

海底付近から放出される廃液プルームの 浮上拡散について(第4報)

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
同 大学院 学生員 伊 藤 正 樹

1. まえがき

静止流体中へ鉛直上方に向けて放出された廃液プルームの拡散については、海岸工学講演会(47年度第1報¹³⁾、48年度第3報¹⁵⁾、および水理講演会(第2報¹⁴⁾)において、それぞれ報告した。今回はさらに、周囲水とプルームの密度差がゼロとなり、周囲水の中に水平に拡がる層の中心点の高さ、およびその時の濃度の理論式、また周囲水の密度勾配が途中で変化する場合についても新しい理論を得たので報告する。さらに、これまで Priestley らの研究¹²⁾ に基いて定めていたプルームの拡がり係数についても、Rouse らの研究²⁾ と筆者らの実験とに基き、前報^{13)~15)} における値を若干修正し、この新しい係数を用いて理論式の数値を一部修正したので、合わせて報告する。

2. プルームの拡散現象

放出時において周囲水よりも比重の軽い液体が鉛直上方に放出された場合、周囲水の密度が一樣ならば、プルームは水面直下まで上昇し、その後水面下に横に拡がってゆく(写真-1)。周囲水に密度勾配があれば、プルームは途中で上向き速度を失って上昇を停止し、その時の密度と等しい周囲水の高さまで下降して横に拡がってゆく(写真2)。

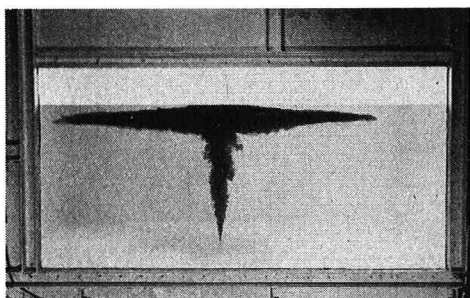


写真-1 密度勾配がない場合の浮上
プルーム, $F = 40$

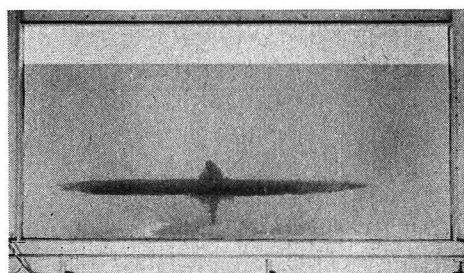


写真-2 密度勾配がある場合の浮上
プルーム, $F = 95.5$

3. 現象の数式化

プルームの拡がり巾を下方に延長して交わる点を仮想放出点源と考え、この点を原点にとる。図-1のように座標軸をとり、現象は x 軸の周りに軸対称と考えると、基本式は次のように書ける。

$$\partial(rw)/\partial x + \partial(ru)/\partial r = 0 \quad (\text{質 量}) \dots\dots (1)$$

$$\partial(rw^2 \rho)/\partial x + \partial(rwu \rho)/\partial r = r\rho'g + \partial(r\tau)/\partial r \quad (\text{運動量}) \dots\dots (2)$$

$$\partial[rw(\rho_{e1} - \rho)]/\partial x + \partial[ru(\rho_{e1} - \rho)]/\partial r = -\partial(rG)/\partial r \quad (\text{密度欠損量}) \dots\dots (3)$$

ただし、 ρ はプルームの密度で $\rho = \rho(r, x)$ 、 w および u は x および r 方向の速度で $w = (r, x)$

$u = u(r, x)$, τ はブリュームに作用しているせん断力で $\tau = \tau(r, x)$, ρ_{e1} は放出口断面における周囲水の密度で定数, また G は r 方向への密度欠損拡散量(フラックス)である。式(2), (3)は式(1)を考慮すると次のように書き直される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} r w^3 \rho \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} r w^2 u \rho \right)$$

$$- r w \rho' g + w \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) \dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (r w \rho') + \frac{\partial}{\partial r} (r u \rho')$$

