

1 まえがき

水撃現象の研究は N. Joukovsky が 1897 年に Moscow でまとめた論文¹⁾に初期の研究が紹介されている。L. Allievi が 1902 年より 1913 年にわたって行った研究は有名で、Allievi の遂次計算法および計算図表は現在でも有名である。1900 年より 1930 年頃までは代数的計算法の研究が主体であったのが、1935 年に、O. Schnyder と L. Bergeron が別々に提唱した Schnyder - Bergeron の図解法により 1930 年より 1960 年頃まで図式解法の応用的研究に移行した。³⁾⁴⁾ 1960 年以降は電算機による計算が主体になり、摩擦損失なども考慮され、複雑な管路網の水撃圧の計算も可能になった。

水撃圧は 0.1 % の流速変化に対して約 1 % の圧力変化を生ずることを考慮しても容易に蒸気圧まで低下して、水の沸騰現象が生ずる。このとき、水中に水蒸気が発生して気液二相流になり、流体の弾性係数が大きく低下し、水撃圧の波速が逡減することになる。現在、この負圧領域の水撃圧の計算として水柱分離理論が採用されている。水柱分離とは、水と空洞が完全に分離して存在し、気泡が水中に混在する状態を無視したものである。この現象は 1937 年の鈴木⁵⁾の実験的研究においても報告されている。計算方法の確立は 1962 年に W. H. Li および L. Escande⁶⁾によってなされた。国内では 1968 年の笠原・棚橋⁸⁾氏の論文がある。

筆者は、容積比（ボイド率）で 1 / 1000 の気体が含まれると、蒸気圧附近の圧力において、波速が約 1/20 に低下することに着目し、特性直線法のこう配を変化させる方法で波速変化を考慮した計算方法を開発した。この方法によれば、水中にどの程度の気泡が含まれているかを知らなくても計算をすすめられる長所がある。1973 年に森・土方・小峰⁹⁾の三氏は気泡流中の圧力波の伝播に関する研究を有限振幅理論で取扱った。この理論により、筆者の特性直線法による波速変換理論の合理性を裏付けすることができる。

2. 基礎方程式

水撃現象に関する基礎方程式は、一般に次の運動方程式、連続の方程式を用いる。

$$\text{運動方程式は } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{f}{2D} |v| |v| \dots\dots (1)$$

$$\text{連続方程式は } a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = -g \left(\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} \right) \dots\dots (2)$$

$$\text{ただし } a = \sqrt{\frac{K}{\rho(1 + DK/(bE))}} \dots\dots (3)$$

x : 距離軸, t : 時刻, v : 管内平均流速, H : 動水こう配線高
 g : 重力加速度, D : 管内径, b : 管肉厚, f : 摩擦損失係数
 a : 水撃圧波速, K : 流体の体積弾性係数, ρ : 流体密度

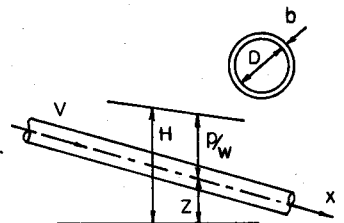


図 - 1

E : 管材の弾性係数である。上述の基礎方程式 (1), (2) の特性方程式は

$$dx/dt = v + a, \quad dH = - \{ (\alpha/g) dv + (\alpha f v |v| / (2gD)) dt \} \dots\dots\dots (4)$$

$$dx/dt = v - a, \quad dH = (\alpha/g) dv + (\alpha f v |v| / (2gD)) dt \dots\dots\dots (5)$$

であたえられる。気体混入時の水撃圧の波速は、ボイド率を α 、流体の単位重量を w とし、添字 e 、 g で液体 (水) および気体の諸量を表わすと

$$K = K_e / (1 + (K_e / K_g - 1) \alpha) \dots\dots\dots (6) \quad w = \rho g = w_e - (w_e - w_g) \alpha \dots\dots\dots (7)$$

$$K_g = 1.4 P, \quad w_g = 1.186 \times 10^{-6} P \quad (P : \text{絶対圧力, 単位 } \text{Kg/cm}^2)$$

