

1. はしがき

最充填濃度に近い濃度で土砂が含まれる流体（以下粒子流とよぶ）は、例えば土石流のように、自然界においては発生を見るものの、どのような力学的機構とくにこの流体がどのような力の作用で流動するのか必ずしも明確でない。自然界に生ずる粒子流の原因には多くのものが考えられるが、とくに急こう配に起因する粒子自身の質量力の作用および流体中に含まれる微細粒子による粘性効果が大きな役割を果たすことが予想される。ここでは、粒子自身の質量力の作用に重点をおき、粒子流の生ずる領域をのべ、粒子間の速度差から生ずるせん断方向に対して法線方向の力を用いて流速および抵抗則を表わし、実験値との比較を示すとともに、混合砂れきの粒子流に生ずる粒径の篩分け作用が、この力から説明されることを述べるつもりである。^{*}

2. 急こう配の堆積物上の流れにおける応力

急こう配上の流れの単位容積に濃度 C 、密度 σ の固体粒子が含まれたとき、流れの単位容積に作用する力は、図 1 (a) のように表される。

このような流れにおいて、静止する堆積層内の点 $-a$ に作用するせん断力 τ は、粒子中の流体のみによるせん断力を τ_F とすると、

$$\tau = \tau_F + (\sigma - \rho \cos \theta) g \sin \theta \int_{-a}^y C \cdot dy \quad (1)$$

と表される。ここに ρ は流体の密度、 θ はこう配である。一方、堆積層内のせん断抵抗は、 $-a$ の深さにおいて、

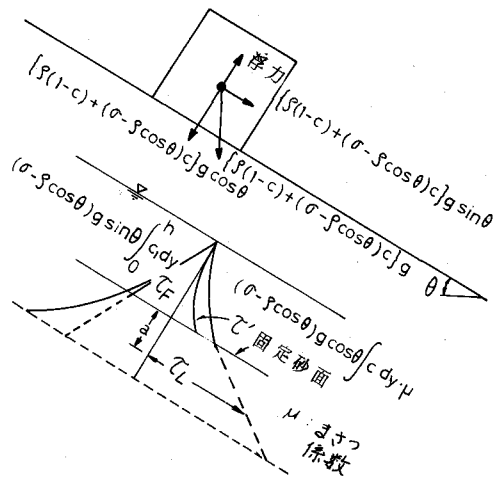


図 1. 流れに作用する力

$$\tau_L = C_L + \{ (\sigma - \rho \cos \theta) C_d y_d + (\sigma - \rho \cos \theta) C_a \} g \cos \theta \tan \phi \quad (2)$$

である。ここに C_L は堆積物の粘着力、 C_d は河床に接触しながら流動する固体粒子の濃度、 y_d はその高さ、 C_a は堆積層内の土砂の容積濃度、 $\tan \phi$ は堆積物のまさつ角である。(1) および (2) 式を

$$F = (\sigma - \rho \cos \theta) g d \cos \theta, \quad y = hd$$

ここに d は粒径、を用いて無次元表示すると、

^{*} 一部はすでに発表した¹⁾が、その後修正を加えた部分を再記した。²⁾

$$\frac{\tau}{F} = \frac{\tau_F}{F} + \tan \theta \int_0^h C \, dh \quad \frac{\tau_L}{F} = (C_d h_d + C_* h) \tan \phi$$

と表される。このような流れによって、せん断を受けたとき、河床がある高さで維持される条件は、

$$d(\tau/F)/dh < d(\tau_L/F)/dh \quad (3)$$

である。すなわち、粒子の濃度を平均値 $\bar{C}$ で表わしたとき、

$$C_* \tan \phi > d(\tau_F/F)/dh + \bar{C} \cdot \tan \theta \quad (4)$$

で、開水路では、 $d(\tau_F/F)/dh = \tan \theta \cdot \{\rho/(\sigma - \cos \theta)\}$ より、河床が維持される限界のこう配は、

$$\tan \theta = \frac{C_* \tan \phi}{\{\rho/(\sigma - \cos \theta)\} + \bar{C}} \quad (5)$$