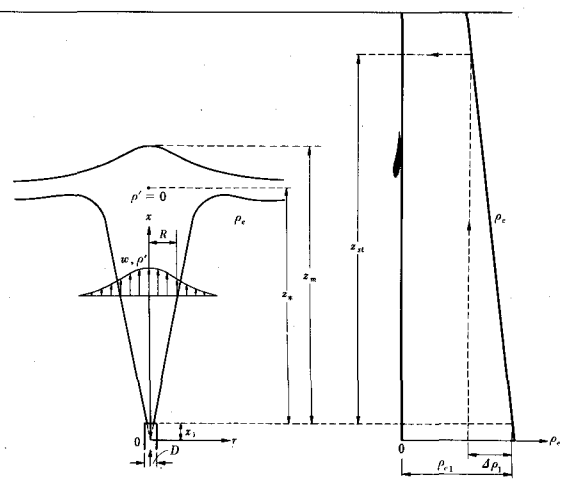


図-1 プリュームと座標軸および周囲水の密度勾配

$$= - \partial (r G) / \partial r + r w (d \rho_e / dx) \dots\dots\dots (5)$$

ただし, ρ_e は周囲水の密度で $\rho_e = \rho_e(x)$, また $\rho' = \rho'(r, x) = \rho_e(x) - \rho(r, x) \dots (5 \cdot a)$ で考えている点におけるブリュームの密度の同じ高さにおける周囲水の密度からの欠損量である。半径方向について十分離れた所を考えると, $w, \rho', r G, r \tau$ は0となるべきことを考慮して, 式(2), (4), (5)を r について $(0, \infty)$ で積分する。さらに w, ρ', τ について次のような相似性の仮定が成りたつものとする。

$$w/w_m = f(r/R), \rho'/\rho'_m = h(r/R), \tau / \frac{1}{2} \rho_m w_m^2 = j(r/R) \dots\dots\dots (6)$$

ここに, w_m, ρ'_m は w および ρ' の軸上値, R はブリューム巾の特性長, f, h, j はこれから与えられるべき関数形であるが, 流速と欠損密度は近似的に同一のGauss分布形で表わされるものとして, 次のような f, h についての関係式を使用する。

$$f = h = \exp. (-r^2/2R^2) \dots\dots\dots (7)$$

式(6), (7)を用いて式(2), (4), (5)を書き直すと, それぞれ次のように書き表わせる。

$$d(R^2 w^2) / dx = 2R^2 (\rho' / \rho_e) g \dots\dots\dots (8)$$

$$d(R^2 w^3) / dx = 3R^2 w (\rho' / \rho_e) g - \beta R w^3 \dots\dots\dots (9)$$

$$d(R^2 w \rho') / dx = 2R^2 w (d \rho_e / dx) \dots\dots\dots (10)$$

ここで β の値は, 関数形 j が判っていないので実験的に定めるべき定数として残る。また添字 m は簡単のため省略した。

4. 放出口において境界条件として与える条件

放出口断面 $x = x_1$ における放出速度 $\bar{w}$, 廃液欠損密度 $\bar{\rho}'$ は現実には次のように与えられる。

$$\bar{w} = Q / \frac{\pi}{4} D^2 \quad \bar{\rho}' = \Delta \rho_1 \quad (\text{矩形分布}) \dots\dots\dots (11)$$

ただし, Q は廃液放出流量である。しかし, 放出口から x 方向に少しでも離れた w, ρ' の分布はGauss分布に近似されるとしているので, 放出口断面においても各々の分布を Gauss 分布に近似しないと,

放出口断面と放出口から少しでも離れた断面の間で理論的に矛盾が生じる。そこで放出口断面においても式(11)と等価な Gauss 分布に近似され则认为、i) 放出質量、ii) 放出 momentum、および iii) 放出欠損密度流量が、それぞれ式(11)の場合と等しいような Gauss 分布を考える。すなわち、

$$\rho(\pi/4) D^2 \bar{w} = \int_0^\infty \rho \cdot 2 \pi r w_1(r) \cdot dr \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\rho(\pi/4) D^2 \bar{w}^2 = \int_0^\infty \rho \cdot 2 \pi r w_1^2(r) \cdot dr \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$(\pi/4) D^2 \bar{w} \bar{\rho}' = \int_0^\infty 2 \pi r w_1(r) \rho_1'(r) \cdot dr \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで $w_1(r) = w_{1m} \cdot \exp(-r^2/2R^2)$, $\rho_1' = \rho_{1m}' \cdot \exp(-r^2/2R^2)$ である。ただし、 w_{1m} , ρ_{1m}' はそれぞれ放出口断面における軸上速度、および軸上欠損密度である。式(12), (13), (14)より式(11)と等価な Gauss 分布をなす場合の放出口断面における、軸上値 w_{1m} , ρ_{1m}' およびプリュームの半径 R_1 が得られる。

$$w_{1m} = 2 \bar{w}, \quad \rho_{1m}' = 2 \bar{\rho}' (= 2 \Delta \rho_1), \quad R_1 = D/4, \quad x_1 = R_1/\beta = D/4 \beta \quad \dots\dots\dots (15)$$

5. 周囲水に鉛直方向密度勾配がない場合

(1) 理論式の解

この場合には、 $d\rho_e/dx = 0$ であるから、式(10)を積分して

$$R^2 w \rho' = A \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに A は積分定数で、欠損密度流量を表わし、境界条件(15)から、次のように定められる。

$$A = (1/4) D^2 \bar{w} \Delta \rho_1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

