

京都大学工学部 正会員 末石富太郎
 京都大学工学部 正会員 住友 恒
 京都大学大学院 学生員 ○松岡 譲

1. はじめに

従来、河川における水質混合現象は、拡散係数による表示がよく用いられている。しかし、乱流拡散係数、あるいは、分散係数の概念は、分子拡散係数のそれに比べ、多くの制限とあいまいさを含み定義、あるいは計測法の上からも、混同があるように思われる¹⁾。本研究は、水質混合現象が生ずる一つの典型的な場として、河川合流部を選び、以下の式(4)で定義される拡散係数を中心に、縦方向乱流拡散現象、及び、移流分散現象について、実際に、水質輸送量を測定し、拡散係数による、水質混合の表現の妥当性に対し、考察を試みたものである。

2. 理論的考察

河川における、水質混合基礎式としては、普通、式(1)が採用される。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (UC) + \frac{\partial}{\partial y} (VC) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 x 、 y は、それぞれ、流下方向、川巾方向距離に、 C は濃度、 U 、 V は x 方向、及び y 方向流速である。いま C 、 U 及び V を、断面平均値、点平均値及び変動値とに分け、それぞれ式(2)のうにあらわす。

$$C = \bar{C} + \bar{C} + c', \quad U = \bar{U} + \bar{U} + u', \quad V = \bar{V} + \bar{V} + v' \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)を、式(1)に代入し、時間的平均、さらに、断面平均の操作をおこなえば、結局、式(3)を得る。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{C}\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{C}\bar{V}) = \frac{\partial}{\partial x} (-\bar{C}\bar{U} - \overline{c'u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\bar{C}\bar{V} - \overline{c'v'}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(3)において、乱流拡散係数 ϵ_x 、 ϵ_y は一般に式(4)のようにされている。

$$\overline{c'u'} = -\epsilon_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}, \quad \overline{c'v'} = -\epsilon_y \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここでは、分散係数 E_x 、 E_y を式(5)のように定義する。

$$\bar{C}\bar{U} + \overline{c'u'} = -E_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}, \quad \bar{C}\bar{V} + \overline{c'v'} = -E_y \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を、式(3)に代入し、 $\bar{V} = \bar{V} = 0$ と考えると、式(6)を得る。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{C}\bar{U}) = \frac{\partial}{\partial x} (E_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(4)、式(5)は、いずれも、Fick (1855) による分子拡散係数からのアナロジーであるが、その妥当性にかんする、実験的証明は、ほとんどない。通常、計測される拡散係数も、モーメント法、Routing 法から、推定される、見かけ上の拡散係数であり、式(5)から、直接計算する、Diffusive transport法は分散係数の測定に使用されるのみ²⁾で、乱流拡散係数の測定には、ほとんど使用されていない。

乱流拡散の拡散係数表示については、Taylor (1921)³⁾ による拡散理論が、有名である。しかし、この方法で取り扱われる拡散係数は、モーメント法を基礎とする見かけの拡散係数であり、 $\overline{c'u'}$ 、あるいは、 $\overline{c'v'}$ との関係は、あきらかではない。Hinze⁴⁾ は、混合距離の考え方から、 $\overline{c'v'}$ と Taylor の拡散理論を結びつけたが、考える混合距離程度では濃度の変化は、線型で、一定としている。その結果 $\overline{c'u'}$ は、式(7)のように表示される。

$$\overline{c'u'} = \overline{c'u'_L(t_0)} = - \frac{d\overline{C}}{dx} \frac{1}{2} \frac{d}{dt_0} \overline{x_L^2(t_0)} \tag{7}$$

ただし、 $u'_L(t)$ 、 $x(t)$ は、ラグランジュ的変動速度、及び、ラグランジュ的座標を、 t_0 は、拡散時間である。式(7)からは、 $\overline{c'u'}$ は、 $\frac{d\overline{C}}{dx}$ の関数であるのみならず、拡散時間の関数でもあることがわかる。さらに、Townsend⁵⁾ は、実験的に、式(4)が成立しない場を指摘し、大スケールの渦乱による速度 v を使って、 $\overline{c'u'}$ を式(8)のように表示する。

$$\overline{c'u'} = -\epsilon_x \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} + \overline{c'v} \tag{8}$$