と表される。(5)式より小さいこう配のところでは、せん断力がいかに大きくても、河床は維持され、粒子の移動は砂層の表層のみで行なわれる。

一方、(5)式より大きいこう配のところでは、(3)式の不等号が逆になることから流れによるせん断力が、堆積層の全体にわたって、せん断抵抗を上廻ることになり、全体の流動が起きることになる。その結果、 $\bar{C}$ が C_* に近づき、最終的には

$$\tan \theta = \frac{\tan \phi}{\{\rho/C_* (\sigma - \cos \theta)\} + 1} \quad (6)$$

のこう配まで低下することになる。(5)式に $C_* = 0.4$, $\tan \phi = 0.4$, $\bar{C} = 0.05$, $\sigma = 2.65$, $\rho = 1.0$ の値を与えて計算した結果は、 $\theta = 13^\circ 45'$ となり、さきに著者¹⁾が測定した堆積物の表面を流下した流れが自然に形成するこう配とほぼ同じ値を与える。また、まさつ角 ϕ は自然砂よりむしろ大きな値を示すが σ の小さい粒子による実験が、一般に小さいこう配で流動することが観測できる事実とも一致する。したがって(5)式をもって、流体中に最高充填濃度に近い砂れきを含んだ粒子流が起る限界のこう配と考えてよい。

(5)式の表現は従来より斜面の安定の解析に使われている概念を、流れの作用をより表現しうる形に直したものである。したがって、(6)式は、従来から用いられている斜面の安定式において、粘着力 c_L がなく浸透水が地表までである場合に相当し、斜面の安定式では無限長とみなされる条件で、

$$\tan \theta = (r/r') \tan \phi \quad (7)$$

と表されているものに相当することになる。しかし斜面は必ずしも無限長の条件を満足せず、また(7)式では流動への過程の説明に困難な点が多いが、(5)式では比較的局所の条件で取扱い可能で、かつ粒子流への移行に流れの作用が取入れやすく取扱いに無理が少ないといえる。(5)式の係数を $C_* = 0.60$, $\sigma = 2.65$ として、 C を変化させた場合について計算した結果を図2に示す。参考のため(7)式の係数を $r' = 0.60$, $r = 1.60$ として記入した。

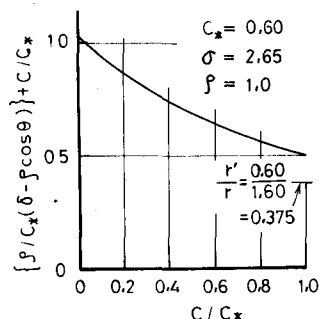


図2. (5)式の $[\rho/C_*(\sigma - \rho \cos \theta) + 1]^{-1}$ の値

3. 急こう配上の粒子流の流速と抵抗則

(1) 粒子流に関する実験

実験は、深さ 25 cm、幅 8 cm、底面には実験に用いた砂れきと同じ大きさの砂をはりつけた水路によって行なった。用いた砂の粒径は平均粒径が 14.3 mm と 0.64 mm のほぼ一様粒径の自然砂である。水路内にはほぼ 15 cm の厚さに砂れきをしき、適当なこう配にして、上流から給水して、砂を流動せしめた。こう配が (5) 式のこう配よりゆるいときは、いわゆる掃流の現象で砂れきが移動し、流動している流動層の厚みは表層の 1 ~ 2 粒径分から、こう配が急になるにしたがって層の厚みを増す。しかしながら小さいほうの砂においても流れの部分全体に砂れきが浮遊することではなく、むしろ流動層内の砂の軌跡は層状で、乱れの発生が抑制されているかの状態であった。