つぎに、(8) $\times$ 3 $w - (9) \times 2$ の操作から得られる式を整理すると、次式を得る。

$$R = \beta x \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(18)において積分定数は仮想放出原点 $x = 0$ で $R = 0$ なることより消去されている。 β はプリュームの拡がり係数とも言えるものである。式(8), (16), (18)より次のような微分方程式を得る。

$$dw/dx + w/x = (Ag/\rho_e \beta^2) \cdot 1/x^2 w^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

この解は、境界条件 $\rho_{1m}' = 2 \Delta \rho_1$, $w_{1m} = 2 \bar{w}$ より求めることができる。ここで放出口断面を 0 とする垂直方向の座標 z を考えると、

$$x = z + (D/4 \beta) \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(19)の解を式(20)の関係を用いて書き表わすと次のようになる。

$$\frac{w}{\bar{w}} = \left(\frac{16 \beta F^2 - 3}{128 \beta^4 F^2} \right)^{1/3} \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4 \beta} \right)^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{48 \beta^2}{16 \beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4 \beta} \right)^2 \right\}^{1/3} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 F は放出口断面における放出水の内部フルード数で

$$F = \bar{w} / \sqrt{(\Delta \rho_1 / \rho_{e1}) g D} \quad \dots\dots\dots (22)$$

である。一方、廃液の濃度は、初めの欠損密度量が低減した割合で与えられると考えて

$$c/\bar{c} = \rho'/\Delta \rho_1 \quad \dots\dots\dots (23)$$

で表わされると考える。ところで ρ' は式 (16) から、 w が判れば判る量であるので、 c も w が定まれば定められる値である。すなわち c は必要量を式 (22) に代入して、次のように求められる。

$$\frac{c}{\bar{c}} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{2\beta F^2}{16\beta F^2 - 3} \right)^{1/3} \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^{-1} \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{48\beta^2}{16\beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^2 \right\}^{-1/3} \dots\dots\dots (24)$$

以上のようにして得られた式 (21), (24) が、周囲水が一樣密度であるときの理論解である。図-2, 図-3 は、それぞれ式 (21), (24) により無次元流速, 無次元濃度を, フルード数をパラメータとして z/D について図示したものである。 β の値は次節で述べるように、実験結果と Rouse らの研究に基き、 $\beta = 0.084$ として計算を行った。

(2) プリュームの拡がり係数 β の値について
Rouse²⁾らは、大気中に放出された air-plume の密度の r 方向断面の分布形を次のような Gauss 分布であるとしている。

$$\Delta r = K \cdot \exp(-71r^2/x^2) \dots\dots\dots(a)$$

ここで Δr は欠損密度量, r と x は本論文で用いているものと同じである。筆者らは、これとは別に、プリュームの r 方向の欠損密度分布を測定し、Rouse らが提案した (a) 式の分布形と大変良く一致する結果を得た。そこで筆者らは式 (a) の分布形を本論文でも用いることとし、式 (7) で与えられるような f, h の関数形を用いて、式 (18) における β の値を $\exp(-71r^2/x^2) = \exp(-r^2/2R^2) = \exp(-r^2/2\beta^2x^2)$ の関係から次の様に定めた。

$$\beta = \sqrt{1/2 \times 71} \div 0.084$$

(3) 実験結果

図-4 は実験値と理論値の比較である。理論と実験の一致の度合は、フルード数と z/D の値の広い範囲にわたって、全体的にかなり良好であるといえよう。なお放出口における収縮係数を考慮し、 D としては本論文では実際のノズル径の 0.85 倍の値をもって計算上の D とした。

(4) Abrahamの式との比較

今日まで広く用いられてきていた Abraham の式 (1960)⁶⁾ は次のようなものである。

$$c_m/\bar{c} = 9.7F^{2/3} (z/D + 2)^{-5/3}, w_m/\bar{w} = 3.65F^{-2/3} (z/D + 2)^{-1/3} \dots\dots\dots (b)$$

