

都市河川の洪水追跡手法について

大阪大学工学部 正 員 室 田 明

大阪大学工学部 正 員 神 田 徹

大阪大学大学院 学生員 ○江 藤 剛 治

1. まえがき

最近の著しい人口集中による都市化に伴ない、いわゆる都市河川の人為的変貌は瞠目すべきものがある。through-putとしての流域の変遷もさることながら、広域下水道の建設に伴う内水排除操作が河川網の洪水挙動に及ぼす影響、あるいは多数の分合流における非定常流の解析等、水理学的にきわめて興味ある多くの問題が残存している。

さらに、わが国の都市河川のほとんどが感潮河川であるため、外海潮位と洪水の相互作用を受け、治水計画策定のための計画高水位の評価についても今後検討すべき問題点が多い。

本論文は、もっとも代表的な都市河川として旧淀川・寝屋川水系を対象として(図-1参照)、このような都市河川網の洪水追跡について高い精度の計算手法を提示するとともに、都市河川感潮部の計画高水位策定について、あらたに確率的評価法を提案するものである。

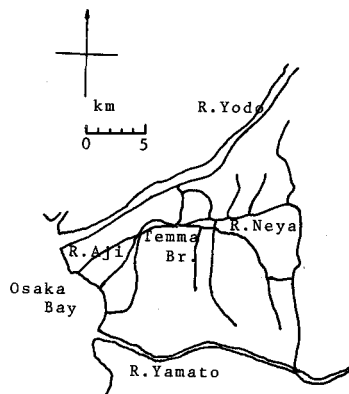


図-1 旧淀川・寝屋川水系

2. 不定流計算の基本式 (Modified One-step Lax-Wendroff法)

開水路不定流の差分解析法については、これまでに多くの手法が提案され、実際の数値計算の積み重ねによりそれらの優劣が比較検討されてきた。その結果、現在のところでは one-step Lax-Wendroff 法(以後 L-W 法と書く)の改良型とも言うべき two-step L-W 法がもっとも優れた手法の1つであると言われている¹⁾。しかしながら、two-step L-W 法は one-step L-W 法における計算断面の中間点での計算を行なうために、計算にさきだって必要な水路断面諸量の数は2倍となる。ところで自然水路における適用にあたっては、電子計算機による実際の計算時間よりは予備的な断面諸量の決定などによって消費される時間の方がはるかに大きいことは誰しも経験するところであり、このことから one-step でかつ2次あるいはより高次の精度を有する差分法を開発することが有益となると考えられる。本論文ではこのような観点から、河道の不定流計算の基本式として通常の one-step L-W 法に修正を加えた差分法を提案する。予備的な数値計算により、two-step L-W 法と比較してこの手法が安定性・精度・計算時間の上から少しも遜色のないこと、むしろ都市河川のごとく水路の流量と同程度の大きな横流入量が point source 的に流入するような水路の計算に対しては、安定性の上からより優れた手法であることが確かめられている。

基礎式はつぎのとおりである。

$$\partial \mathbf{U} / \partial t + \partial \mathbf{F} / \partial x = \mathbf{L} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{U}$ は未知量ベクトル、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{L}$ は $\mathbf{U}$ の関数である。差分メッシュの x 軸・時間軸ステップを指定する添字をそれぞれ i 、 n とし、 $\mathbf{U}_i^{n+1}$ を $\mathbf{U}_i^n$ のまわりに Taylor 展開して、ある連続条件のも

とに変形すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i^{n+1} &= \mathbf{U}_i^n + \Delta t \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)_i^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \cdot \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \right)_i^n + O(\Delta t^3) \\ &\approx \mathbf{U}_i^n + \Delta t \cdot \left\{ \mathbf{L}_i^n - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)_i^n \right\} - \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right) \cdot \left(-\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{L} \right) \right\} \right]_i^n + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right)_i^n \end{aligned} \quad (2)$$

