

開水路における拡散の実験

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
同 大学院 学生員 〇岩 崎 光 隆

1. まえがき

開水路の自由表面における乱流拡散現象については Orlob¹⁾の論文ならびにそれに対する日野の討議以来数多くの研究がなされており、我国においてもいくつかのすぐれた研究がなされている。^{2)~6)} Orlobの研究においては、水面近くに浮遊する粒子を流し、下流側に設けられたスクリーンで収集する方法によってそれらの拡散係数を求めた。それに対して今本²⁾らは粒子がある距離を流下するに要した時間を測る方法によって、さらに今本³⁾、岩佐⁴⁾等はストロボフラッシュを併用したカメラ撮影によって、粒子の Lagrange 的運動特性を調べ、拡散係数を求めた。一方、Euler 相関係数を測定してこれを浮遊粒子の拡散と関連づける試みが余越⁵⁾、Engelund⁷⁾等によってなされている。筆者らは開水路の流れの水面付近について同様な実験を行ない、粒子群の拡散係数、及びホットフィルム流速計による乱れの測定を行い、Lagrange 相関係数と Euler 相関係数との比較、さらに Euler スペクトル密度関数と Lagrange スペクトル密度関数との比較も試みたので、本報はそれらについて報告するものである。

2. 実 験

(a) 実験のねらい

多数個の粒子を原点において水流の中に放出すると、原点から充分離れた点における拡散巾の二乗平均 $\bar{\sigma}^2$ は、Lagrange 相関係数を指数関数で近似し、 U を平均流速、 $\bar{v}^2$ を流れに対して横断方向の流速変動の二乗平均、原点からの平均流下距離を X とすれば、Taylorの理論を用いれば次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{2\bar{v}^2 T_L X}{U} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $T_L = \int_0^\infty R_L(\xi) d\xi$: Lagrange タイムスケール $\dots\dots\dots (2)$

$$R_L(\xi) = \frac{\overline{v(t)v(t+\xi)}}{\overline{v(t)}^2} : \text{Lagrange 相関係数} \dots\dots\dots (3)$$

ξ : Lagrange 相関に関するずらし時間

一方実験の面から考えると、浮遊粒子を用いた拡散の実験から X/U の各値に対する拡散巾の二乗平均 $\bar{\sigma}^2$ の値が測定され、また等方性乱流域ではLagrange 速度変動量と Euler 速度変動量が等しいとおき、ホットフィルムによる乱れ測定から $\bar{v}^2$ が求められ、これを用いて(1)式からLagrange タイムスケール T_L が計算される。このようにして得られた T_L はLagrange タイムスケールの実測値と考えられる。

また、Euler 的に乱れの計測をおこなえば、次の式で示される Euler 相関係数 $R_E(\tau)$ ならびに

Euler タイムスケール T_E を得る。

$$R_E(\tau) = \frac{\overline{v(t)v(t+\tau)}}{\overline{v(t)^2}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$T_E = \int_0^\infty R_E(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 τ : オイラー相関に関するずらし時間である。そこでもし Euler タイムスケールと Lagrange タイムスケールとの関係が出れば、 T_L を T_E に置きかえることにより、一般に膨大な手間を要する色素あるいは粒子を用いて行なう拡散の実験を経ずに、Euler 的な乱れを計測することのみにより拡散係数を予め予測することができるはずであるが、このようなことは、先に Hay and Pasquill⁷⁾ によって指摘されている通りである。

そこで、浮遊粒子の拡散実験によって T_L を測定し、かつ一方では Euler 的な乱れ測定から T_E を測定して、Euler 相関と Lagrange 相関の、又はスペクトルの比較を行なうために以下のような実験を行なった。

(b) 実験装置及び実験方法

本実験において使用した水路の規模として、長さ 30 m、断面は巾 1 m、高さ 0.8 m の鋼製水路を使用して行なった。この水路においては、側壁の摩擦に比べて底面の摩擦を十分に大きくし、横方向への乱れの変化が事実上無視しうような状態とするために水路の底面には、図-1 に示すように水深に対して充分大きい粗度を設けた。この結果水路の入口から流れが下るにつれて水路底から発達する境界層が水面に達した地点より下流側の水面では、乱れが homogeneous であり局所的に等方性であると考えられる。従って水路の上流端から 5 m 以降 14 m までを測定区間とした。またピトー管による表層の流速分布の測定の結果、側壁による影響は側壁から 10 cm 以内で消失しており、水路巾 1 m のうち中央の 80 cm の区間では一様であったので、この部分を研究の対象とした。