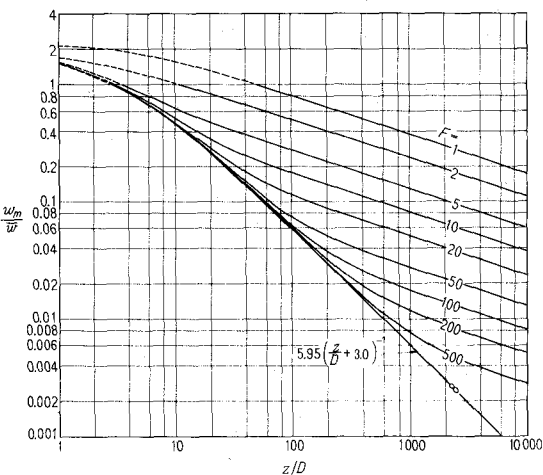


図-2 軸上流速比值

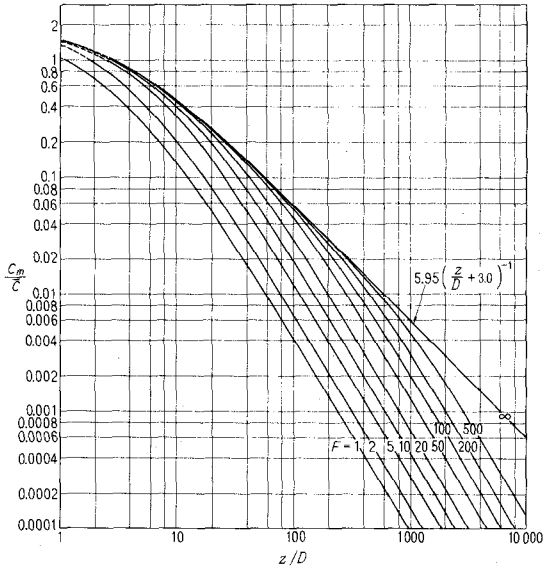


図-3 軸上濃度比值

また、本研究で得た式(21)，(24)は、フルード数が余り大きくないとき、次のように書くことができる。($\beta = 0.084$)

$$\left. \begin{aligned} c_m/\bar{c} &= 9.42F^{2/3}(z/D+3.0)^{-5/3} \\ w_m/\bar{w} &= 3.76F^{2/3}(z/D+3.0)^{-1/3} \end{aligned} \right\} (c)$$

(b)と(c)を比較すると、式の形式は一致し、濃度式の係数が、やや(c)の方が小さいが、Abrahamの式はやや過大の値を与えるものであることを考え合わせると、筆者らの式は適当なものといえよう。

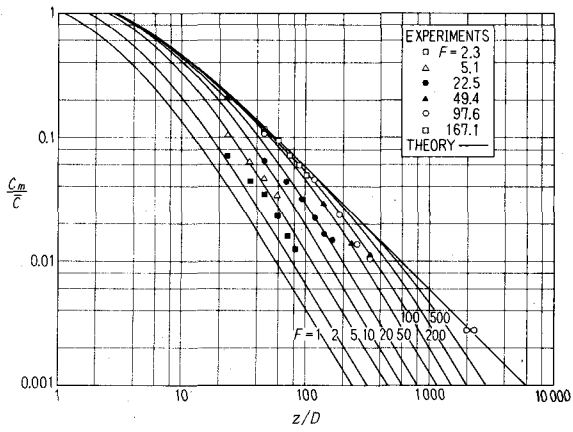


図-4 理論と実験値の比較

6. 周囲水の密度が鉛直上方に向けて直線的に減少する場合

(1)理論式の解

$d\rho_e/dx = 0$ の場合と同様、式(8)と(9)とから、若干の計算の後、 $R = \beta x$ の関係が得られる。また、 $\rho_e \cdot d\rho_e/dx = \text{const.}$ とみなし得るので、 $(10) \times R^2 w \rho' - (8) \times R^2 w^2 (\rho_e/g) d\rho_e/dx$ によって得られる式を積分して次式を得る。

$$R^2 w \{ \rho'^2 - (\rho_e/g)(d\rho_e/dx)w^2 \}^{1/2} = \text{const.} = A \quad \dots\dots\dots (25)$$

よって

$$\rho' = (1/R^2 w) \cdot \{ A^2 + (\rho_e/g)(d\rho_e/dx)R^4 w^4 \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (26)$$

式(26)を式(8)に代入し、さらに式(18)，(22)を使って書き表わすと次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(xw)^3 &= \frac{3}{4} \frac{D\bar{w}^3}{\beta^2 F^2} \left\{ 1 - \frac{d\rho_e}{dx} \frac{gD^2}{\rho_e \bar{w}^2} F^4 \right\}^{1/2} \\ &\cdot \left\{ 1 + \frac{16 \frac{\rho_e}{g} \frac{d\rho_e}{dx} \beta^4 x^4 w^4}{D^2 \bar{w}^6 \left(\frac{\rho_e}{g} \right)^2 \frac{1}{F^4} \left(1 - \frac{d\rho_e}{dx} \frac{gD^2}{\rho_e \bar{w}^2} F^4 \right)} \right\}^{1/2} \cdot x \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここで次のような x, w, D についての無次元量(比值)を定義する。

$$\begin{aligned} x_r &= x / \left(\frac{D\rho_1}{(-d\rho_e/dx)} \right), \quad Dr = D / \left(\frac{D\rho_1}{(-d\rho_e/dx)} \right), \quad w_r = w / \bar{w} \\ \gamma^4 &= 16 \beta^4 F^2 / Dr^3 (1 + Dr F^2) \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ただし $D\rho_1/(-d\rho_e/dx)$ は図-1において x_{st} で示される長さで、プルームが上昇時に希釈されず、放出時の密度を維持したまま浮上して、周囲水が自己の密度と等しい密度を持つ高さまで上昇すると考えたときの高さを与えるものであり、本論文では“Static height of rise”と称することとした。(28)の諸量を用いて、式(27)を書き直すと次式のようにになる。

$$d(x_r w_r)^3/dx_r = 3/4 \beta^2 F^2 \cdot Dr (1 + Dr F^2)^{1/2} \cdot x_r (1 - \gamma^4 x_r^4 w_r^4)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

