

1. はじめに

鉛直及び水平シアが存在する水域における一次元移流拡散方程式の相似則については、定常・非定常問題を含めて Fischer, Holley¹⁾ によって研究されている。しかし、彼らの解析はほぼ一様な断面を有する水路を対象にしており、往復流中の混合問題に対しては Holley, Harleman, Fischer²⁾ の結果を用いている。こゝでは従来の解析では対象とされなかった、中洲の多い感潮部とか島、半島などによって地形性の渦の発達する内海などにおける移流拡散を中心に考察する。

2. 沿岸域において局所等方的と考えられる拡散現象

この節では、拡散係数の $4/3$ 乗則が乱れのスペクトルの $-5/3$ 乗則と等価であることを紹介し、かつ沿岸部における測定例より局所等方的と考えられるスケールを大略推定する。Richardson の考えにからえば濃度 c の分布は次式で表わされる。

$$\partial c / \partial t = \partial (K \partial c / \partial r) / \partial r. \quad (1)$$

こゝに、 $K = Ar^m$ は拡散係数、 A は r には独立な係数、 r は物質の拡がりの代表長さである。

Kolmogorov の仮説に従えば、長さとは時間とはエネルギー逸散率 ε と動粘性係数 ν を用いて次のように書ける。長さの次元： $\nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$ ，時間の次元： $\nu^{1/4} \varepsilon^{-1/2}$ 。 A の次元は $r^{2-m} \varepsilon^{-1}$ であり、 ε と ν を用いて書くと $\nu^{1-(3/4)m} \varepsilon^{(1/4)m}$ である。従って、乱流拡散が r に依存しないと考えれば、 $m=4/3$ でなくてはならない。よって、慣性小領域での拡散係数は次式で示される。

$$K \propto \varepsilon^{1/3} r^{4/3}. \quad (2)$$

沿岸域で観測された拡散係数の値を表-1に掲げる。 P は原型を表わし、 M は模型での値を示し、単位は cm^2/sec である。この結果は主として染料の濃度分布から得られており、模型での結果はほぼ r^2 に比例するが、 $4/3$ 乗則をあてはめた場合の係数を選んである。表-2には水平流速の計測より得られたスペクトルの形状から判定して、慣性小領域と考えうる周期の上限が示してある。これらの結果から、沿岸域では局所等方的で境界の影響が現われないスケールは、距離にして数 km、時間にして数時間のオーダーであることがわかる。これ以上のスケールの現象に着目する場合には、底面あるいは平面

表-1 沿岸域における拡散係数(樋口・杉本³⁾) 表-2 沿岸域における水平流速のスペクトルの

観測地点	拡散係数	染料雲の等価半径	観測時間
有明海 (大牟田沖)	$P: 0.1 r^{4/3}$ $M: 0.03 r^{4/3}$	$2 \times 10^3 \sim 1.5 \times 10^4$ cm	$5 \times 10^2 \sim 10^4$ sec
水島瀬	$P: 0.02 r^{4/3}$ $M: 0.002 r^{4/3}$	$3 \times 10^3 \sim 3 \times 10^4$ cm $10^4 \sim 5 \times 10^4$ cm	
塩分濃度分布(筑後川沖)		10 km 程度まで	
浮子の分散(水島瀬)		$4/3$ 乗則が成立	

観測結果(和田⁴⁾)

観測地点	$-5/3$ 乗則の成立する上限の周期
播磨瀬	3 時間
鹿島瀬	"
内海 M 地点	"
S 地点 沿岸方向 直角方向	6 時間

地形の影響を考慮する必要が生じ、移流拡散の問題として考えねばならない。

慣性小領域に属する乱れによる拡散現象を水理模型で再現させるには、フルードの相似則、粗度係数の縮尺を考慮すれば大略は可能のようである。拡散係数の比 K_r は、上記二つのパラメータにより乱れが適切に評価されていると考えれば ε の比を 1 として $K_r = L_r^{4/3}$ となる。ここに、 L_r は水平長さの比であり、樋口らも同一の結果を第 II 報以下で用いている。

3. 水平速度分布が卓越する場合の移流拡散の相似則

一次元の移流拡散方程式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(AD \frac{\partial c}{\partial x} \right). \quad (3)$$