となるので、 a_0 を気泡を含まない水のみでの波速として、気泡が含まれた場合の波速比 a/a_0 を圧力 P の関数であらわすと図-2 のようになる。一般に水撃圧波頭前後の圧力変化量 ΔP が大きいとボイド率 α が波頭前後で変化するため、このような微小振幅理論では計算できない。森氏らはこの点を衝撃理論を用いて解析し ΔP の大きい範囲まで計算できる有限振幅理論を示した。図-2 からわかる

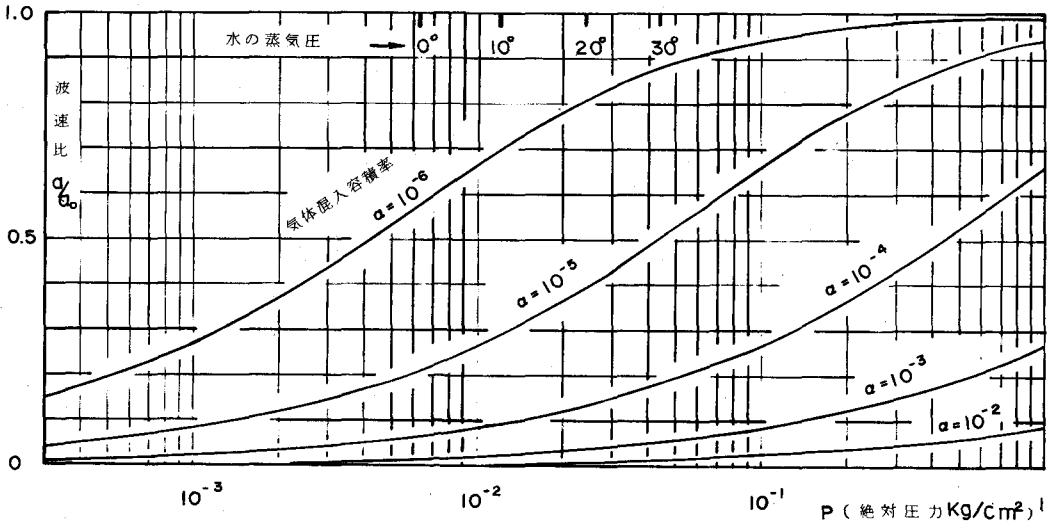


図 - 2 気体混入時の水撃圧波速の変化

ように、20℃の水の蒸気圧付近でボイド率が 10^{-3} になると、波速は約 $1/20$ に低下する。

3. 水柱分離理論

(1) 仮定 (i) 水柱分離は管路分割点に生ずる。ii) 波速は変化しない ($a > v$)。iii) 分離した空洞の容積は小さく、管路分割長に比較して無視できる。iv) 気体部分と液体部分と明確に分かれ、その境界面で圧力波は反射する。v) 分離位置は移動しない。vi) 水の再結合のとき気泡は残らない。vii) 空洞部分は水の蒸気圧である。

(2) 計算基本式 式 (4), (5) の特性方程式を流量 Q を用いて書きなおすと

$$dx/dt = a, \quad dH = -B \cdot dq - R \cdot Q |Q| \quad (A \text{ 点} \rightarrow P \text{ 点}) \dots\dots\dots (6)$$

$$dx/dt = -a, \quad dH = B dq + R \cdot Q |Q| \quad (B \text{ 点} \rightarrow P \text{ 点}) \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $B = a/(gA)$, $R = f dx / (2gDA^2)$, $A =$ 流積 である。この関係を用いて、図-3 のように、A B 2 既知点より未知点 P の値を求めると

$$dt = dx/a$$

$$H_P = (H_{CP} + H_{CM})/2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$Q_P = (H_{CP} - H_{CM})/Q_B \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$H_{CP} = H_A + B \cdot Q_A - R \cdot Q_A |Q_A| \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$H_{CM} = H_B - B \cdot Q_B + R \cdot Q_B |Q_B| \quad \dots\dots\dots (11)$$

(3) 貯水池側の計算式 流入損失

$$\text{をあたえる式 } H_P = H_0 - H_F \cdot Q_P |Q_P| \quad \dots\dots\dots (12)$$

とB点よりP点に向う特性直線 $H_P =$

$$B \cdot Q_P + H_{CM} \quad \dots\dots\dots (13) \text{ の交点より求まる。}$$

(図-4 参照)