(2) プリュームの最高上昇高

式(29)を数値計算するために、次のような置換により w_r を ϕ に変換する。

$$\sin^{1/2} \phi = r x_r w_r \quad \dots\dots\dots (30)$$

この結果、式(29)は次のように書き表わされる。

$$\sin^{1/2} \phi \cdot d\phi = (1/2 \beta^2 F^2) \cdot Dr (1+Dr F^2)^{1/2} \cdot r^3 \cdot x_r \cdot dx_r \quad \dots\dots\dots (31)$$

上式を放出口から任意の高さまで積分すると、

$$\int_{\phi_1}^{\phi} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi = \frac{1}{4 \beta^2 F^2} \cdot Dr (1+Dr F^2)^{1/2} \cdot r^3 (x_r^2 - x_{r1}^2) \quad \dots\dots\dots (32)$$

ただし、 x_{r1} および ϕ_1 は放出口 ($x=x_1$) における x_r および ϕ の値で、それぞれ次式で与えられる。

$$x_{r1} = Dr / 4 \beta, \quad \phi_1 = \sin^{-1} \cdot (r Dr / 2 \beta)^2 \quad \dots\dots\dots (33)$$

第1章でも記したように、プリュームはある点で上昇速度を失い、浮上を停止するが、この速度が0となる点、すなわち最高上昇高を示す点では、式(30)より、 $w_r = 0$ 、これに対応する ϕ の値は、 $\phi = \pi$ である。そこで式(32)より次式を得る。

$$\frac{1}{4 \beta^2 F^2} \cdot Dr (1+Dr F^2)^{1/2} \cdot r^3 (x_{rm}^2 - \frac{Dr^2}{16 \beta^2}) = \int_{\phi_1}^{\pi} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi = 2.40 - \int_0^{\phi_1} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで x_{rm} は最高上昇高 (比值) を意味する。これよりプリュームの最高上昇高を表わす式を得るが、前章と同様、 x の代りに z を用いると次の関係がある。

$$x_{rm} = z_{rm} + Dr / 4 \beta \quad \dots\dots\dots (35)$$

式(35)の関係を用いて、次のようなプリュームの最高上昇高 (比值) を表わす式を得る。

$$z_{rm} = \left[\frac{Dr^2}{16 \beta^2} + \frac{1}{2 \beta} F^{1/2} Dr^{5/4} (1+Dr F^2)^{1/4} (2.40 - \int_0^{\phi_1} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi) \right]^{1/2} - \frac{Dr}{4 \beta} \quad \dots\dots\dots (36)$$

図-5は式(36)により、無次元最高上昇高を図示したものである。計算にあたっては第5章と同様 $\beta = 0.084$ とした。

(3) $\rho' = 0$ となる点の高さ、および濃度

プリュームは、上昇を停止する前に周囲水との密度差 ρ' が0となる。この高さを数値計算するためには、前節と同様、 $\rho' = 0$ となる高さに相当する ϕ を求めれば良い。式(26)より

$$A^2 + (\rho_e/g) (d\rho_e/dx) \beta^4 x^4 w^4 = 0 \quad \dots\dots\dots (37)$$

式(37)は式(25)を用いると、次のように書き直すことができる。

$$(D^3 \bar{w}^4 \Delta \rho_1 / 16 F^2) \cdot [1 - (d\rho_e/dx) \cdot F^2 D / \Delta \rho_1] = -d\rho_e/dx \cdot \beta^4 x^4 w^4 \quad \dots\dots\dots (38)$$

式(28)で定義した諸無次元量を用いると式(38)は次のようになる。

$$(1+Dr F^2) / 16 F^2 = \beta^4 x_r^4 w_r^4 / Dr^3 \quad \dots\dots\dots (39)$$

一方、廃液の濃度は、やはり初めの欠損密度量が低減した場合で与えられると考えると、

$$c_r = c/\bar{c} = (\rho' - x \cdot d\rho_e/dx) / \Delta \rho_1 \quad \dots\dots\dots (40)$$