使用した浮遊粒子は直径 0.2~0.3 cm、比重は 0.895 のもので、水路表面の乱れの強さに充分応答性がある。浮遊粒子は 1 個ずつ毎回 300 個流した。

浮遊粒子の採取装置として水路巾一杯の網に、横巾 2 cm 毎に合計 50 個の区切りを設けたものを使用した。浮遊粒子の採取装置は粒子の投下地点から 0.25 m、0.4 m、0.6 m、0.8 m、1 m、さらに 1 m 毎に 9 m までの下流に至る位置に合計 15 ケ所変化させ、これを 6 回繰返した。

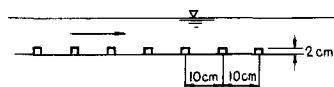
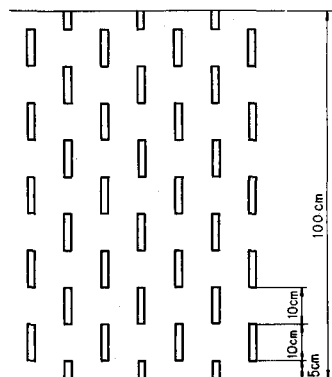


図-1 水路床粗度

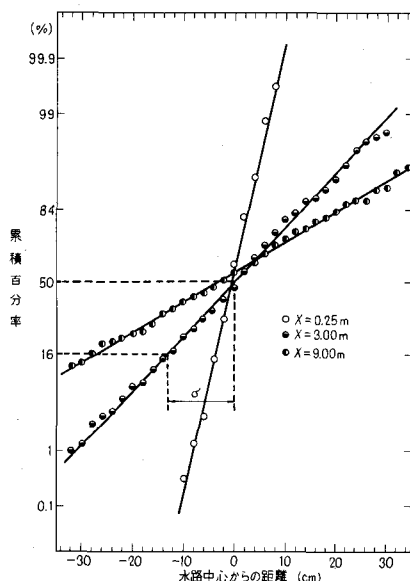


図-2 正規確率紙に plot されたデータの例

これと同時に測定区間の中央でかつ水路中心線上の、水面下 0.2cm の個所にホットフィルム流速計を挿入し、表面の乱れを測定した。水路表面の乱れは等方性を仮定してあることから、ホットフィルムの向きは流れの向きと同一方向とした。

測定時の水理条件は、流量 $Q = 18.9 \text{ l/sec}$ 、表面平均流速 $U = 21.1 \text{ cm/sec}$ 、摩擦速度 $U^* = 3.51 \text{ cm/sec}$ 、エネルギー勾配 $I = 0.00115$ 、測定区間の中央における水深 $h = 10.9 \text{ cm}$ 、レイノズル数 $Re = 18,600$ である。

3. 実験結果

(a) 浮遊粒子を用いた測定

50 等分されたスクリーンの各小区画に収集された粒子数を数え、スクリーンの端から発する累積百分率に直しこれを正規確率紙にプロットすれば図-2 の様になる。図から分かるように粒子の広がりほぼガウス分布をしている。この 16% 分位点かあるいは 84% 分位点と、50% 分位点間の距離が即ち標準偏差 σ となる。このようにして計算された分散と流下距離の関係は、各ケースにおいては多少ばらつきを生じるが、これを、全て同一条件で行なった 6 ケースのデータを平均化したものについては図-3 の様に一定の傾向を示した。

ホットフィルム流速計による計測で得た流速変動量 $\bar{u}^2$ および、 σ^2 と X との関係の値を用いて、(1) 式から Lagrange タイムスケール $T_L = 1.163$ 秒を得た。