右辺最後の項を $\partial \mathbf{L} / \partial t = (\partial \mathbf{L} / \partial \mathbf{U}) \cdot (-\partial \mathbf{F} / \partial x + \mathbf{L})$ のごとく変形して差分化した手法の安定性は経験的にあまりよくなかったので、 $\partial \mathbf{L} / \partial t$ の形のままで後述のごとく若干工夫して計算を容易にした手法を用いた。これを差分化する。

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i^{n+1} &= \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \{ \mathbf{J}_{i+1/2}^n \cdot (\mathbf{F}_{i+1}^n - \mathbf{F}_i^n) - \mathbf{J}_{i-1/2}^n \cdot (\mathbf{F}_i^n - \mathbf{F}_{i-1}^n) \} \\ &\quad + \Delta t \cdot \mathbf{L}_i^n - \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} (\mathbf{J}_{i+1}^n \cdot \mathbf{L}_{i+1}^n - \mathbf{J}_{i-1}^n \cdot \mathbf{L}_{i-1}^n) + \frac{\Delta t}{4} (\mathbf{L}_i^{n+1} - \mathbf{L}_i^{n-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{J} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ なるヤコビアンで、ここでは $\mathbf{J}_{i+1/2}^n = (1/2) \cdot (\mathbf{J}_{i+1}^n + \mathbf{J}_i^n)$ とした。

つぎに各ベクトル・マトリックスの内容と補足事項について説明する。洪水追跡における (1) 式の内容は連続式と運動の式であるが、河口部に位置する都市河川では射流状態がおこることはほとんど考えられないこと、および差分化のしやすさを考慮して本論文では運動の式としてオイラー・ベルヌイユ型の式を用いた。エネルギー補正係数 $\alpha \approx 1.0$ とみなし、横流入が局所的に直接エネルギー式に与える影響を無視すれば、

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} A \\ u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{A^2}{2} u^2 + q \\ \frac{A^2}{2} u^2 + gh(A) + gz \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0 \\ -gn_f^2 |u| u / R(A)^{4/3} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} u, A \\ g/a, u \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに、 A 、 z 、 $h(A)$ 、 $R(A)$ 、 h_f はそれぞれ流積、河床高、水深、マンギングの粗度係数、また単位幅当り横流入量を q とするとき、 $q^* = \int_0^x q dx$ である。このような変形を行なった理由は、内水のポンプ排水などにより非常に大きな q が水路方向に不連続的に流入するときは、 ∂x が小さくなると流量に対する横流入量の割合がほとんど無限に大きくなって定式化が難しく、もし Δx 内で一定と仮定して差分化しても安定性が良くなかったからである。この工夫により、筆者らの経験した範囲では、どんなに大きな q に対しても良好な安定性が得られた。一方ヤコビアン $\mathbf{J}$ における a は、流積と水深の関係を $A = ah + b$ と線型近似したときの h の係数であるが、 $\mathbf{J}$ が関係するのが Δt に関する 2 次の微小項であり、この程度の近似で十分な精度を保つことができた。

最後に、(3) 式の最後の項については、(4) 式を見ればあきらかなように連続式において $\mathbf{L}$ の要素は 0 となり、 A_i^{n+1} はこの項と無関係に A_i^n と U_i^n から計算される。ところで運動の式においては、

$$\frac{\Delta t^2}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{gn_f^2 |u| u}{R^{4/3}} \right) \right\}_i^n = -\frac{\Delta t}{4} gn_f^2 \left[\frac{2|u_i^n|}{(R_i^n)^{4/3}} (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n-1}) + u_i^n |u_i^n| \left\{ \frac{1}{(R_i^{n+1})^{4/3}} - \frac{1}{(R_i^{n-1})^{4/3}} \right\} \right] \quad (5)$$

と変形でき、 $\frac{R_i^{n+1}}{R_i^n}$ はさきに独立に求めた A_i^{n+1} から計算されるから、結局 u_i^{n+1} のみが未知量となり、かつ u_i^{n+1} に関して線型であるから u_i^{n+1} もすぐ求まる。実際の計算例では、河川における洪水流や潮汐振動のごとく非定常性のそれほど強くない場合では、この項は有効数字の 4 桁目に影響する程度で無視することができた。

