

スルース・ゲートの自励振動に関する実験

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
同 大学院 学生員 〇渡 部 忠 明

1. ま え が き

ゲートの振動はダムのクレスト・ゲートのような自由流出の場合は、あまり問題とならないが、スルース・ゲートのような潜り流出の場合には大きな問題となってくる。今日、各所で取水や流量、水位調節を主目的とした大型ゲートが建設されている。このゲートは放流時には屢々潜り流出となることがあるので、ゲートの設計にあたっては振動に関して十分考慮しなければならない。

ゲートをいろいろな流れの状態に置いた場合、規則振動を起す場合と不規則振動を起す場合が認められる。不規則振動は不規則な外力によって起こしているものであるが、外力にゲートの固有振動と共振するような周波数要素が相当にあるとゲートは共振して規則振動をはじめめる。ゲートにとって危険と考えられるのは、このような規則振動である。

従来の研究によればゲートが規則振動を起す場合には、その原因はゲートリップよりの渦の排出周期とゲートの固有振動周期とが共振を起すような状態になったことによる、すなわち、渦との共振が一番大きな振動を起す原因と考えられてきた。しかし筆者らは、これ以外にももっと重要な振動発生原因があり得ると考えて、その原因につき研究し、ゲート振動の機構について解析を行った。

2. ゲートの規則振動発生原因

図-1は後出図-6に示されるような寸法の模型スルース・ゲートの振動変位波形を示す。 $t=0$ で与えられたわずかばかりの攪乱変位が、時間とともに指数関数的に自ら増幅して大きな振幅の規則振動となっていることが認められる。そこでこのような微小攪乱変位がなぜ増幅されてゆくかについて、以下にまず現象的な考察を試みる。

ゲートの下降時と上昇時とではゲートリップに沿った流れの流況は、一般には異なるはずである。図-2に比較して示したように、ゲート下降時(同図-(a))には、ゲートリップに沿う境界層は比較的剝離しにくくなり、また逆にゲート上昇時(同図-(b))には、境界層はゲートリップから比較的剝離しやすくなる。(a)の場合にはゲートリップ面に沿う高流速と曲率のためゲートリップ

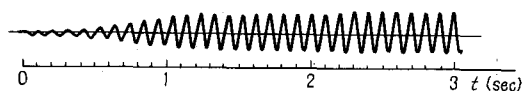


図-1 振動変位波形

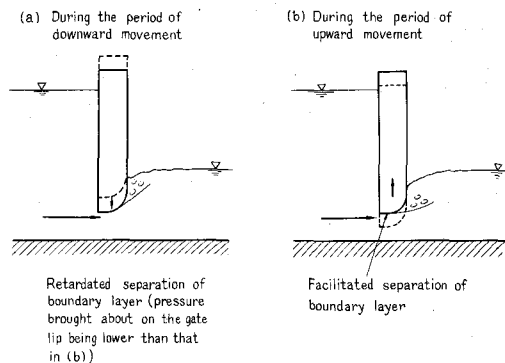


図-2 ゲートリップ付近の流況

面に沿って低圧(場合によっては負圧)を生じるために、ゲートをさらに下方に引下げようとするダウンプルが増大する。しかし、(b)の場合には境界層が早く剝離するためゲートリップ下面に沿っ

て余り大きな低圧を生ぜず、したがってこの場合のダウンプルは減少する。そこで、ゲートの微小振動の1サイクルについて考えてみると、ゲートの下降時にも上昇時にも、ダウンプルが働いていることには変りはないが、しかしその値は下降時の方が上昇時の値より常に大きい。そこで、この力の差引きの差によりなされる仕事量分が1サイクルごとにゲートに運動のエネルギーとして蓄えられてゆき、振動が増幅してゆくものと考えられる。したがって、ゲートの固有振動は何らかの原因で一度生ずると以後このような機構で自ら増幅してゆくから、いわゆる自励振動であり、その発生振動の周期は固有振動周期そのものである。次にこの現象について、さらに定量的な解析を以下に行う。ゲートの質量を m 、ゲートを懸垂しているロープ（以下“バネ”と略称する）のバネ定数を k 、バネの変位を y （下向きを正の方向）と置くと、ゲートの運動を記述する方程式は周囲水による摩擦を無視すると