流れによってせん断され、最充填濃度よりいくらか低い濃度になった状態のまさつ角 ϕ の正確な値が決めにくいので、(5) 式の正確な値は決定しにくい、あるこう配 (例えば $d = 0.64 \text{ mm}$ では $\theta = 13^\circ$ 、 $d = 14.3 \text{ mm}$ では $\theta = 18^\circ$) をこえると、砂れきの移動する厚さが急に増し、流体のみの層は表面の 1 粒径以下程度となって、流れ全体が砂れきの流動層となる。

このようなこう配の領域では、堆積の表面で砂れきの転動が生ずる程度 (ほぼ 1 粒径程度) の流れが生ずると粒子流に移動する。 $d = 0.64 \text{ mm}$ のケースでは、飽和状態では堆積表面がルーズな状態であるため顕著でないが、 $d = 14.3 \text{ mm}$ では、最初のれきの跳躍による衝撃によって粒子流の発生の引き金になっているようである。

写真 1 は、粒子流の状態で流動中の断面を示したもので粒子流中の砂れきの濃度はほぼ一様であるとみなしてよいことを示している。粒子の移動は、厳密には断続的で、法線方向の移動も顕著である。

もとより現象そのものは、非定常と考えられるが、局所に作用する力に現象が対応し

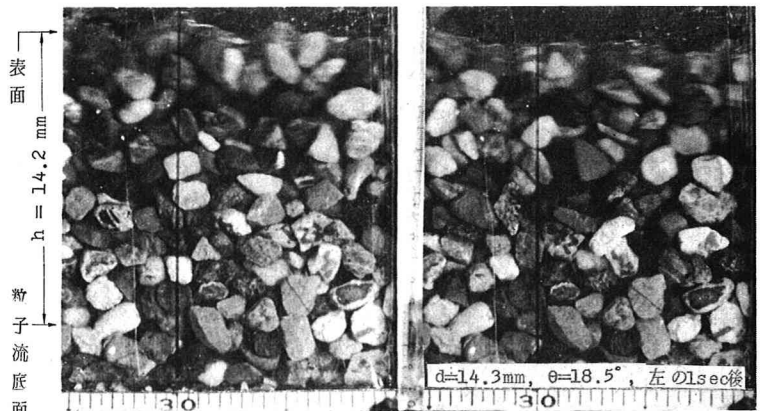


写真 1. 粒子流の流動断面

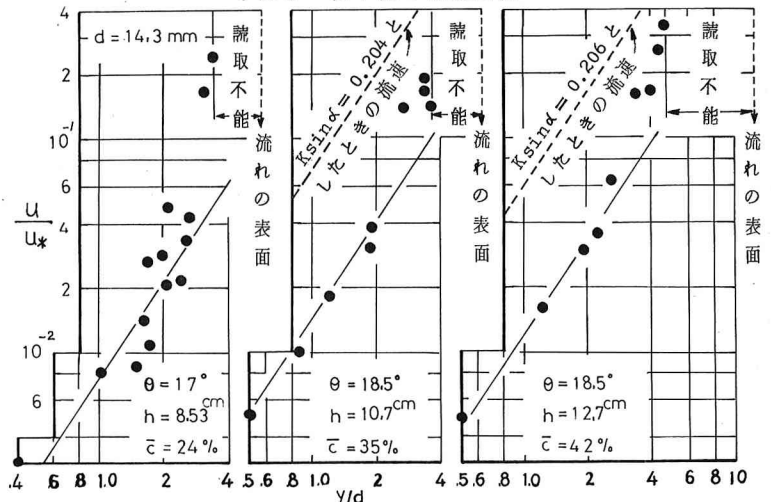


図 3. 砂れきの速度分布の 1 例

ていると考えて、粒子の軌跡から求めた速度分布図を図3に示す。

(b) 粒子流の流速

Bagnold は、固体粒子を伴う流れにおいては、速度こう配をもつ二層の固体粒子の衝突による運動量から、河床に法線方向の力が生ずるものとし、その力をつぎのように表わした。³⁾

$$p = k\sigma(\lambda d)^2 (du/dy)^2 \cos \alpha, \quad \lambda = \left(\frac{C_*}{C} - 1\right)^{-1} \quad (8)$$