3. 境界条件

上流・下流境界条件についてはおのおの流量あるいは水位を与えて、連続式をいわゆる Box型差分したものを用いて残りの諸量を決定した。言うまでもなくこの式は implicit 型となり、たとえば最上流端を $i = 1$ とすると、

$$(A_1^{n+1} + A_2^{n+1} - A_1^n - A_2^n) / \Delta t + (Q_2^{n+1} + Q_2^n - Q_1^{n+1} - Q_1^n) / \Delta x = 0 \quad (6)$$

A_2^{n+1}, Q_2^{n+1} は (3) 式によって与えられるから、未知量は A_1^{n+1}, Q_1^{n+1} となり、 A_1^{n+1} を水位の関数として与えるかあるいは Q_1^{n+1} を与えて残りの量を計算する。

分合流点においては常流に対して通常行なわれるごとく、i) 水位連続条件、ii) 流量連続条件、iii) (6) 式で表わされる連続式、を用いて h^{n+1}, Q^{n+1} を求め、これから残りの諸量を計算した。水位連続条件は、分合流点近傍における摩擦損失を無視し、潮汐振動・洪水流においては非定常性はそれほど大きくないから加速度項も無視し、さらに対象とする河道区間においては潮位によりせき上げられた常流状態であるから、慣性項 $u^2/2g \ll H + Z$ と考えて慣性項も形状によるエネルギー損失も無視した場合の近似的な条件と考えられる。よって、たとえば非定常性の強い波動現象や、射流状態のおこる可能性のある水路などに対して、無批判に上記の 3 条件を用いることはできない。

4. 実際の河道における適用性の検討

以上の手法を旧淀川・寝屋川水系の河道網に適用し、安定性・精度などの検証を行なった。さいわい旧淀川・寝屋川水系では大阪府土木部により、昭和 46 年 1 月 27 ~ 28 日において河道網の主要な諸地点で水位・流量の同時観測が行なわれており、ここではその実測結果と数値計算結果の比較を行なった。河口水位については同日の大阪湾潮位で代用し、上流の流量も実績のものを与えた。図 - 2 はその 1 例であるが水位のみならず流量についても両者は見事に一致していることがわかる。

一方、ほかの差分法との比較のため、two-step L-W 法や 1 次の近似度の差分法の例としての Friedrich 法などについても同様の計算を行なった。two-step L-W 法と (3) 式による方法との差異は前述のとおりである。Friedrich 法は (2) 式を Δt の 1 次の近似度までで打切った式となり、同じメッシュ間隔での比較に好都合であると考えられる。 Δx を一定とし、 Δt を変えた場合の Friedrich 法と one-step L-W 法との比較の例を図 - 3 に示す。初期値 ($t=0$) において両者は当然一致するが、時間の経過とともに Friedrich 法は、ほぼ厳密解を示していると考えられる one-step L-W 法から離れてゆく様子がわかる。また explicit 差分法では一般に、 $\Delta x / \Delta t$ の値が安定限界 (いわゆる C-F-L 条件で表わされることが多い) に近づけば近づくほど計算精度が上がる。Friedrich 法にはその傾向が見られるが、L-W 法では $\Delta x / \Delta t$ が多少変わってもほとんど精度に影響ないことがわかる。