で表わされることになる。ここでは $\rho' = 0$ である場合を考えているから、式(39)、(40)より、 $\rho' = 0$ のときの x_r の値が次のように求められる。

$$x_r = c/\tau = 1/r w_r \dots\dots\dots (41)$$

従って式(30)から $\rho' = 0$ となるとききの Φ について次式を得る。

$$\sin^{1/2} \Phi = 1, \Phi = \pi/2 \dots\dots\dots (42)$$

そこで、ここに $\rho' = 0$ となるとききの x_r , および c_r の値を x_{r*}, c_{r*} と書くと、式(32)より、 x_{r*} および c_{r*} を与える次式を得る。

$$x_{r*} = c_{r*} = \left[\left\{ (4\beta^2 F^2 \int_{\Phi_1}^{\pi/2} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi) / Dr^3 (1+DrF^2)^{1/2} r^3 \right\} + x_{r1}^2 \right]^{1/2} \dots\dots (43)$$

上式 x_{r*} を z_{r*} を用いると、 x_{r*} と z_{r*} の関係は、

$$x_{r*} = z_{r*} + Dr/4\beta \dots\dots\dots (44)$$

となるから、式(44)より式(43)を書き直すと、

$$z_{r*} = \left[\frac{Dr^2}{16\beta^2} + \frac{1}{2\beta} F^{1/2} Dr^{5/4} \cdot (1+DrF^2)^{1/4} \cdot \left(1.20 - \int_0^{\Phi_1} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi \right) \right] - \frac{Dr}{4\beta} \dots\dots\dots (45)$$

$$\frac{c_*}{c} = \left[\frac{Dr^2}{16\beta^2} + \frac{1}{2\beta} F^{1/2} Dr^{5/4} \cdot (1+DrF^2)^{1/4} \cdot \left(1.20 - \int_0^{\Phi_1} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi \right) \right] \dots\dots (46)$$

図-6、および図-7は式(45)および式(46)により、 $\rho' = 0$ なる点の無次元高さ、および無次元濃度を図示したものである。

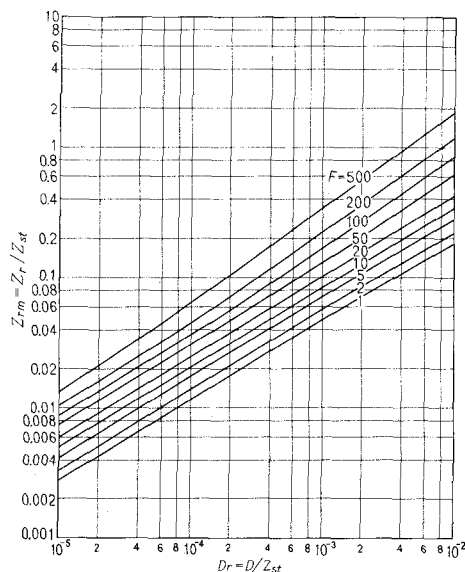


図-5 プリュームの最高上昇高(比值)

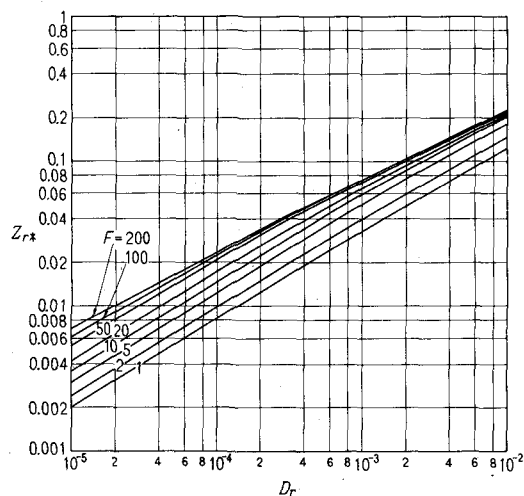


図-6 $\rho' = 0$ となる点の無次元高さ(比值)

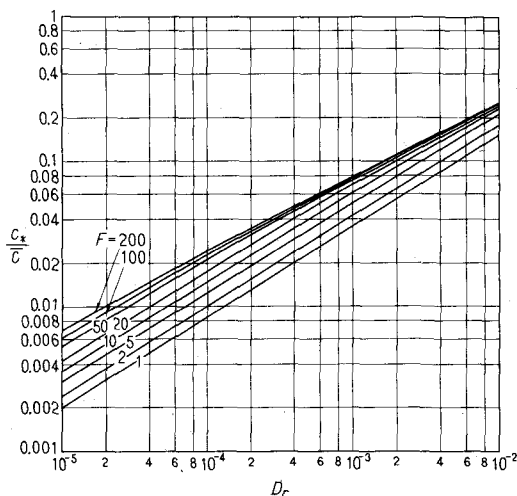


図-7 $\rho' = 0$ なる点の無次元濃度(比值)

7. 表層に一樣密度勾配がある場合

(1) $\rho' = 0$ となる点の高さ, および濃度

図-9のように, $z = 0$ より z_2 までは $d\rho_e/dx = 0$, $z = z_2$ より水面まで, $d\rho_e/dx = \text{const.}$ の場合を考える。