T_L の値から、指数関数で近似された Lagrange 相関係数として、次式を得る。

$$R_L(\xi) = \exp(-0.861 \xi) \dots\dots\dots (6)$$

これは図-4 に図示される。

(b) Euler 的な乱れ測定

Euler 相関は一定点での乱れの計測をすればよいので測定は比較的簡単であるが、Lagrange 相関の測定には多大な労力が必要である。そこで、Euler 相関から Lagrange 相関への変換の試みが古くから行なわれてきている。例えば Hay and Pasquill⁸⁾ によれば、時間軸の一次変換によって次式が提案される。

$$R_L(\xi) = R_E(\tau) \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $\beta\tau = \xi \dots\dots\dots (8)$

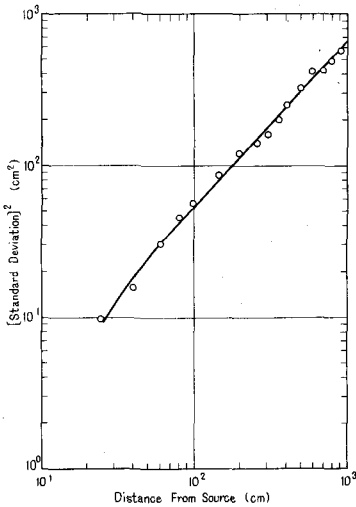


図-3 標準分散 (σ^2) と流下距離 (X) の関係

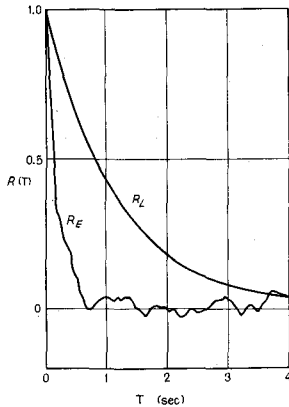


図-4 Euler 相関係数 R_E と Lagrange 相関係数 R_L との比較

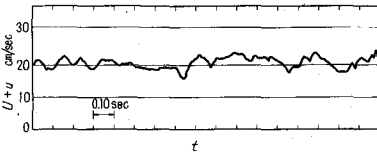


図-5 表層の乱れの測定値例

ここに、 β は乱れのスケールに依存する無次元パラメーターである。これより Euler タイムスケールと Lagrange タイムスケール間には次式が成り立つ。

$$T_E = \int_0^\infty R_E(\tau) d\tau = \frac{1}{\beta} \int_0^\infty R_L(\xi) d\xi = \frac{1}{\beta} T_L \quad \dots\dots\dots (9)$$

この β について Kofoed—Hansen および Wandel は数値係数 $\alpha = 0.442$ として次式を提案している。

$$\beta = \alpha \frac{U}{\sqrt{u^2}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

図-5にはホットフィルムにより計測された流速変動の一例を示した。データの解析に当たっては読取間隔を0.05秒と定め、10Hz以下の周波数についてのみを対象とした。また、40秒間を測定時間とし、自己相関係数さらにスペクトル密度の算出に当たり、最大ラグタイムを4秒とし、自由度を20程度として計算し、図-4にはこのようにして得られた相関係数と前節(a)において粒子を用いた実験の結果得た相関係数を共に示した。測定値のスペクトル密度関数を図-6に示す。それらの結果表層の乱れに1~2秒の卓越した周期がみられた。これは平均流速21.1cm/秒で流れる表層に対して、流れ方向に20cm間隔で取り付けられた底面粗度が及ぼす影響であると思われる。

Euler 相関係数 R_E が初めて時間軸を横切る所までを積分区間に選び T_E を計算すると約0.222秒を得た。また、前節(a)で得た Lagrange タイムスケール $T_L = 1.163$ 秒から、(9)式より β の値として5.24、これと、乱れ強度 $\sqrt{u^2}/U = 0.110$ から(10)式より $\alpha = 0.574$ を得る。この数値係数 α については、余越⁵⁾によって、やはり開水路での実験より、 $\alpha = 0.342 \sim 0.567$ というこれに近い値が得られている。

(c) Euler スペクトル密度関数と Lagrange スペクトル密度関数の比較

Lagrange スペクトル密度関数 $F_L(n)$ は $R_L(\xi)$ を用いて

$$F_L(n) = 4 \int_0^\infty R_L(\xi) \cos 2\pi n \xi d\xi \quad \dots\dots\dots (11)$$