$$m\ddot{y} = -ky - F \quad \dots\dots\dots (1)$$

と記される。ここに

F ：ゲートに作用するダウンプル（下向きを正）

である。ところで、既述のように F の値にはゲートの変位速度 $\dot{y}$ が重要な役割をもつ。すなわち、一般に F は

$$F = \text{function}(\dot{y}; \text{ゲート形状, 寸法, 水位差, 開度, etc.}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

と考えられるが、上式においては、 $\dot{y}$ 以外のものは F に対する諸パラメーターであると考え、 F を次のように置くことができる。

$$F = F(-\dot{y}/V) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 V はゲート下の水流の流出速度である。 F をこのように考えて(3)式を(1)式に代入すると

$$m\ddot{y} = -ky - F(-\dot{y}/V) \quad \dots\dots\dots (4)$$

と記される。そこで、いま

$$y = y_0 + \xi \quad \dots\dots\dots (5)$$

と置く。ここに

y_0 = 平衡点におけるバネの変位
 ξ = 平衡点近傍におけるゲートの変位

である。(5)式を(4)式に代入すると、

$$m\ddot{\xi} = -k(y_0 + \xi) - F(-\dot{\xi}/V) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ところで、 $\dot{\xi}/V \ll 1$ であるから、 $F(-\dot{\xi}/V)$ をゲートの平衡点近傍で展開すると

$$F(-\dot{\xi}/V) = F_0 - F'_0 \cdot \dot{\xi}/V + \dots\dots\dots (7)$$

となる。ただし、 $F_0, F'_0, \dots\dots$ は $\dot{\xi}/V = 0$ の時の $F, F', \dots\dots$ の値である。(7)式を(6)式に代入し、 $ky_0 = F_0$ であることを考慮すると(6)式は

$$m\ddot{\xi} + (F'_0/V) \cdot \dot{\xi} + k\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。この式は変位 ξ に対する振動方程式となっているが、上式から明らかなように、 $F'_0 > 0$ ならば振動は減衰するし、 $F'_0 < 0$ ならば振動は増幅する。したがって、ゲートが振動（自励振動）を発生する条件は

$$F'_0 < 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。

次に、ゲートの $\dot{\xi}/V$ の値について考察する。いま、

$$-\dot{\xi}/V = \tan \theta \quad \dots\dots\dots (10)$$

と置くと、 θ は図-3 (a) から見られるように、振動中のゲートに対して流出水流の相対的な“入射角度”を表わすものである。 $\dot{\xi}/V$ の値は一般に非常に小さく $\tan \theta \approx \theta$ と考えられるので、

$$-\dot{\xi}/V = \theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

と近似される。したがって、ゲートに作用するダウンプルは

$$F = F(-\dot{\xi}/V) = F(\theta) \quad \dots\dots\dots (12)$$

と記される。このことから(9)式は

$$(\partial F / \partial \theta)_0 < 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

と書き直され F が θ の値に対して右下り特性を持つ場合に、不安定となることがわかる。

3. ゲートのダウンプルの特性

F の θ に関する特性を調べるために図-3 (b) のようにゲートを固定し、底面の角度を θ だけ傾けて、この時の F の値を測定すれば、 F と θ との関係が求められる。図-4 は、このようにして測定した実験結果を図示したものである。同図からわかるように $(\partial F / \partial \theta)_0 < 0$ であり、このようなゲートは動的に不安定 (Dynamically unstable) であることが明瞭に認められる。

4. 自励振動であることの検証のための実験

(1) 実験のねらい

前節までに記述した機構により自励振動が起こされるのであれば、ゲートの振動数 f はゲートの固有振動数

$$f = (1/2\pi) \sqrt{gk/W} \quad \dots\dots\dots (14)$$

と一致するはずである。ただし、

$W = mg$: ゲートの重量

である。また、上流側水深、下流側水深及びゲート開度を一定に保ったままゲート重量 W だけを変化させても振動は持続し、ゲートの固有振動数だけが、その W の変化に応じた値だけ変化するはずであ