プリュームは $\rho' = 0$ となった点で横に拡がってゆくが, その点の高さ, および軸上濃度を求めることができる。式(18)より, 密度勾配があるなしにかかわらずプリュームの拡がり係数は一定である。上述の解析を行うために, ②断面に

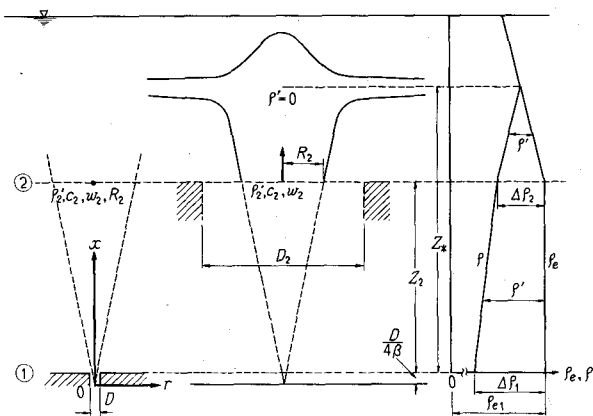


図-8 表層があるときのプリュームと周囲水の密度勾配

より, $\Delta\rho$, F の値がそれぞれ $\Delta\rho_2$, F_2 の値でもってプリュームが放出されると考える。式(15)と同様に考えると, ②断面での各々の値は次のようになる。

$$D_2 = 4R_2 (R_2 = \beta x_2), \quad \Delta\rho_2 = 1/2 \rho'_2 = (1/2) c_2 / \bar{c} \cdot \Delta\rho_1 \quad (47)$$

$$F_2 = \bar{w}_2 / \sqrt{(\Delta\rho_2 / \rho_{e1}) g D_2} = (w_2 / 2) / \sqrt{(c_2 \Delta\rho_1 / 2 \bar{c} \rho_{e1}) \cdot g D_2} \quad (48)$$

式(47)より式(48)は次のように書き直すことができる。

$$F_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}\beta} \frac{w_2 / \bar{w}}{\sqrt{c_2 / \bar{c}}} \cdot \sqrt{\frac{D}{x_2}} \cdot F_1 \quad (49)$$

ここで F_1 は式(22)で与えられる, 実際の放出口より放出される際のフルード数である。式(45)より $\rho' = 0$ となる点の高さは次式で与えられる。

$$x_{r*} = \left(\frac{1}{2\beta} F_1^2 (4\beta x_{2r})^{3/4} \cdot (1 + 4\beta F_2^2 x_{2r}) \int_{\phi_2}^{\pi/2} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi + x_{2r}^3 \right)^{1/2} \quad (50)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} x_{2r} &= x_2 \left/ \frac{\Delta\rho_2}{(-d\rho_e/dx)} \right. = (z_2 + \frac{D}{4\beta}) \left/ \frac{(c_2 / \bar{c}) \Delta\rho_1}{2(-d\rho_e/dx)} \right., \quad w_{2r} = w_2 / \bar{w}_2 = 2 \\ z_{r*} &= z_2 \left/ \frac{(c_2 / \bar{c}) \Delta\rho_1}{2(-d\rho_e/dx)} \right., \quad \gamma_2^4 = \frac{16\beta^4 F_2^2}{D_{2r}^3 (1 + D_{2r} F_2^2)}, \quad \phi_2 = \sin^{-1} (\gamma_2 x_{2r} w_{2r})^2 \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

したがって, ②断面より上で $\rho' = 0$ となる点の高さは, $x_{r*} - x_{2r} \ll x_{2r}$ ならば次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_{r*} - x_{2r} &= z_{r*} - z_{2r} \\ &= x_{2r} \left[1 + \frac{\beta F_2^2}{2 \gamma_2^3 (1 + 4\beta x_{2r} F_2^2)^{1/2} x_{2r}^3} \int_{\phi_2}^{\pi/2} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi \right]^{1/2} - x_{2r} \\ &\cong \frac{\beta F_2^2}{2 \gamma_2^3 (1 + 4\beta x_{2r} F_2^2)^{1/2} x_{2r}^3} \int_{\phi_2}^{\pi/2} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi \quad (52) \end{aligned}$$

式(52)の右辺の定積分は次のように近似することができる。

$$\int_{\phi_2}^{\pi/2} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi = \left(\frac{\pi}{2} - \phi_2 \right) - \frac{1}{12} \left(\frac{\pi}{2} - \phi_2 \right)^3 + \dots \quad (53)$$