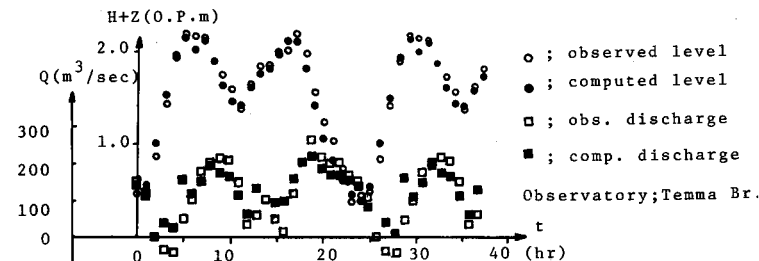


図 - 2 計算値と実測値の比較

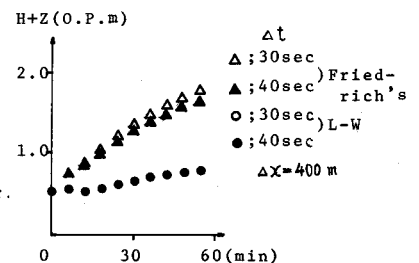


図 - 3 Friedrich法とL-W法の比較

5. 都市河川網における洪水追跡

修正された one-step L-W 法により都市河川網における洪水追跡計算を行なう。手順はつぎのとおりである。ⅰ) 河口水位は別途に推算した潮位をもって与える。ⅱ) ハイエトグラフを与え、流出解析により自然流出量、流域内貯留量などを計算する。ⅲ) ポンプ場などの人為的水量調節施設があれば、操作規程どおりの水量調節による河道への流入量あるいは排水量を計算する。ⅳ) 河道の洪水追跡計算を行なう。

流出解析については、流域面積の小さな都市化流域からの出水波形は降雨波形とほとんど変わらず、流出遅れ時間が若干変わる程度であることが知られているから合理式を用いた。ハイエトグラフはここでは八尾実績降雨のうちピーク時間雨量が最大の降雨量系列を適当な係数倍したものをを用いた。計算結果の例を図-4以降に示す。比較のために降水がない場合の河道に沿った水面形も並記してある。

6. 潮位と降水量の確率分布を考慮した河道内高水位の確率評価

わが国の大都市の多くは河口部に位置することが多く、したがって河道の高水位は、降水量のみならず潮位の影響も受ける。したがって高潮・津波などの異常潮は言うにおよばず、降水ピークがいつ来るかわからないと言う意味でのランダム性を考慮すれば、潮汐振動についても確率論的取り扱いをすることができるから、高水位の確率分布は多くの確率変数の関数として定められるはずである。本節では前節までの洪水追跡法の適用により、河口潮位と降水量の確率分布の双方を考慮した河道内での高水位の確率評価を行なう。

まずある特定の地点での高水位を H とすれば、 H はつぎのように表わされる。

$$H = h(h_f, h_e) \quad (7)$$

ここに、 h_f, h_e はそれぞれ上流端境界条件あるいは横流入量としての洪水ハイドログラフ、および河口潮位を表わす。 h_f, h_e はまたつぎのような関数で表わされるだろう。

$$h_f = h_f(R_p, C, \dots), \quad h_e = h_e(H_t, H_{ts}, H_s, H_w, \dots) \quad (8)$$

ここに、 R_p はピーク降水量、 C は降水の集中度、 $\dots, H_t, H_{ts}, H_s, H_w \dots$ などはそれぞれ潮汐振動、津波、高潮、風浪などによる潮位を示す。結局 H は $R_p, C, \dots, H_t, H_{ts}, H_s, H_w \dots$ などの関数となる。これらの各変量を $x_1, x_2, \dots, x_n$ とすれば、

$$H = h(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (10)$$

と表わされる。 x_i が互いに独立であるとき H の確率分布関数 $F(H)$ はつぎのように表わされる。

$$F(H) = \int \dots \int_D f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \dots \cdot f_n(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (11)$$

ここに、 $f_i(x_i)$ は x_i の確率密度関数を表わし、 D は特定の H を与えて $H \geq h(x_1, \dots, x_n)$ なる全領域を示すものとする。よって水位 H の各決定要因 x_i の確率密度関数 $f_i(x_i)$ と、(10)式で示される H と x_i の関数関係が知られれば $F(H)$ が決定される。

適用例として、7月における非台風性降雨と潮位変動による、旧淀川・寝屋川水系の河道に沿う各点での潮位の確率分布を求めた。この場合支配的な要因は河口の潮汐振動 H_t とピーク降水量 R_p と考えられる。それぞれの頻度分布を確率密度関数とみなし、これを $f_H(H_t)$ 、 $f_R(R_p)$ と書くことにすると、 f_H, f_R は実測資料より求められる。たとえば図-8、図-9において縦軸に沿って示したものがピーク降雨量の頻度分布であり、横軸に沿って潮位の頻度分布を示してある。