ここに、 $\bar{u}$ は断面平均流速、 A は流水断面積、 D は縦方向移流拡散係数、 x は流れの方向の座標軸である。これを代表流速 U_0 、水平方向の代表長さ L_0 、代表移流拡散係数 D_0 、並びに各々の量の代表値を用いて無次元化する。無次元化された諸量に ' を付して (3) 式を書き直すと次式を得る。

$$\frac{U_0 L_0}{D_0} \left[\frac{\partial c'}{\partial t'} + \bar{u}' \frac{\partial c'}{\partial x'} \right] = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x'} \left(AD' \frac{\partial c'}{\partial x'} \right). \quad (4)$$

従って、一次元移流拡散現象が相似であるためには、左辺の係数の比が模型と原型とで一致する必要がある。よって、要求される移流拡散係数の比 $(D_r)_{\text{req}}$ は $(D_r)_{\text{req}} = U_r L_r$ となる。感潮域あるいは沿岸域の潮汐現象を伴う歪模型において通例用いられるフルード相似則に従えば、鉛直長さの比を h_r と書いて

$$(D_r)_{\text{req}} = L_r h_r^{1/2}, \quad (5)$$

となる。

A) 一様水路におけるシアモデル

文献 1) において Fischer らは水平シアの卓越する場合の移流拡散係数 D_t の比率として

$$(D_t)_r = L_r^{3/4} h_r^{-1}, \quad (6)$$

を提唱している。これは水平速度の偏差がフルード相似則より決定されるという前提から導かれており、彼らはこの結果を用いてほぼ一様な断面形の水路における往復流中の分散を文献 2) の方法に従って考察した。しかし通常の潮汐水理模型では、流況を一致させるためには断面平均量を扱うフルード相似則のみでは不足で、底面粗度を適宜増大させる必要がある。ここでは粗度の効果も考慮して、二次元的な速度分布を考えた場合の考察を行なう。

z を流れと直角方向の水平座標軸、 y を水路底から鉛直上方にとった座標軸とし、 $\bar{u}$ を z の位置における鉛直方向に平均化された流速、 d を水深、 $\bar{u}$ を断面平均流速とする。フルード模型でも摩擦速度が乱れの特徴を代表し、極端に小さい模型を除いては対数則が成立すると考えると、通例の記法に従い次のように書ける。

$$u = u_* (z) \left\{ A_r + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h_r} \right\} = u_* (z) \cdot f(y), \quad \bar{u} = u_* \left\{ A_r + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{d(z)}{h_r} - \frac{1}{\kappa} \right\}.$$

さらに b を水路幅とし、 $u_* (z) = U_* \cdot g(z)$ と考えると

$$\bar{u} = \frac{U_*}{A} \int_0^b g(z) \left\{ A_* + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{d(z)}{k_s} - \frac{1}{\kappa} \right\} d(z) \cdot dz \quad (7)$$

被積分関数は z のみの関数であるから定積分の結果は単なる数となり、 $\bar{u} = \alpha U_*$ とおける。従って、流速の場所的偏差 u' は

$$u' = u - \bar{u} = U_* g(z) f(y) - \alpha U_* = U_* \{ g(z) f(y) - \alpha \}$$

となり、 u'^2 の断面平均は次式で与えられる。

$$\overline{u'^2} = \frac{U_*^2}{A} \int_0^b \int_0^d \left\{ g(z) f(y) - \alpha \right\}^2 dy \cdot dz = \beta U_*^2 \quad (8)$$

従って、Fischer⁵⁾ の式 $D_t = 0.3 \overline{u'^2} \cdot b^2 / RU_*$ を用いると、(6)式の代りに次式を得る。

$$(D_t)_r = L_r^{3/2} \quad (9)$$

非定常現象への適用は文献1)と同様な方法で行なえばよい。感潮部、沿岸域の水理模型は歪模型であるから、(9)式を用いても移流拡散現象の相似則(5)式を満足させることはできず、模型で得られた濃度分布を直接原型に換算することはできない。原型における濃度を求めるには、移流拡散係数を(9)式によって換算し、原型における流速を用いて模型とは独立に拡散方程式の計算を実行することが必要になる。

B) 環流モデル

杉本・樋口⁹⁾の報告などによれば、内海においては地形の要因により環流が発達する。こうした流れの構造に基づく移流拡散係数を算定するためには、解析的に解を得ることが望ましいため、非常に単純化した条件下で考える。こゝではまず定常流れにおける環流モデルについて移流拡散係数を考察し、その後、往復流中においても長期間の平均値を求める問題には定常流の解が適用できることを示す。