ここで、 $\beta = 0.084$ であるから、式(52)は次のように書き表わすことができる。

$$x_{r*} - x_{2r} \cong 0.76 F_2^{1/2} \cdot x_{2r}^{1/4} \cdot (1 + 0.336 x_{2r} F_2^2)^{1/4} \int_{\phi_2}^{\pi/2} \sin^{1/2} \phi \cdot d\phi \quad (54)$$

$$\text{また、} \phi_2 = \sin^{-1} [0.58 x_{2r}^{1/2} \cdot F_2 / (1 + 0.336 x_{2r} F_2^2)^{1/2}] \quad (55)$$

$$x_{2r} = 2(z_2 + 3.0D) \cdot (-d\rho_e/dx) / [(c_2/\bar{c}) \cdot \Delta\rho_1] \quad (56)$$

一方、 $\rho' = 0$ となる点の軸上濃度 c_* は、次式で書き表わすことができる。

$$c_*/\bar{c} = -(x_* - x_2)(d\rho_e/dx)/\Delta\rho_1 \quad (57)$$

ここで、 $1/\Delta\rho_1$ は式(58)のように書き直せるので、式(57)は式(59)で表わすことができる。

$$1/\Delta\rho_1 = (1/\Delta\rho_2)(\Delta\rho_2/\Delta\rho_1) = (1/\Delta\rho_2)(\rho'_2/2\Delta\rho_1) = c_2/2\bar{c}\Delta\rho_2 \quad (58)$$

$$c_*/\bar{c} = (c_2/2\bar{c})(x_{r*} - x_{2r}) \quad (59)$$

(2) 数値計算例

水面下 18.5m より、有効径 20 cm のオリフィスから、廃水が放出された場合を考える。表層には密度勾配があり、各層での周囲水の密度、および F_1 の値を次のようなものとする。

水面 ($z = 18.5\text{m}$), $\rho_{e1} = 1.0249\text{gr/cm}^3$ 放出廃液; $\rho_1 = 0.9995\text{gr/cm}^3$

②断面 ($z = 17.0\text{m}$), $\rho_{e2} = 1.0257\text{gr/cm}^3$ ($\Delta\rho_1 = 0.0262\text{gr/cm}^3$)

水底 ($z = 0\text{m}$), $\rho_{e1} = 1.0257\text{gr/cm}^3$ $F = 10$ および 20

上記数値中、 ρ_{e1} と ρ_{e2} は水温差 $\Delta T \cong 4^\circ\text{C}$ に相当する。ここで $\rho' = 0$ となる点の高さ、および軸上濃度は次のようにして求められる。

1) 図-2、および図-3より、 $w_2/\bar{w}$ 、 $c_2/\bar{c}$ をそれぞれ求める。

2) 式(49)より F_2 を計算する。

3) 式(56)より x_{2r} を計算する。但し、 $d\rho_e/dx = (1.0257 - 1.0249)/1.50\text{gr/cm}^3/\text{m}$

4) 式(55)より ϕ_2 を求める。

5) 式(54)より $x_{r*} - x_{2r}$ を計算する。

6) 次の関係式より $z_* - z_2$ を計算する。 $z_* - z_2 = (x_{r*} - x_{2r}) \cdot 1/2(c_2/\bar{c}) \Delta\rho_1 / (-d\rho_e/dx)$

7) 式(59)より $c_*/\bar{c}$ を計算する。

表-1

このようにして得られた各値は、

表-1のように表わされる。

8. 躍層がブルームの拡がりにおよぼす影響

	$F = 10$	$F = 20$
$c_2/\bar{c}$	0.025	0.038
$w_2/\bar{w}$	0.185	0.125
F_2	1.52	1.67
x_{2r}	28.7	18.9
ϕ_2	$78^\circ 12' = 1.36\text{rad}$	$76^\circ 47' = 1.34\text{rad}$
$x_{r*} - x_{2r}$	1.00	0.98
$z_* - z_2$	0.61m	0.92m
z_*	17.61m	17.92m
$c_*/\bar{c}$	0.013	0.019

密度勾配がある時の、軸上濃度の理論値は前章に記したように計算できるが、③断面における ρ の値によって、次のような結論が得られる。

- ここで x_{r*} は式 (54) により、与えられるものであり、
また x_{3r} は次式で表わされるようなものである。

参考文献

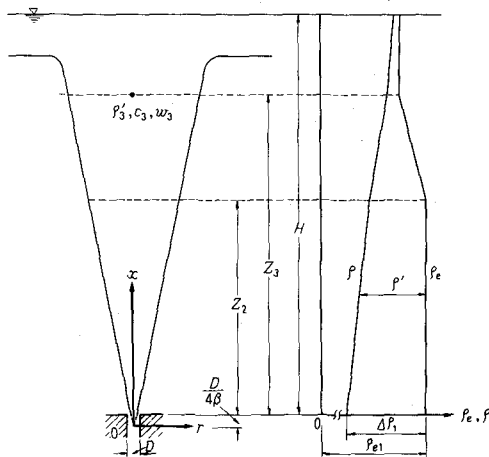


図-9 躍層があるときの密度勾配

- 236—