(4) 弁側の計算式 弁の境界条件

$$Q_P = PH \sqrt{|H_P|} \cdot H_P / |H_P| \quad \dots\dots\dots (14)$$

とA点よりP点に向う特性直線 $H_P =$
 $-B \cdot Q_P + H_{CP} \quad \dots\dots\dots (15) \text{ の交点より求まる。}$

(図-5 参照)

(5) 分岐点における計算式

連続の方程式 $Q_{P1} = Q_{P2} + Q_{P3}$ 特性方程

$$\text{式 } H_P = H_{CP1} - B_1 \cdot Q_{P1}, H_P = H_{CM2} + B_2 \cdot Q_{P2}$$

$H_P = H_{CM3} + B_3 \cdot Q_{P3}$ を連立して解く。

(図-6 参照)

(6) 断面変化点における計算式

特性方程式 $H_P = H_{CP} - B_1 \cdot Q_P, H_P = H_{CM} + B_2 \cdot$
 Q_P を連立して解く。

(図-7 参照)

(7) 水柱分離点における計算式

$$\text{水柱分離の上流側 } H_{P1} = H_{VP} \text{ (蒸気圧)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$H_{P1} = H_{CP} - B \cdot Q_{P1} \text{ (A} \rightarrow \text{P)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{水柱分離の下流側 } H_{P2} = H_{VP} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$H_{P2} = H_{CM} + B \cdot Q_{P2} \text{ (P} \rightarrow \text{B)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{空洞の成長容積 } CAV = f(Q_{P2} - Q_{P1}) dt \quad \dots\dots\dots (18)$$

によって計算する。(図-8 参照)

4. 浮子式取水塔のある管路での水撃圧(水柱分離理論の応用)

図-9に示すように、管路入口に浮子式取水塔のある場合に、水撃

作用によって浮子がどのような運動をするか水柱分離理論を用いて応用計算をする。浮子の運動方程

$$\text{式は } \frac{W(1+CV)}{g} \frac{d^2 y}{dt^2} + C \frac{dy}{dt} \left| \frac{dy}{dt} \right| + w \cdot AF \cdot y = \frac{w}{g} \frac{Q |Q|}{A} \quad \dots\dots\dots (19)$$

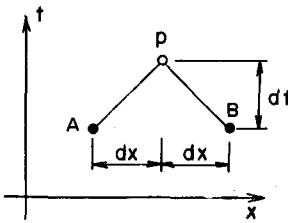
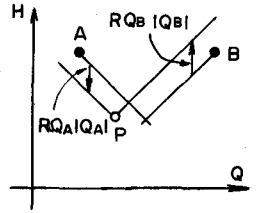


図 - 3



● 既知点 ○ 未知点

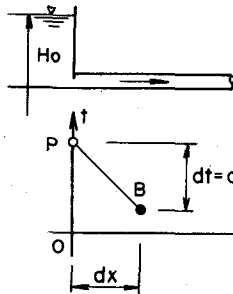


図 - 4

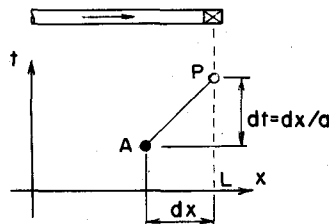
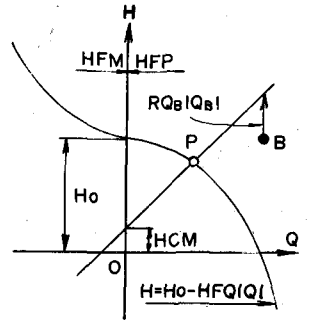


図 - 5

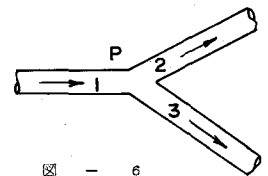
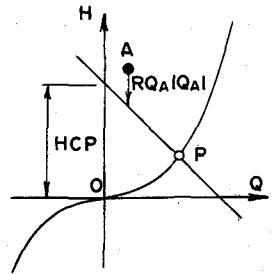


