上の砂粒運動と波形の関連について, 関西年講, (1974)
- 6) 室田, 多田, 平田; 河床波上の砂粒運動の特性について, 第 29 回年次学術講演会講演集, (1974)