急こう配流れの限界掃流力に関する研究

京都大学防災研究所　正会員　芦田和男
大阪府立工業工専　正会員　大同淳之
京都大学防災研究所　正会員　○高橋　保
京都大学大学院　学生会員　水山高久

1. 緒言

一般に急こう配の渓流では，洪水時においても，水深はそれほど大きくはならず，渓床の石礫の一部分が水面から露出したような状態の流れもしばしば見受けられる。水面から露出するような大粒径の粒子に対する限界掃流力については，著者らの一人，大同によって，石礫によるせき上げ効果等に注目した研究が続行されている[1]。一方，水中に完全に没するような粒径の限界掃流力に対しては，水深が粒径に比して十分に大きい場合に対して，古くから研究が行なわれ，Shieldsの結果に代表される多くの成果が得られ，広く用いられてきている。しかし，次元解析の教えるところによれば，

$$S_c \equiv \frac{\tau_c}{(\sigma-\rho)gd} = \Phi\left(\frac{u_{*c}d}{\nu}, \frac{h_c}{d}, \frac{\sigma}{\rho}\right) \quad \cdots\cdots (1)$$

のように，限界掃流力には砂粒レイノルズ数の他に，相対粗度および砂粒の比重が関係するはずである。ただし，(1)式において，$\tau_c(=\rho u_{*c}^2)$ は限界せん断応力，u_{*c} は限界摩擦速度，d は粒径，h_c は移動限界時の水深，σ および ρ はそれぞれ砂粒および水の密度，ν は動粘性係数，g は重力の加速度である。Yalin[2] によれば，σ/ρ の値は砂粒運動の慣性による項であって，移動開始の限界状態では，まだ静止の均合状態にあるので，この項は考慮しなくてもよいとしている。また，Yalin[2] および Gessler[3] は h_c/d の項に関して，河床付近の流れは，乱れをも含めて，摩擦速度と河床からの距離のみに依存し，水深とは無関係であるから，河床付近の運動を対象とする限界掃流力に対しては影響を与えないとしている。このような説明は，相対粗度が小さい場合には，ほぼ妥当であると考えられ，限界掃流力が砂粒レイノルズ数のみに関係するとするShields 等の結果が比較的よくあてはまり，完全粗面乱流の領域に対しては砂粒レイノルズ数（R_{e*}）に無関係に，一定値 0.05 のまわりにばらつくような実験値が得られている。しかし，急こう配の渓流で見られるように，粒径と水深が同程度であるような浅い流れに対しては，粗度の形状によって支配されるような渦の領域が相対的に重要な役割を演ずるものと考えられるので，この領域の速度分布則や乱流特性が明らかとなっていない現在，h_c/d の影響について検討が加えられなければならない。

従来，限界掃流力に対する相対粗度の影響に関する研究もなされた例はある。例えば Bogárdi[4] は彼自身の実験データや他の多くのデータを相対粗度ごとに分類し，$d/(\nu^{\frac{2}{3}}g^{-\frac{1}{3}})$ の一定値に対しては，限界掃流力の無次元表示Scが$(d/h)^2$あるいは河床こう配を i として $i^{\frac{2}{3}}$ に比例することを述べている。この結果は，一定水温のもとにおけるある粒径の S_c が d/h または i が大きくなると大きくなることを示している。ただし，彼の用いたデータは $d/h<0.2$，$i<0.025$，$2<R_{e*}<10^4$ の範囲のものであって，S_c と $(d/h)^2$ または $i^{\frac{2}{3}}$ の関係にかなりのばらつきを持っている。また，Neill[5] は d/h が約 0.5 にまで及ぶ実験によって，d/h の増加によって，限界掃流力がわずかに増加することを指摘し，その後

これは異なる粒径に対しても，同一面積，同一時間について観察がなされたために，小粒径に対してS_cの値を小さく見積る結果となるためであるとしている。[6] わが国においても，田畑・市瀬[7]が大礫の限界掃流力について実験を行ない，S_cとR_{*e}の関係のグラフにおいて，粒径ごとに一つの直線にのるような結果を得ている。