図 - 6

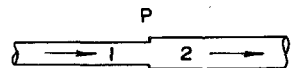


図 - 7

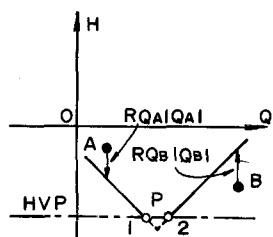
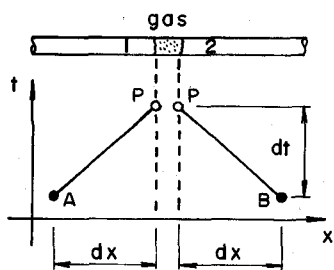


図 - 8

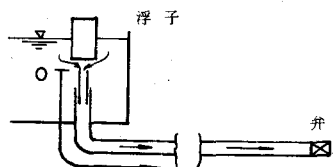


図 - 9

ただし、 W は浮子の重量、 CV は見掛けの質量係数、 y は浮子の中立位置からの移動量、 AF は浮子の断面積である。

管路末端の弁を急閉塞した場合の実測水撃圧、実測の浮子移動量およびそれらの計算値の一例を図-10に示した。水柱分離理論による計算水撃圧は図のように乱れるのが一般であって、実測値と良好な一致がみられない。水柱分離理論は、圧力が低下しても波速 a が変化しないこと、液体部分と空洞部分に明確に分れ液体と気体の混合状態を考慮していないなどの欠点がある。

5. 波速変化を考慮した水撃圧の計算

(1) 図解法での波速変化のあたえ方 エネルギー損失を無視し、波速が変化しても流速より大きいものとする。このとき特性方程式は

$$dx/dt = a, \quad dH = -B \cdot dQ \dots (20) \quad dx/dt = -a, \quad dH = B \cdot dQ \dots (21)$$

となり、瞬間閉塞の例をとって図解すると図-11のようになる。③より⑤へ向う時、圧力が蒸気圧HVPより小さく計算されるため波速変化が要求され、特性直線のこの配が変わる。圧力が蒸気圧より大きくなると気泡は消えて波速は前の状態にもどる。

(2) 波速変化をあたえる計算式 計算にあたって次のような仮定をする。i) 波速変化は特性直線法にもとずいて生じ、なお $a > v$ とみなせる範囲を対象とする。ii) 圧力が蒸気圧以下に計算さ