一方 $H \sim H_t$, R_p の関数関係はいくつかの H_t と R_p の組合せに対して前節の洪水追跡計算を行なうことにより数値的に得られる。この例も図-8, 図-9に図示してある。たとえば図-8(安治川上流端)において潮位 H_t が O.P. 1.5 m , ピーク雨量が 47 mm/hr のとき安治川最上流の最高水位は O.P. 2.0 m となる。この関数関係と確率密度関数を用いて、 $F(H) = \iint_D f_R(R_p) f_H(H_t) \cdot dR_p \cdot dH_t$, なる積分を数値的に行なうことにより $F(H)$ は求められる。図-10, 図-11はその例である。比較のために一般に行なわれているように河口潮位 H_t として満潮位を取り、一定とした場合の高水位の確率分布を並記してある。

計算結果をより詳細に検討する。図に示した例は流域下流端に近い安治川最上流地点と上流部に属する寝屋川鴻池水門地点である。またいくつかの H_t と R_p の組合せに対するピーク時の河道に沿う水面形を図-5に示してある。

- Ⅰ) 図-4, 図-5よりあきらかなように、平水時 ($R_p = 0$) あるいは降雨量が小さいときは、河口潮位の影響は上流部にまで及ぶが、洪水時には上流部には影響を与えない。Ⅱ) 河口部では雨量にはそれほど影響されず潮位のみで決まるが、中流域では雨量と潮位の両者が影響する領域がある。以上は図-6, 図-7からもわかる。このようなことから、中・下流域では雨量と潮位を同時に考えた高水位の確率分布は、潮位を満潮位で一定とした場合に対してかなり小さくなることが予想される。
- Ⅲ) 図-10, 図-11より、河口付近ではある超過確率に対する最高水位は通常の方法に較べかなり小さくなり、上流部では大洪水時には河口潮位を一定とした場合とほとんど変わらないことがわかる。

つぎに(10)式における変量 x_1 が互いに複雑な相関関係を有するとき、あるいは変数の数が多いにも多いときは、乱数を用いた Simulation によりそのような相関関係を再現する多変量時系列を発生させ、これを入力として洪水追跡を数十回繰り返し、各点での最高水位の確率分布を求める。

7. 結論および謝辞

都市河川の洪水追跡法に対する one-step Lax-Woudroff 法の適用を行なった。この手法による計算結果は、比較のために試みられた他のどの手法による計算結果よりもすぐれた安定性と精度を示した。またこれを用いて感潮河川の最高水位の確率分布を求める手法を提案した。旧淀川・寝屋川水系における適用結果によれば、特に河口部においては通常の推定法は洪水による最高水位を、かなり過大評価することがわかった。

本研究は、昭和47年度文部省科学研究費補助金：特別研究「水資源に関する貯留・調節機能の研究」(代表者 室田明)を受けて行なった研究の一部である。また研究対象河川の寝屋川について大阪府土木部都市河川課の各位からきわめて貴重な資料の提供を受けた。関係各位に深甚な謝意を表する。また研究過程においては大阪大学土木教室・村岡助教授、徳島大学・端野講師の熱心な討議をうることができた。併せ記して謝意を述べる。

計算に使用した計算機は大阪大学大型電子計算機センターのNEAC 2200-700, 京都大学大型電子計算機センターのFACOM 230-60である。

参考文献

- 1) 伊藤 剛, "数値解析法講座12 流体解析(Ⅲ)", 土木学会誌, Vol.57-13, 1972年12月
- 2) Richtmyer and Morton, "Difference Method for Initial Value Problem"