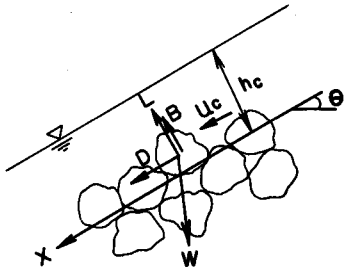
以上のように従来の研究結果を概観してみても，相対粗度の効果については，なお不明点が多く，とくに水深と粒径が同程度であるような場合についての研究が必要であることがわかる。本研究は限界掃流力および水流に対する抵抗について，とくに相対粗度の効果に着目して実験的研究を行なうものである。

2. 急こう配水路の限界掃流力

図－1に示したような，こう配θの水路床の砂礫が限界状態で均合っているものとすれば

$$D+W\cdot\sin\theta=(W\cdot\cos\theta-L-B)\cdot\tan\phi \quad\cdots\cdots(2)$$

が成立する。ここに，Dは抗力，Lは揚力，Bは浮力，Wは礫の重量，ϕは礫の内部摩擦角である。そして，これらの力は，圧力こう配によるものを無視すれば，それぞれ



図－1　礫の均合い状態

$$D=C_D\cdot k_1\cdot d^2\cdot\rho\cdot U_c^2/2 \quad\cdots\cdots(3)$$

$$L=C_L\cdot k_2\cdot d^2\cdot\rho\cdot U_c^2/2 \quad\cdots\cdots(4)$$

$$W=\sigma g\cdot k_3 d^3 \quad\cdots\cdots(5)$$

$$B=\rho g\cdot k_3 d^3\cdot\cos\theta \quad\cdots\cdots(6)$$

であらわされる。ここに，C_DおよびC_Lはそれぞれ抗力および揚力係数，k_1およびk_2は面積をあらわすための，k_3は体積をあらわすための定数，u_cは限界状態での礫近傍の流速である。

$$u_c=C\cdot u_{*c} \quad\cdots\cdots(7)$$

と書いて，(3)式～(7)式を(2)式に入れて整理すると

$$\frac{u_{*c}^2}{(S-1)gd}\cdot\frac{1}{\left(\tan\phi\cdot\cos\theta-\frac{S}{S-1}\sin\theta\right)}=\frac{1}{C_D}\cdot\frac{2k_3}{k_1+\frac{C_L}{C_D}k_2\tan\phi}\cdot\frac{1}{C^2} \quad\cdots\cdots(8)$$

となる。(8)式の左辺はShieldsのパラメーターを急こう配に対して修正したものであって，これをS_{sc}と書くことにすれば，簡単のために礫が球であるとし，遮へい係数εを考慮すると，

$$S_{sc}\equiv S_c\cdot\frac{1}{\left(\tan\phi\cos\theta-\frac{S}{S-1}\sin\theta\right)}=\frac{1}{C_D}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{\varepsilon\left(1+\frac{C_L}{C_D}\tan\phi\right)}\cdot\frac{1}{C^2} \quad\cdots\cdots(9)$$

が得られる。ただし，$S=\sigma/\rho$である。

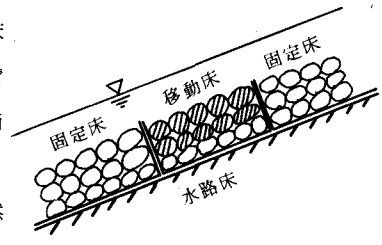
(9)式の右辺は抗力および揚力係数，遮へい係数，抵抗係数を含んでおり，一般にレイノルズ数と相対粗度の関数であるとみなされるが，完全粗面乱流においては，レイノルズ数には依存しないものと考えられる。しかし，相対粗度の効果については，それが流速分布形や乱流特性に与える影響が明らかとなっていない現在，理論的に考察することが困難である。したがって，ここでは，実験によってその特性を見出し，今後の研究の手がかりをつかむことにする。