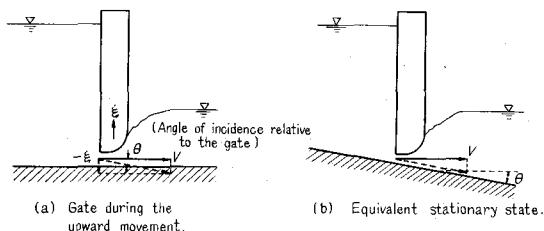


図-3

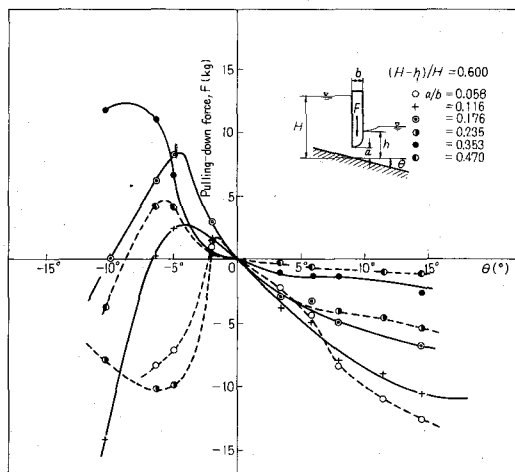


図-4 ダウンプルと入射角度の関係

る。すなわち、振動中のゲートに重りを付加して W の値を大きくしてゆくと、振動は持続するが、振動数 f は $1/\sqrt{W}$ に比例して減少してゆくはずである。このことの検証のために、以下に述べる実験を行った。

(Ⅱ) 実験装置

実験に使用した水路は、長さ5 m、幅2 m、深さ0.5 mの鋼製水路であり、その側壁の一部は横からの観察ができるようにガラス張りとしたものである。模型ゲート懸垂のためには、図-5に模式的に示される懸垂方式を使用した。この懸垂方式では、模型ゲートは水平に引張られた二対の水平引張り紐と一対のバネによって、実験水路中に“宙吊り”に保持されるため外部との接触による摩擦力は生ぜず、微小な起振力をも検出することができる。この懸垂方式では水平引張り紐が長い

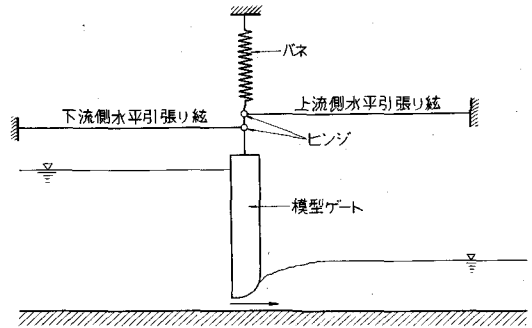


図-5 ゲート懸垂装置

ため、ゲートが鉛直方向に変位した場合に、水平引張り紐に生ずる鉛直分力は微小である。したがって、水平引張り紐はバネにほとんど影響しないから、この懸垂系は鉛直方向の動きに対して、単にバネによって保持される一自由度のバネ系と等価であると思われる。よって、ゲート懸垂系の固有振動数は(14)式で与えられる。実験に使用した模型ゲート形状は図-6に示される。

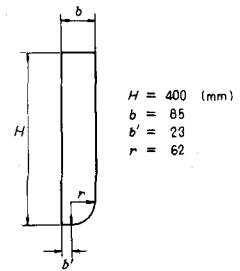


図-6 模型ゲート形状

(Ⅲ) 実験及び実験結果

実験は徐々に、ゲートに対してコンクリート製ブロックを載荷して1.5 kg～42.5 kgの範囲を一樣に付加してゆき、その時の振動数を測定した。図-7は、そのようにして得られた実験結果と理論値(14)とを比較して示したものである。図に見られるように、 W が増大するほど、実際に振動する振動数は確かに減少してはいるが、なおかつ理論値 $f=(1/2\pi)\sqrt{gk/W}$ には完全には一致しない。しかし、ともかく実際の振動数は予想通り減少の傾向を示しながら振動は持続し、このことから、ここに発生している振動は自励振動であることが、かなり明らかとされた。しかしながら、この完全には一致しない原因は、前節までの理論のみをもってしては未だ明らかでないので、さらに、この原因を研究するために次節に示すような解析を行った。