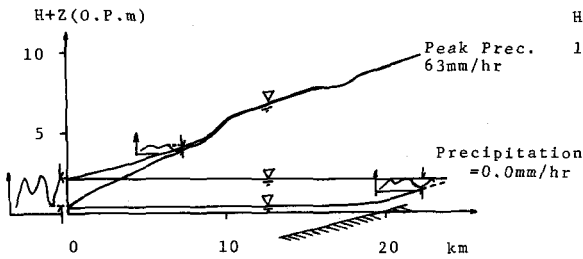


図-4 洪水時と平時の潮汐遡上

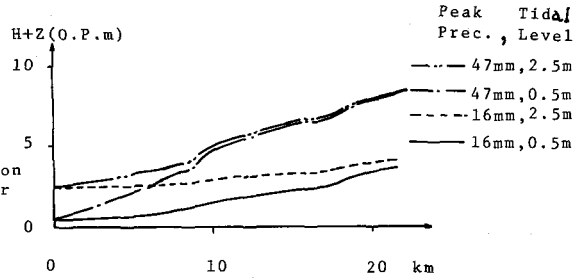


図-5 潮位とピーク降雨量の組合せに対する水面形

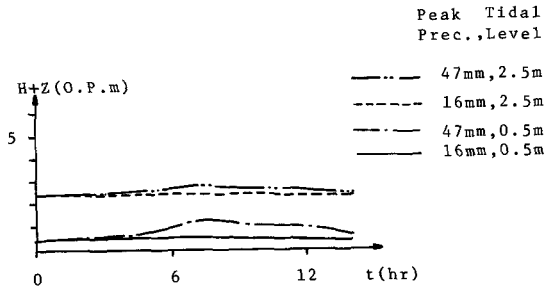


図-6 安治川上流

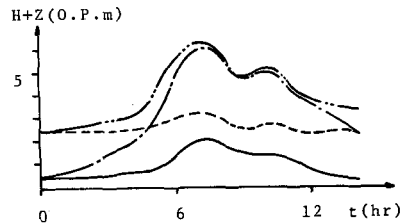


図-7 寝屋川鴻池水門

潮位とピーク降雨量の組合に対するハイドログラフ

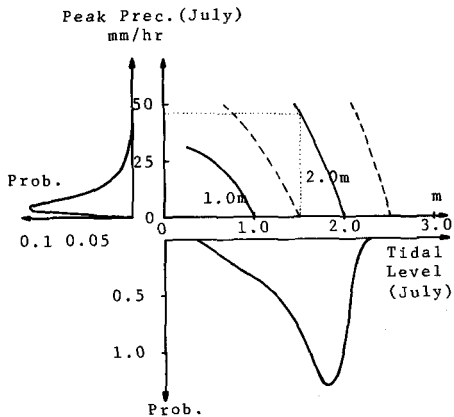


図-8 安治川上流

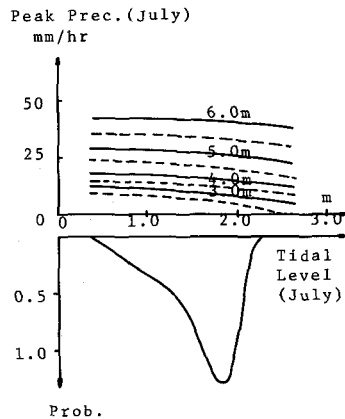


図-9 寝屋川鴻池水門

$H \sim R_p, H_t$ の関係, R_p, H_t の頻度分布

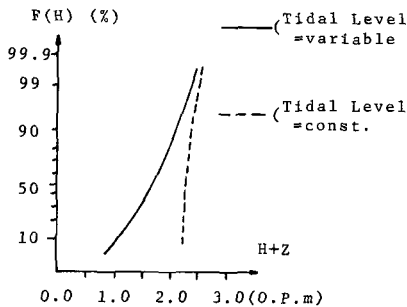


図-10 安治川上流

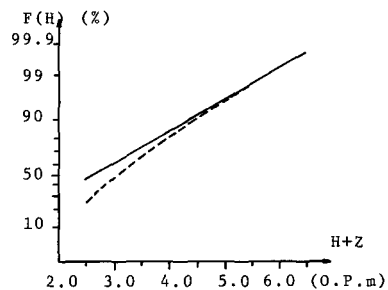


図-11 寝屋川鴻池水門

最高水位の確率分布