ここに k は係数、 λ は砂れきの容積濃度の別の表現、 α はれきの衝突条件からきまる角度、で、この力 p とせん断力 τ との間には、 $\tau = p \tan \alpha$ (9) の関係がなりたつことを円筒回転式の装置で見出している。

この考え方にしたがうと、こう配 θ 上の水路に濃度 C の粒子を含む流れが生じたとき、つぎの関係がなりたつ

$$\begin{aligned} \rho g \sin \theta \int_y (1-C) dy + (\sigma - \rho \cos \theta) g \sin \theta \int_y C dy \\ = k\sigma(\lambda d)^2 (du/dy)^2 \sin \alpha \end{aligned} \quad (10)$$

濃度を断面の平均値 $\bar{C}$ で表わして、(10) 式をかき直すと

$$\frac{du}{dy} = \left\{ \frac{g \sin \theta}{k \sin \alpha} \right\}^{1/2} \left\{ \frac{(\sigma - \rho \cos \theta) \bar{C} + \rho(1-\bar{C})}{\sigma \lambda^2} \right\}^{1/2} \left(\frac{y}{d} \right)^{1/2} \quad (11)$$

となるから

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= \frac{2}{3} (k \sin \alpha)^{-1/2} \psi^{1/2} \left(\frac{d}{h} \right)^{1/2} \left(\frac{y}{d} \right)^{3/2} \\ \psi &= \frac{\rho + \{\sigma - \rho(1 + \cos \theta)\} \bar{C}}{\sigma} \left[\left(\frac{C_*}{C} \right)^{1/2} - 1 \right]^2 \end{aligned} \quad (12)$$

となる。また平均流速は

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{4}{15} \left(\frac{1}{k \sin \alpha} \right)^{1/2} \psi^{1/2} \left(\frac{h}{d} \right) \quad (13)$$

と表される。

図3は砂れきの軌跡から得られた流速で、流体との混合体の速度でなく、また見やすい粒子の速度のみで代表させたもので平均的なものではない恐れがあるが、これを混合体の流速であるとみなして、(12) 式と比較すると、図5に示される測定値は(12) 式で与える指数よりいくらか急である。

図4は、下流端の流出量から求めた平均流速で、この場合には、(13) 式の指数とよく一致する。ただ、こう配によってはっきりとデータが分離されるが、平均濃度そのものがこう配によってある範囲に限られることから、こう配そのものの影響より濃度によって抵抗則が変化していると考えるほうが妥当である

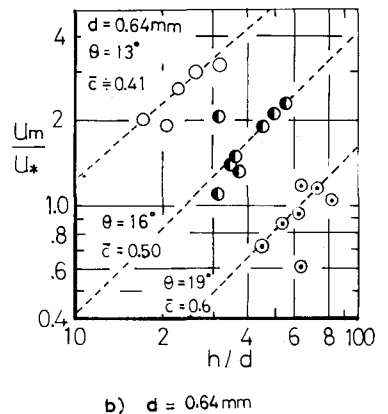
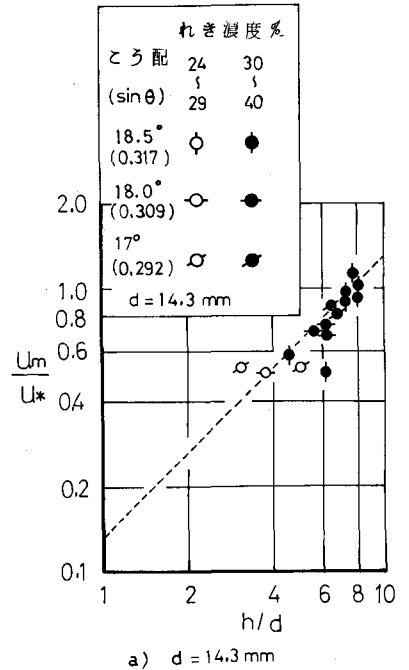