と表わされるが、 $R_L(\xi)$ に指数関数 $\exp(-\frac{\xi}{T_L})$ を用いれば次式を得る。

$$\begin{aligned} F_L(n) &= 4 \int_0^\infty \exp(-\frac{\xi}{T_L}) \cos 2\pi n \xi d\xi \\ &= \frac{4 T_L}{(2\pi n T_L)^2 + 1} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

同様に Euler 相関係数も次のように表わすことができる。

$$F_E(n) = \frac{4 T_L}{(2\pi n T_E)^2 + 1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

図-6にはこれら $F_L(n)$ および $F_E(n)$ 、並びに前

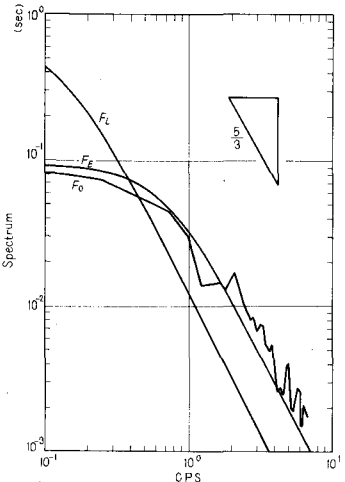


図-6 Euler スペクトル密度関数と Lagrange スペクトル密度関数

節(b)でえられたスペクトル密度関数を正規化したものを示した。この図から、 $F_E(n)$ は相関係数から直接計算したスペクトル密度関数によく合っており、約 1.5 Hz 以上の高周波部分では $-5/3$ 乗則に従っている。一方 $F_L(n)$ は、 $F_E(n)$ と比べると、Lagrange 乱れエネルギーに寄与する割合は低周波側が多い傾向を示しており、 $F_E(n)$ よりも低い周波数領域から慣性領域を示す $-5/3$ の傾きを有している。

6. 結 論

Lagrange 相関係数を指数関数の形で近似し、これのLagrange タイムスケール T_L を、粒子を流してその拡がり巾を測定する実験から求めた。このようにして得られたLagrange 相関係数と、Euler 的乱れの測定から得られた Euler 相関係数との関係を求め、またそれぞれから得られるスペクトル密度関数よりLagrange 量と Euler 量との比較検討を行なった。この研究を基礎にして、今後さらに開水路水流の拡散特性について研究をすすめてゆきたい。

本実験の実施に当っては、当時中央大学学生武安音三(大林組)、波多江俊一(栗本鉄工)の両君より熱心な協力をえた。記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) Orlob, G. T. : "Eddy Diffusion in Homogeneous Turbulence," Trans, ASCE, Paper No. 3140, pp. 397~438
- 2) 今本博健, 白砂孝夫, "開水路流水における固体粒子の拡散に関する研究", 第22回年次講演会講演集, 1967, II - 68
- 3) 岩佐義朗, 今本博健, 井上和也, 白砂孝夫, "開水路流れの自由表面上における固体粒子の拡散特性について", 第11回水理講演会講演集, 1967, pp. 71~76
- 4) 岩佐義朗, 今本博健, 本田正史, "開水路流れにおけるLagrange 的乱れ計測に関する一手法について", 第23回年次講演会講演集, 1968, II - 91
- 5) 余越正一郎, "河川乱流における integral time Scales について" 第23回年次講演会講演集, 1968, II - 93
- 6) Iwasa, Y., and Imamoto, H., "Dispersive Characteristics of Free Surface Flow in Terms of Lagrangian Descriptions," Proc. 14 th, Congress of the I.A.H.R Paris, France, Vol. 1, 1971, pp. 109~118
- 7) Hansen, E., "Lagrangian Characteristics of Surface Turbulence," Journal of the Hydraulics Div. Proc, ASCE, HY 7, 1972, pp. 1255~1273
- 8) Hay, J. S., and Pasquill, F. "Diffusion from a Fixed Source at a Height of a few Hundred Feet in the Atmosphere", Journal of Fluid Mechanics. Vol. 2, 1957, pp. 345~365