図-1にモデルの概念図を示す。現象は水平面内の二次元で考え、水路中心軸に関して対称と考え、こゝでは半幅のみについて考察する。拡散は z 方向に卓越し、 x 方向には移流成分が卓越する。平均流速としては、環流部では零、主流部は一様流速 U と考える。水平面内の拡散方程式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = K_T \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (10)$$

こゝに u は任意点の流速、 K_T は横方向渦動拡散係数であり断面を通じて一定であると考え、この式は未だ断面平均量を用いて記述されている訳ではなく、各点における関係を示している式である。以下の変換を用いて(10)式を移動座標系における表示に直す。

$$\left. \begin{aligned} \xi = x - \bar{u}t, \quad u = \bar{u} + u', \quad \tau = t, \quad \eta = z / (a+b), \\ \frac{\partial c}{\partial \tau} + u' \frac{\partial c}{\partial \xi} = \frac{K_T}{(a+b)^2} \frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

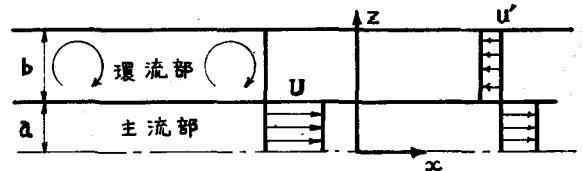


図-1 環流モデルの概念図

こゝに $\bar{u}$ は断面平均流速、 w は断面平均流速からの場所的な偏差である。Taylor¹⁾ の考察に従い、次の二点を仮定する。

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial \xi} = \text{const} = \frac{d\bar{c}}{d\xi} \quad (12)$$

また、 $c = \bar{c}(\xi) + c'(\eta)$ と変数分離ができると考えると (11) 式は次のように書き直される。

$$\frac{w'(a+b)^2}{K_T} \frac{d\bar{c}}{d\xi} = \frac{d^2 c'}{d\eta^2} \quad (13)$$

w は領域を分ければ一定であるから、 c' は η の二次関数となる。

境界条件は対称性より

$$\eta = 0, 1 \quad \text{において} \quad dc/d\eta = 0 \quad (14)$$

速度の偏差 w が変化する主流域①と環流域②に分割して、二つの濃度式を考える。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{領域①} & c' = A\eta^2 + B\eta + C \\ \text{領域②} & c' = A_1\eta^2 + B_1\eta + C_1 \end{array} \right\} \quad (15)$$

これを結ぶ条件は、領域の境界を $\eta_1 = a/(a+b)$ として、 $\eta = \eta_1$ で濃度が連続ということゝ

$$\int_0^1 c' d\eta = 0 \quad (16)$$

である。

濃度の連続条件と (14)～(16) の条件を用いて断面内の濃度偏差の分布は次のように定まる。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{領域 ①} & c' = A\eta^2 + 2/3 A\eta_1^3 - 2/3 A_1\eta_1^3 + 2A_1\eta_1^2 - A\eta_1^2 - 2A_1\eta_1 - 2/3 A_1 \\ \text{領域 ②} & c' = A_1\eta^2 - 2A_1\eta + 2/3 A\eta_1^3 - 2/3 A_1\eta_1^3 + A_1\eta_1^2 - 2/3 A_1 \end{array} \right\} \quad (17)$$

(13) 式より A, A_1 が求まる。

$$A = \frac{b(a+b)U}{2K_T} \frac{d\bar{c}}{d\xi}, \quad A_1 = -\frac{a(a+b)U}{2K_T} \frac{d\bar{c}}{d\xi} \quad (18)$$

移動座標系の原点における質量輸送の釣合いより縦方向移流拡散係数 D を求めることができる。

$$M = \int_0^1 w' c' d\eta = -D \frac{d\bar{c}}{d\xi} \quad (19)$$

二層に分割しているから $M = \int_0^{\eta_1} w' c' d\eta + \int_{\eta_1}^1 w' c' d\eta$ であって、計算の結果は次式で示される。

$$M = -\frac{abU^2}{2K_T} \frac{d\bar{c}}{d\xi} \left(\frac{4a}{3b} - \frac{2a}{3b}\eta_1 - \frac{2}{3}\eta_1 - 2\frac{a}{b}\eta_1^2 - 2\eta_1^3 + \frac{8}{3}\eta_1^3 + 2\frac{a}{b}\eta_1^3 + \frac{2b}{3a}\eta_1^3 - \frac{2a}{3b}\eta_1^4 - \frac{2b}{3a}\eta_1^4 + \frac{4}{3}\eta_1^4 \right) \quad (20)$$