移流分散の拡散係数表示については、Elder⁶⁾ は、実測による検討を提案している。また Fisher^{7) 8)} は、拡散方程式の取り扱いから、 $\overline{C\overline{U}}$ が、拡散係数表示できる条件として、式(9)、式(10)をあげ、さらに、定常解をも2条件として、式(11)をあげている。

$$\overline{C} \ll \overline{\overline{C}} \tag{9}$$

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t}, \overline{U} \frac{\partial \overline{C}}{\partial \xi} \ll U \frac{\partial \overline{\overline{C}}}{\partial \xi} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \overline{\overline{C}}}{\partial \xi} = \text{constant} \tag{11}$$

$$\xi = x - \overline{U} t$$

これらの、仮定は、拡散時間が、長くなるにつれ、成立すると考えられるが、河川合流部のように短い拡散時間の場合では、従来の移流分散の理論では、説明できず、 $\overline{C\overline{U}}$ の直接計算による検討が、必要であると考えられ、ひいては、Convective periodにおける移流分散機構の解明が、はかられよう。

以上のことから、乱流拡散にしろ、移流分散にしろ、拡散係数表示が、可能となるためには、濃度乱れが、平均濃度の変化に比べ小さく、線型で近似することが可能な場合であり、濃度の乱れ強さ、あるいは、速度の乱れ強さが大きい河川合流部では、式(4)、式(5)の直接評価が、必要と考える。

3. 実験的考察

河川合流部における上記目的を検証するため、実験水路、及び、実河川において、 $\overline{u'c'}$ 、 $\overline{U\overline{C}}$ の測定をおこなった。実験水路は、長さ6m、幅0.3mで、上流端から2.3mの点まで、中央に仕切り(厚0.5cm)が、設けてあり、右岸側に、薄い食塩水を、左岸側には淡水を流した。流速測定は、ホットフィルム流速計(コニカルプローブ)を使用し、濃度は、白金電極による電導度計を使用した。なお、下に示した実験例は、水深5.2cm、塩水側食塩濃度 112ppm、淡水側食塩濃度 67ppm である。実測河川は、京都市内の、桂川・鴨川合流点で、その概況は、図-2を参照されたい。流速測定は、回転式発電型流速計を使用し、濃度は、上記の水路と同じく、白金電極電導度計を使用した。

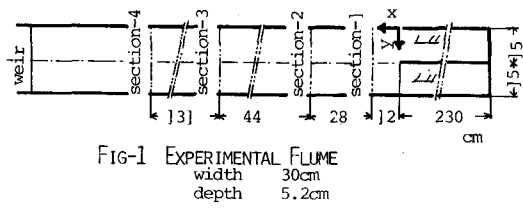


FIG-1 EXPERIMENTAL FLUME
width 30cm
depth 5.2cm

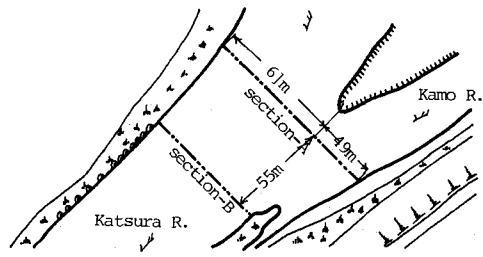


FIG-2 RIVER CONFLUENCE OF KATSURA R.
AND KAMO R.