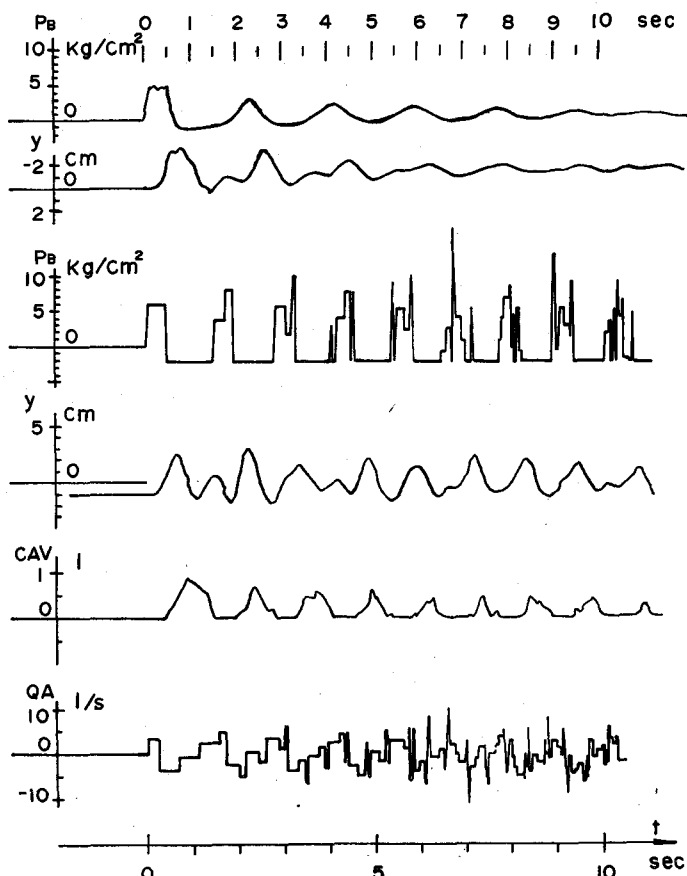


図 - 10 水撃圧と浮子の運動計算例

$$Q_0 = 3.696 \text{ l/s}$$

れたとき、水中に水蒸気が気泡状に発生し、圧力が蒸気圧になるように波速が変化するものとする。iii) 水と気泡は一緒に混在し、水柱分離を生じない程度の気泡量とする。iv) 波速変化の時間的漸変区間は無視する。v) 水中の気泡は特性直線法上で要求のあるまでその状態が定常的に保たれる。vi) 圧力が上昇すると気泡は急激に消えて残らない。vii) 波速変化は要求される分割点側にのみ生ずる。

貯水池側境界条件による波速変化は図-12のように行われ

$$Q_P = \sqrt{(H_0 - HVP) / HF} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$B_B = (H_B - HVP + R \cdot Q_B |Q_B|) / (Q_B - Q_P) \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。

中間点における波速変化の一例は図-13のようになり

$$B_A = B_B = \frac{2HVP - H_A - H_B + R_A \cdot Q_A |Q_A| - R_B \cdot Q_B |Q_B|}{Q_A - Q_B} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。

弁側の境界条件による波速変化も

$$\text{同様に} \quad Q_P = -PHI \sqrt{HVP},$$

$$B_A = (H_A - H_P - R \cdot Q_A |Q_A|) / (Q_P - Q_A) \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。

(3) 計算例

以上の諸計算式を使い、実験値と比較するために電算機により数値計算した結果が図-14である。管路の分割方法は図-15に示すようにN等分する方法を採用した。

実験装置は管路長 294.2 m、管内径 0.1054 m、水面水頭 10.6 m の貯水池より流出する単一様断面鋼管路を用いた。また、正圧時波速は実験値より定めた 950 % を使い、水の蒸気圧を $HVP = -10$ m、流入損失係数を 0.5、逆流損失係数を 1.0、

摩擦損失係数 $f = 0.052$ 、弁閉塞時間 $T_0 = 0.02$ sec、区切数 $N = 10$ として計算した結果が図-14である。この計算結果は実測値と比較して特に流量の小さい時に減衰が悪い。そのため、レイノルズ数がある値（筆者の実験資料では約 80000）より小さい時は層流型の抵抗則にしたがうとすれば、計算値も良好な減衰をあたえる。