よって (19) 式より次のように D が求められる。

$$D = \frac{abU^2}{2K_T} \left(\frac{4a}{3b} - \frac{2a}{3b}\eta_1 - \frac{2}{3}\eta_1 - 2\frac{a}{b}\eta_1^2 - 2\eta_1^3 + \frac{8}{3}\eta_1^3 + \frac{2a}{b}\eta_1^3 + \frac{2b}{3a}\eta_1^3 - \frac{2a}{3b}\eta_1^4 - \frac{2b}{3a}\eta_1^4 + \frac{4}{3}\eta_1^4 \right) \quad (21)$$

環流モデルの相似則を決定するのは K_T の性質による。一様水路と同様に、 K_T が水深と摩擦速度の積に比例すると考えれば D の比は (6) 式と一致し、濃度分布の相似は成立しない。しかし、水深あるいは横断方向に物質が拡散して一様化するに要する時間が潮汐周期よりもはるかに大きな場合（内海程度であればこれは成立する。後述）には、そうした期間内の平均値を論ずるのであれば定常問題に

帰する。堀川・玉井・田中³⁾の結果によれば、後流渦による横方向渦動拡散係数は循環の約3%にあたる。環流の代表速度、幾何学的形状がフルード相似則によって再現されるならば、環流モデルにより予測される式(21)の移流拡散係数の比は式(5)に一致し、一次元移流拡散現象は水理模型によって再現できることになる。

4. 瀬戸内海の長期濃度分布への環流モデルの適用

水深 h ，幅 b の水路においてそれぞれの方向に濃度が一樣化するに必要な時間のスケールは

$$T_v = h^2/e_v, \quad T_t = b^2/e_t,$$

である。 e_v, e_t は鉛直、水平方向の渦動拡散係数である。 $e_v = 0.067hu_v$ であり、 e_t としては図-2に示されているように環流が発達する水域であるので、一樣水路における値 $e_t = 0.23hu_v$ を用いずに、著者らの方法³⁾に従って循環の値より横方向渦動拡散係数 K_T を推定する。図-2の結果をまとめたのが表-3である。この結果より $K_T = 3 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{sec}$ で代表させる。平均水深30m，水路幅50kmと考える。 u_v を推定する資料は乏しいが、半周期平均流速の代表値の1/10程度と考えると $u_v = 5 \text{ cm/sec}$ とする。これらの値を用いて T_v, T_t の推定を行なうと

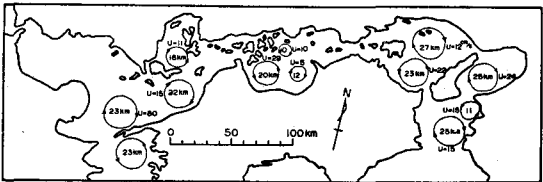


図-2 瀬戸内海の環流分布 (杉本・樋口³⁾)

$T_v \sim 10^8 \text{ sec} \sim 3 \text{ 時間}, \quad T_t \sim 8 \times 10^8 \text{ sec} \sim 3 \text{ カ月},$

となる。従って、一年程度の平均濃度を議論する場合には瀬戸内海を一次元水路と考えて解析しても、一次元移流拡散方程式の前提は満足されることになる。速水・宇野木⁴⁾は、平均塩素量の測定結果を用いた定常一次元解析によって、瀬戸内海の水平拡散係数として $10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ が妥当であることを述べている。この解析の前提は、前節で述べた環流モデルと一致しているの