濃度表示については、電導度を、食塩濃度に換算し計算した。図-3、図-4、図-5、図-6は、実験水路における $\bar{U}$, $\bar{C}$, $\overline{u'c'}$ の、図-7、

図-8は、実河川における $\bar{U}$, $\bar{C}$, $\overline{u'c'}$ の、一例である。図-3～図-6から $\overline{u'c'}$ は、合流部直後では、けわしい山形を描き、下流

に向かうにつれて、両端に正の部分をもつ、ゆるやかな山形になることが、わかる。また、

図-7、図-8から、実河川においても、同じ傾向が、あることがわかる。さらに、その

符号について、考察を加えてみる。実験水路では、合流点付近において、右岸側は、濃度

が高く、流速は遅い。また左岸側は、その反対である。したがって、両川境界付近における

水質混合は、 u' と c' の符号が異った水塊

どうしにより、おこなわれると考えてよい。したがって、 $\overline{c'u'}$ は、負をとる。いっぽう、

合流部から、流下するにつれて、生ずる正の部分

は、壁面とか、流下方向の濃度勾配の影響を、うけていると思われる。実河川におい

ても、ややこのような傾向が、見られるが、現段階でははっきりしない。また、 $\overline{c'u'}$ が、

$\partial \bar{C} / \partial x$ の符号にかかわらず、負になることはこのような場における、縦方向乱流拡散の、

拡散係数表示が、不適当であることを示している。さらに、移流分散について検討するため、 $\bar{C}\bar{U}$ の分布を、実験水路の場合につい

て、図-9に示す。 $\bar{C}\bar{U}$ も、負の値を示すが、

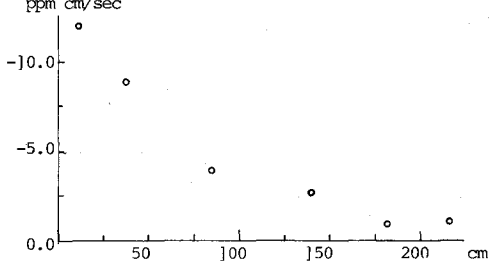


FIG-9 RELATION BETWEEN $\bar{C}\bar{U}$ AND * laboratory measurements

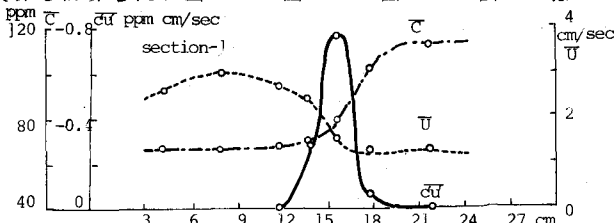


FIG-3 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

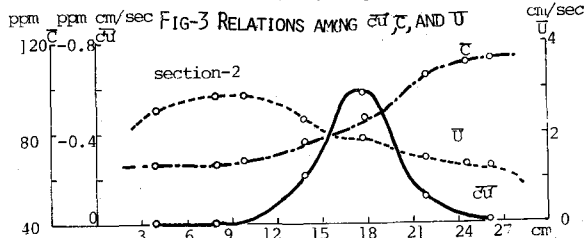


FIG-4 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

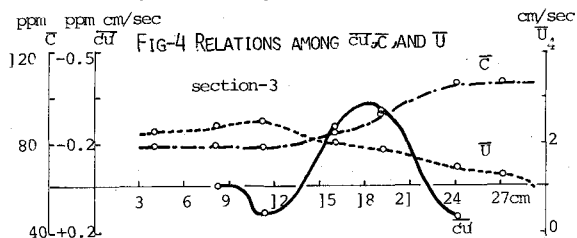


FIG-5 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

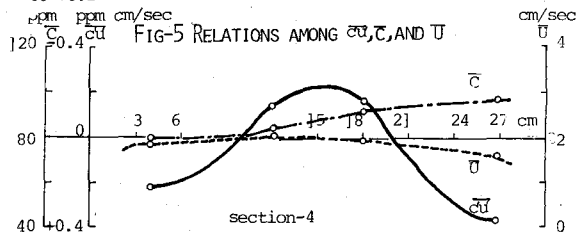


FIG-6 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

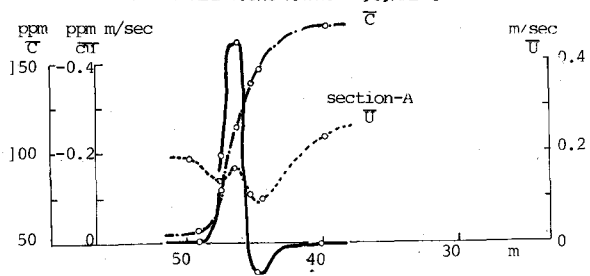


FIG-7 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

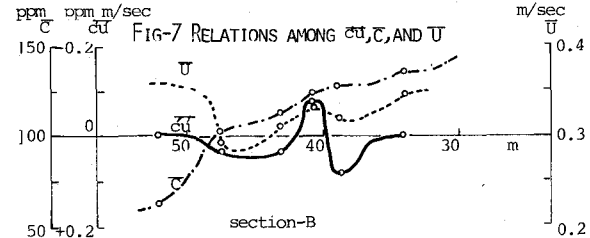


FIG-8 RELATIONS AMONG $\bar{C}\bar{U}$, $\bar{C}$, AND $\bar{U}$