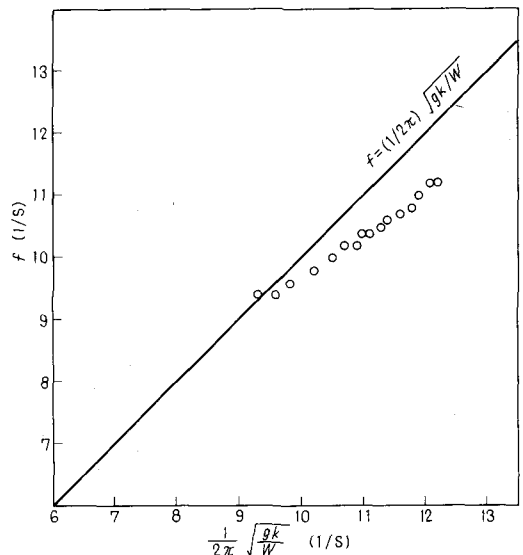


図-7 実際の振動数と理論振動数との比較

4. 理論値と一致しない原因についての考察と近似計算

図-8に示すように、ゲートの厚み L の中点を原点にとり、流れの方向に x 軸、鉛直下方に y 軸をとる。また、大ざっぱな近似としてゲートリップ形状を図示のような矩形と考えて計算を行う。ゲート下部を流れる水流についての連続の方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x} (A v) = B \dot{\xi} \quad \dots\dots\dots (15)$$

と記される。ここに、 A : ゲート下の水流の断面積、 v : ゲート下の流速、 ξ : ゲートの変位、 B : ゲートの幅である。

また、ゲート下を流れる水流の運動方程式は、

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g}{L} \cdot c v^2 \quad \dots (16)$$

図-8 近似計算のモデル

ただし、 ρ : 水の密度、 p : ゲート下面に作用する圧力、 c : 摩擦損失水頭係数 ($c v^2$ が損失水頭を表わす) である。ここで、

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 - B \xi \\ v &= v_0 + v' \\ p &= p_0 + p' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

と置く。ここに、 A_0 、 v_0 、 p_0 はそれぞれ平衡状態における断面積、流速、圧力であり、また、 ξ 、 v' 、 p' はそれぞれ平衡点近傍の変位、流速、圧力の変動量である。(17)式を(15)式、(16)式に代入し、 $B \xi \ll A_0$ 、 $v' \ll v_0$ 、 $p' \ll p_0$ と考えて ξ 、 v' 、 p' の2次以上の項を無視すると(15)式及び(16)式より、それぞれ次式を得る。

$$A_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = B \dot{\xi} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\rho \frac{\partial v'}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{2c v_0 g}{L} v' \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし、この場合ゲートの運動は、ここでは暫くの間与えられたものであるとし、したがって $\dot{\xi}$ は既知量であると考ええる。(18)式を積分すると

$$v' = (1/a) \dot{\xi} x + g(t) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 $a = A_0/B$: ゲート開度、 $g(t)$: これから定めるべき関数である。(20)式を(19)式に代入して整理すれば、次式を得る。

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{\rho}{a} \left(\ddot{\xi} + \frac{2c v_0 g}{L} \dot{\xi} \right) x - \rho \left\{ g'(t) + \frac{2c v_0 g}{L} \cdot g(t) + \frac{v_0}{a} \dot{\xi} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

上式を積分して

$$p' = -\frac{\rho}{2a} \left(\ddot{\xi} + \frac{2cv_0g}{L} \dot{\xi} \right) x^2 - \rho \left\{ g'(t) + \frac{2cv_0g}{L} \cdot g(t) + \frac{v_0}{a} \dot{\xi} \right\} x + \eta(t) \dots (22)$$