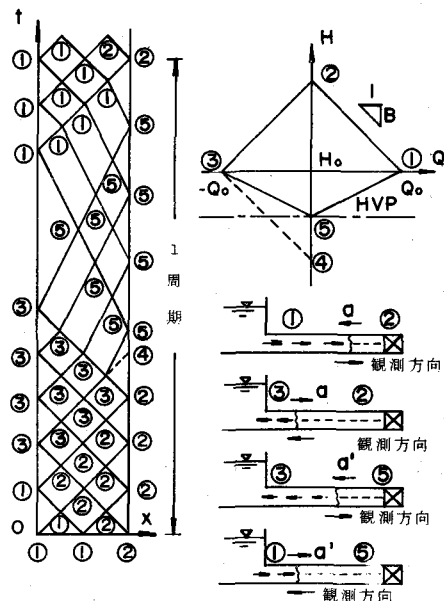


図 - 11

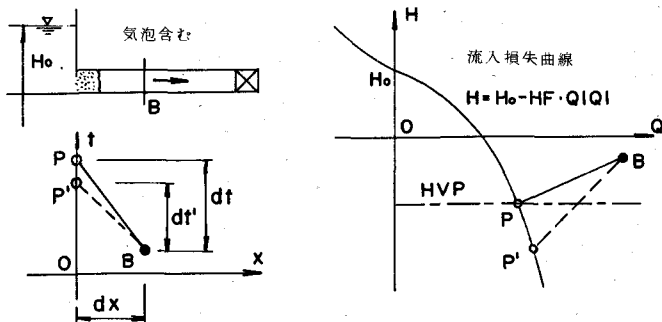


図 - 12

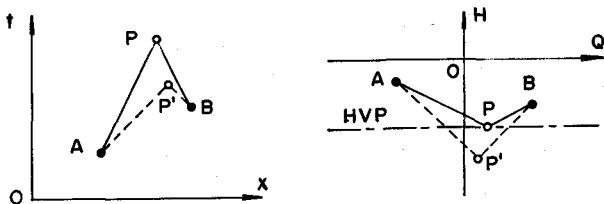


図 - 13

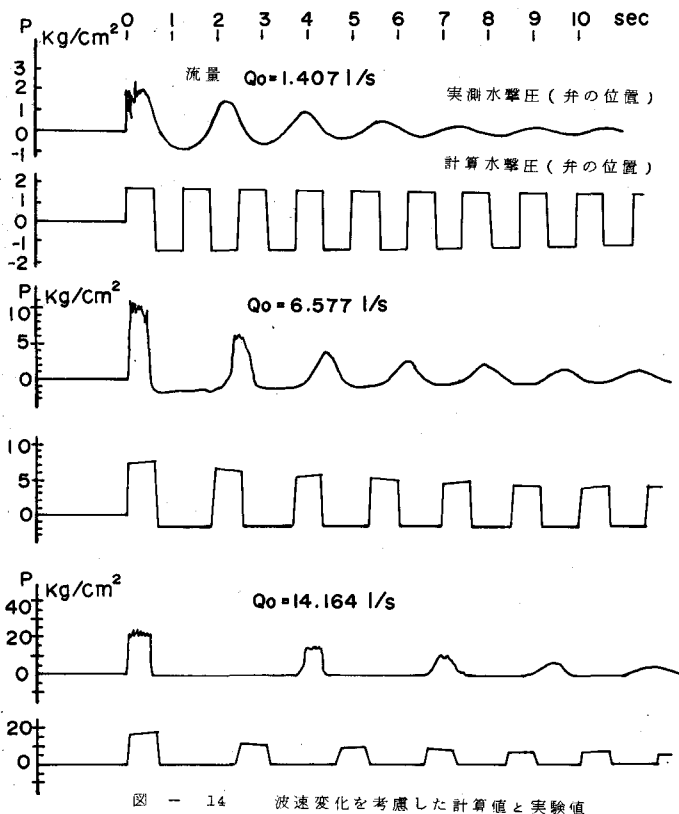


図 - 14 波速変化を考慮した計算値と実験値

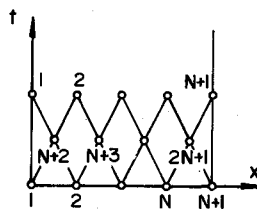


図 - 15

6. まとめ

負圧領域を含めた水撃圧の計算には、水の沸騰現象が含まれるために、幾多の未解決の問題が残されている。本論文で提案した特性直線法のこう配を変化させる計算方法によれば、水の沸騰による気泡発生量を定量的に決定しなくても、特性直線法上で要求される波速変化によって計算が処理される長所をもっている。気泡流中の圧力波の伝播に関する森・土方・小峰三氏の研究は本論文の手法の合

理性を裏付けるのに役立つ。紙面の関係で別の機会にこれらについては説明する予定である。

引用文献

- 1) Simin, O. Water Hammer. Proc. Am. W. Ass. Vol. 24, 1904 PP. 341~424
- 2) Allievi, L. Teoria generale del moto perturbato dell' acqua nei tubi in pressione, Annali della Società degli Ingegneri ed Architetti. 1903
- 3) Schnyder, O. Wasserkr. u. Wasserwirt. Bd. 30, Nr. 12, 1935
- 4) Bergeron, L. Revue générale de l'Hydraulique. Vol. 1, Nos. 1 et 2, 1935
- 5) Suzuki Shigeya. Experimental Investion of Water Hammer in Steel Pipes. Jour. Faculty Engrn. Tokyo Imperial Univ. Vol. 21, No. 2, 1937, PP. 43~75
- 6) Li, W. H. Mechanics of Pipe Flow Column Separation. Proc. ASCE, Vol. 88, No. EM4, 1962, PP. 97~118
- 7) Escande, L. Proc. IAHR, Symp. Sendai, 1962, PP. 113~124
- 8) 笠原英司, 棚橋隆彦, 日本機械学会論文集(第2部) 34巻 263号, 1968
- 9) 森康夫, 土方邦夫, 小峰厚友, 日本機械学会論文集(第2部) 39巻, 317号, 1973