これも速度分布と、濃度分布が、負の相関をもつことにより、容易に推定される。このことから、移流分散現象の、拡散係数表示の限界が、わかる。

拡散係数の立場からは、以上の、実験結果に対し、拡散係数を、ベクトルではなく、2階のテンソル量として考えることによって、ある程度の説明は、可能となるが、複雑さは、まぬがれえない。さらに、 $\frac{d\bar{c}}{dy}$ の、 $\overline{c'u'}$ に及ぼす影響を、図-10、図-11に示す。図-10は、実験水路の、図-11は実河川のそれである。これにより、ある程度、 ϵ_{xy} の存在が、示されよう。

分散係数の限界については、もともとこの概念の中心となる混合距離 $f(y)$ の、成立が、合流点における、水質側の事情によって、妨げられるためと、考えることができる。

$$f(y) = \frac{\bar{C}}{\frac{\partial \bar{C}}{\partial x}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

以上、水質混合現象の、拡散係数表示を、乱流拡散、及び、移流分散について、検討を加えたが、いずれの場合にも、混合現象を、

速度特性のみで、把握することは、十分でないことがわかる。つまり、 $\overline{c'u'}$ を通じて、水質乱れの特徴が、水質混合機構に關与するわけで、両特性の、連立した解析が、必要となる。

4. 濃度乱れの解析

水質混合機構の解明にあたっては、濃度乱れの特徴の把握が、必要であることは、上に示した。その解析にあたっては、多くの方法が考えられるが、濃度乱れのスペクトル基礎式としては、式(13)を、導くことができる⁹⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_c(K)}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} E_c(K) + \frac{\partial}{\partial x} Q_{xc}(K) + \frac{\partial}{\partial y} Q_{yc}(K) &= S_{cc}(K) \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \\ + S_{cv} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial K} \epsilon_c(K) - 2DK^2 E_c(K) &\quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{U}$ は x 方向時間的平均速度は、K は波数、 $E_c(K)$ は3次元濃度パワースペクトル、 $S_{cc}(K)$ は $\overline{c'v'}$ のコ・スペクトルである。式(13)から、水質混合現象とは、 $S_{cc}(K)$ が、平均濃度勾配 $\frac{\partial \bar{C}}{\partial y}$ を濃度乱れ $E_c(K)$ に変え、また、それが、 $\epsilon_c(K)$ により、高波数列に連ばれ、分子拡散により、逸散される過程であることがわかる。したがって、 $E_c(K)$ 、 $S_{cc}(K)$ などの特性を、把握することが、重要になるが、図-12 には、実河川において、実測された、 $\overline{c'u'}$ の