となる。2つの境界条件 $x = \pm L/2$ で $p' = 0$ から $\eta(t)$ 及び $g(t)$ が決まる。その結果 p' は

$$p' = -\frac{\rho}{2a} \left(\ddot{\xi} + \frac{2cv_0g}{L} \dot{\xi} \right) \left\{ x^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right\} \dots (23)$$

となる。よって、ゲート下面に作用する全圧力 P は

$$P = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} (p_0 + p') dx = \frac{(p_1 + p_2)L}{2} + \frac{\rho L^3}{12a} \left(\ddot{\xi} + \frac{2cv_0g}{L} \dot{\xi} \right) \dots (24)$$

ここに、 p_1 および p_2 は左右のゲートの末端における圧力である。

そこで、ゲートの質量 m 、バネ定数 k 、ダウンプルを F とすれば、図-8の系の振動方程式は

$$\begin{aligned} m \ddot{\xi} &= mg - BP - k\xi - F(-\dot{\xi}/V) \\ &= -(\rho BL^3/12a) \left\{ \ddot{\xi} + (2cv_0g/L) \cdot \dot{\xi} \right\} - k\xi - F(-\dot{\xi}/V) \end{aligned}$$

で表わされる。ここで、前と同じように $F(-\dot{\xi}/V)$ をゲートの平衡点近傍で展開すると、上式から次式を得る。

$$\left(m + \frac{\rho BL^3}{12a} \right) \ddot{\xi} + \left(\frac{F'(0)}{v_0} + \frac{cv_0\rho g BL^2}{6a} \right) \dot{\xi} + k\xi = 0 \dots (25)$$

(25) 式の理論振動数を f とすれば

$$f = (1/2\pi) \sqrt{gk / [W + (\rho g BL^3/12a)]} \dots (26)$$

で表わされる。実際の振動数と(26)式で与えられる理論振動数の関係は図-9に示される。図を見ると理論振動数は実験値にかなりよく一致してきている。このことから、(25)式において慣性項に水流からの付加質量が加わったために、理論振動数の方が実際に振動する振動数よりも大きな値がでたものと思われる。

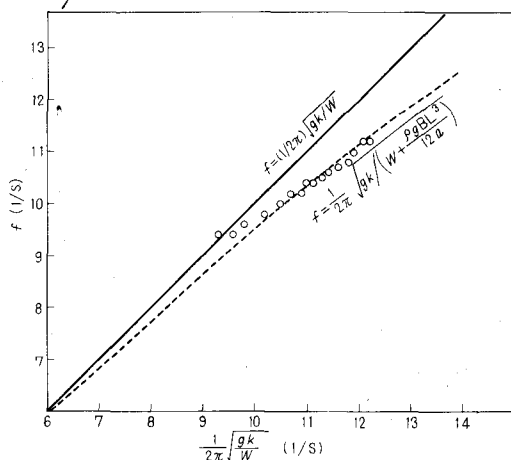


図-9 実際の振動数と理論振動数との比較

5. 結 び

本研究はスルース・ゲートの振動発生原因及び振動の機構について取扱ったものであるが、この研究から、スルース・ゲートの低開度時に起ることがある、時としてかなり大きな振動はゲートに作用するダウンプルの、水流の相対入射角に対する右下り特性から生じる自励振動であることをほぼ検証し得たと思う。したがって、ゲート振動を除去するための1つの方法は、この右下り特性を小さくすることにあり、このためにはゲートリップから水脈が常に速やかに剥離し得るようなゲートリップ形状にすることなどが必要であるように思われる。

最後に、本研究の推行にあたり、ゲートの実験の実施に熱心に協力せられた中央大学理工学部土木工学科学生、前田 登、西村修一、両君に対し感謝の意を表する。

引用文献 1) 林 泰造、朝田真弘：ローラーゲートの振動特性に関する研究、土木学会第23回年次学術講演会講演概要集、昭和43年、Ⅱ、pp. 235-238。