海 域	環流径(d)	周囲流速(v)	$\Gamma = \pi vd$	$K_T = 0.03\Gamma$
伊予灘 (西)	$23 \times 10^5 \text{ cm}$	80 cm/s	578×10^7	17.3×10^8
" (東)	22 "	15 "	104 "	3.1 "
安芸灘	18 "	11 "	62 "	1.9 "
燧灘 (西)	20 "	29 "	182 "	5.5 "
" (東)	12 "	5 "	19 "	0.6 "
備後灘	10 "	10 "	31 "	0.9 "
播磨灘 (北)	27 "	12 "	102 "	3.1 "
" (南)	23 "	22 "	159 "	4.8 "
大阪湾	25 "	24 "	188 "	5.6 "
紀伊水道	25 "	15 "	118 "	3.5 "

表-3 瀬戸内海における環流モデルの横方向渦動拡散係数

で、式(21)で予測される縦方向移流拡散係数のオーダを推定し、瀬戸内海の長期間の平均濃度を決定する構造が環流モデルによって説明されるか否かを検討する。

図-2に示される結果より $b = 20 \text{ km}$ ， $a = 5 \text{ km}$ で代表させて式(21)の係数を計算すると

$$D = 0.21 \frac{a^2 U^2}{K_T}, \tag{22}$$

となる。 U をどのように考えるかが一つの問題であるが、こゝでは次のように考える。長期の平均流況を考えると文献9)にも述べられているように河川水、外海からの流入を考える必要がある。しかし、この両者の影響は微弱で高々 0.5 cm/sec であり、これによって環流の形状が決定している訳ではない。環流はあくまで潮流によって形成されるものであり、拡散速度に比し移流速度ははるかに大きいので U としては強度のみを考えて半周期平均流速を取ることにする。代表値としては $U=50 \text{ cm/sec}$ を考えると(22)式から得られる移流拡散係数は

$$D \sim 4.4 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec},$$

となる。オーダーとしてはほぼ妥当な値であるので、瀬戸内海の長期濃度分布を決定しているのは地形性の環流と主流との組合せによる移流拡散であると考えられる。従って、前節で言及した如く、こうしたスケールの現象には水理模型の相似性が成立することが言える。

詳細な議論は、表-3にも見られるように渦動拡散係数のほぼ等しい海域、あるいは式(12)の仮定のように濃度分布が直線で近似できる海域に分割して行なわねばならないが、地形、海況等の細かい資料が不十分であるのでこゝでは取り上げない。たゞし、例として環流の規模の小さな備後灘と燧灘東部での考えを付す。この場合には、 $b=10 \text{ km}$, $a=5 \text{ km}$, $K_T=10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 程度であり、潮流も遅いと考えられるので $U=30 \text{ cm/sec}$ とすると式(21)より $D=0.15 a^2 U^2 / K_T \sim 3.3 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ となり、場所的には一定の移流拡散係数が得られ次元解析の前提を満し、環流モデルが流れの構造を表現していると考えられる。

5. むすび

沿岸域において局所等方的と考えられる、時間、空間のスケールについて述べた。それを越えるような現象に対しては、海域の特性から移流項の水平面内の偏差が重要であると考え、一様水路、地形性の環流が発生する水路について混合現象の相似則を考察した。さらに、環流モデルと瀬戸内海の定常解と比較した結果、移流拡散係数はほぼ一致し、長期の濃度分布を支配する流れの構造が判明した。

参考文献

- 1) Fischer, H. B. & E. R. Holley: Water Resources Res., 7, No 1, 1971, pp. 46-51.
- 2) Holley, E. R., D. R. F. Harleman, & H. B. Fischer: J. Hydraulic Div., Proc. ASCE, 96, HY8, 1970, pp. 1691-1709.
- 3) 樋口明生, 杉本隆成: 京大防災研年報 B, 10, 1967, pp. 343-363/11, 1968, pp. 447-461/12, 1969, pp. 633-644/13, 1970, pp. 457-470.
- 4) 和田 明: 海域汚染の調査と予測に関するシンポジウム, 第20回海講, 1973.
- 5) Fischer, H. B.: J. Hydraulic Div., Proc. ASCE, 93, HY6, 1967, pp. 187-216.
- 6) 杉本隆成, 樋口明生: 京大防災研年報 B, 15, 1972, pp. 431-440.
- 7) Taylor, G. I.: Proc. Roy. Soc. London, 223, 1954, pp. 446-468.
- 8) 堀川清司, 玉井信行, 田中寛好: 第20回海講論文集, 1973, pp. 209-213.
- 9) 速水頌一郎, 宇野木早苗: 第17回海講論文集, 1970, pp. 385-393.