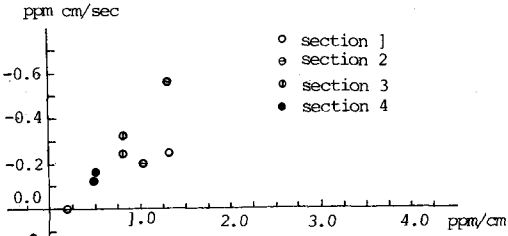


FIG-10 RELATION BETWEEN $\overline{c'u'}$ AND $\frac{\partial \bar{C}}{\partial y}$ laboratory measurements

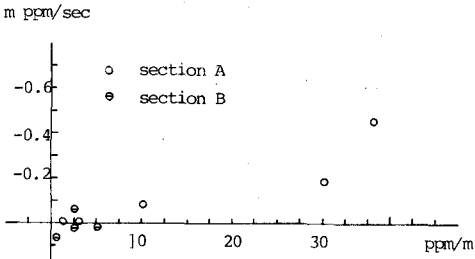


FIG-11 RELATION BETWEEN $\overline{c'u'}$ AND $\frac{\partial \bar{C}}{\partial y}$ field measurements

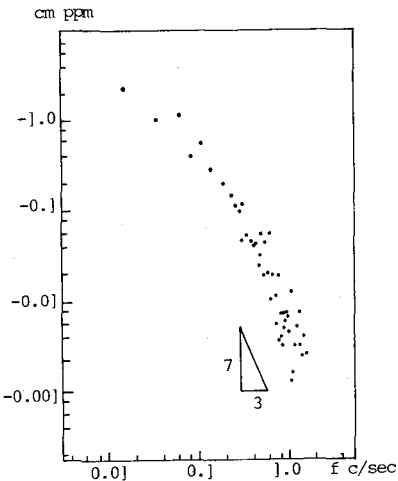


FIG-12 CO-SPECTRUM field measurement

一次元コ・スペクトル $S_{cc}(K_1)$ の一例を示す。図-12からは $0.1 \sim 1$ c/s において、 $-\frac{7}{3}$ 乗則の成立が、予想され、同時に観測された $E_{cc}(K_1)$ が示す $-\frac{5}{3}$ 乗則とあわせ、慣性領域の存在が、予想される。このような諸特性が、 $\overline{c'u'}$ 、 $\overline{c'v'}$ の挙動にどのように関連しているかは、不明な点が多く、今後の研究が、期待される。

5. おわりに

本研究は、 $\overline{c'u'}$ 、 $\overline{c'u}$ の直接的な測定により、河川合流部における、水質混合現象の拡散係数表示の妥当性を調べ、それに関し、若干の考察と、乱れ特性からの解析例を示した。その結果、拡散係数表示には、かなりの困難さが予想されること、またその原因の一つに、水質の分布、及び、乱れの特性があげられることを示した。また水質混合機構の解明にあたっては、従来から速度乱れに注目した研究が多いが、水質乱れの把握も、大切であり、これらの点に留意した研究が、必要と考えられる。

最後に、本研究の実施に当り協力いただいた小林信博氏はじめ研究室各位に感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 今本博健：開水路流れに関する水理学的研究 P31 (1971)
- 2) Fisher H.B. "Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams"
Report No. KH-R-12, C.I.T (1966)
- 3) Taylor, G.I.: "Diffusion by continuous movements" Proc. London Math. Soc. Ser.2, vol20,
(1921)
- 4) Hinze, J.O.: "Turbulence, An Introduction to its Mechanism and Theory" P303 (1959)
- 5) Townsend, A.A.: "The Structure of Turbulent Shear Flow" P110 (1956)
- 6) Elder, J.W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, J.Fluid Mech Vol5
(1959)
- 7) Fischer, H.B.: A Note on the one-dimensional dispersion model, Air and Wat. Pollut,
Int. J. Vol10 (1966)
- 8) Fisher, H.B.: The Mechanics of dispersion in natural streams, Proc. ASCE, HY-6 (1967)
- 9) 末石富太郎, 住友恒, 松岡譲：二層境界面における水質混合について、第28回年次学術講演会
講演概要集第2部 (1973)