図4. 粒子流の平均流速

う。図4のデーターより読みとった $k \sin \alpha$ の値は図7に示すとおりで、 $d = 14.3 \text{ mm}$ に対しては、Bagnold が $\sigma = \rho$ の粒子で、円筒回転式の装置で測定した値と一致する。 $\sin \alpha$ の値は、統計的に一定値になると考えられるので、Bagnold の実験から $\sin \alpha = 0.60$ とし、 k に濃度の影響をもたせると k と濃度の関係は図5に示すようになり、濃度がほぼ最充填濃度に近づくと、一定の値をとるようである。ただしこの値を図3図5 $k \sin \alpha$ および k と濃度の関係の実測に合せるためには、図示のように k を4倍位にとる必要がある。これは図5の k には濃度がうすく流速の早い表面を含めて計算したのに対し、図3では粒子流の領域のみに適用しているためであろう。

以上の結果から、このような流れの抵抗係数 f は、つぎのように表されるであろう。

$$1/\sqrt{f} = (\sqrt{2}/15)(0.6k)^{-1/2} \psi^{1/2} (h/d) \quad (14)$$

4. 粒子流における篩分け作用

粒子流におけるもう一つの特長は、混合粒径の砂れきを用いて、上述と同じような流動をせしめたときに生ずる粒径の篩分け現象である。写真2は $d = 0.64 \text{ mm}$ と $d = 14.3 \text{ mm}$ の2種砂を重量比で50%ずつ混合して行ったもので、粒子流として40sec流動したのちの河床の状態である。表面流が極めて少なく、表面の細かい砂だけの流出による篩分けと異なって、大小の粒径が同じ速度こう配でせん断流動を受けて生ずる篩分けで、ごくわずかの距離の流動で篩分けが行なわれる。これは(8)式で示される上向きの反撥力 P が、同じ速度こう配のとき、 d^2 に比例して大きくなることに起因するものと思われる。したがって流動するとき、大きい粒径は流動層の上方に移動し、小さい粒径は下方に動き、篩分けが行なわれるものと思われる。もとより篩分けに最適な流量の範囲が存在することが予想されるが、次回に報告する予定である。

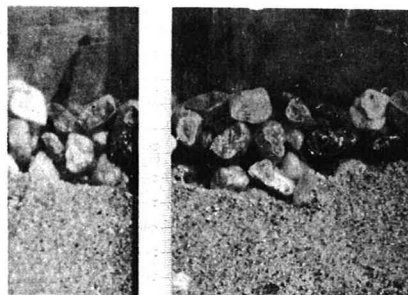


写真2. 篩分けされた砂面

5. むすび

最充填濃度に近い流れが、こう配が急であることと、流体中に粒子を含むことによって、堆積層内の抵抗のこう配を上廻ることが可能になり、その結果、粒子流が生ずる。このような粒子流では、流体内の速度差から河床の法線方向の力が生じるとして解析した流速が比較的实验値と良く一致し、その考え方をすると混合砂れきの篩分けの説明に有用であることを述べた。

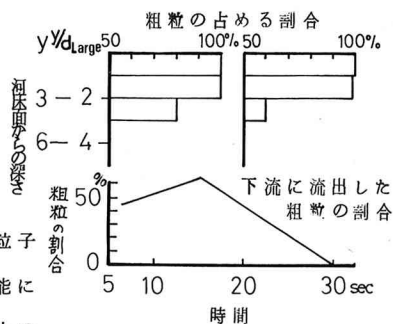


図6. 篩分け後の河床の粒度分布

参考文献

- 1) 大同淳之；堆積物の集合流動の発生限界，第17回水理講演会講演集，昭48。
- 2) 大同淳之；表面流によって土砂を多量に含んだ流れが発生する限界，第28回土木学会年次講演集，昭48。
- 3) Bagnold R.A. The Flow of Cohesionless Grain in Fluid, Phil. Trans. Soc. Vol. 249, 1957.
- 4) Bagnold R.A. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid in a Newtonian fluid under shear, Proc. Inst. Civil Eng. 4, Part 3, 174, 1955.