3. 実験

(i) 実験の範囲とその方法

実験は幅20cm，深さ40cm，長さ20mのこう配が0～0.20の範囲で変化させられる鋼鉄製水路で行なわれた。この水路内に対象とする粒経をニス付けした箱を入れて固定床とし，固定床の箱と箱の中間に移動床の部分を設けて，この移動床の部分の砂礫の移動を観察した。移動床の広さは，表面に露出した砂礫の数が少くとも数百個あるようにきめ，厚さは固定砂礫上2粒経とした。（図－2参照）

実験の要領は，まず所定のこう配に水路を設定した後，移動床部分を金網で覆い，ある流量を流して等流状態になったところで金網をとり除き，最初の30秒間とそれを含む3分間に移動床の箱から外へ移動した砂礫の数をそれぞれ測定した。



図－2　砂礫床概念図

実験に用いたのは，表-1に示す3種類の河川砂利である。自然の複雑な形状を持った粒子の粒経を記述するのには種々の方法が考えられるが，以後のデータ整理には nominal diameter を用いる。その理由は，粒子の重さが移動に対する重要な抵抗力となると考えたからである。なお，実験に用いた砂礫の内部摩擦角は，空気中において，傾斜板に移動床の箱をのせて，移動を開始する角度とした。

表－1　実験に用いた砂礫の特性

No.	ふるいの目	Sieve diameter d_s	Nominal dimeter d_n	形状係数	比重 S	tan φ	移動床の長さ
1	22.2～20.0mm	21.10mm	22.5mm	0.945	2.490	1.0	2.0m
2	12.7～9.5	11.10	12.0	1.008	2.656	1.0	1.0
3	5.66～4.76	5.21	6.4	－	2.507	1.3	0.5

(ii) 移動限界の判定方法

いかなる状態をもって限界掃流力とするかは，いままでに種々議論されているところであるが，ここでは，ある少流量で先に示した要領の実験を行ない，粒子の移動個数を読み，移動礫を元に戻して流量をふやし，同様の実験をくりかえすというようにして，図-3のような，30秒間および3分間に移動した総個数とそのときの水深との関係のグラフを画き，移動粒子個数が0になるであろう最大の水深をそのこう配における限界移動水深と定めることにした。図-3からもわかるように，同一の水深に対して，30秒間に移動する個数と3分間に移動する個数にあまり顕著な差がなく，移動床の砂礫の最初の敷きならべ方が移動量を左右するので，限界掃流力の決定には注意を要する。

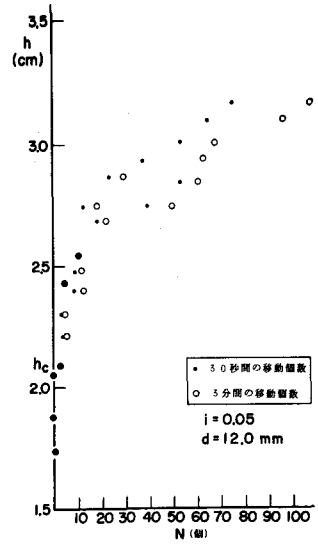


図-3　移動砂礫数と水深

さて，図-3の縦軸の水深 h の原点のきめ方が次の問題である。土屋[8]は混合粒経の固定河床において，水深と水面こう配から求めた摩擦速度と，流速分布に対数法則を適用して求められる摩擦速度の値が等しくなるような座標原点の位置と $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ の関係を求めている。その傾向は均一粒経に対しては，粒子頂点から0.25d 下方に座標原点があることを示している。また，Cheng および Clyde[9]は均一な球状粗度に対して，Chézy 式および Manning式

の適用性を検討して，頂点から0.15d下方に座標原点を定めるのが適当であることを述べている。本実験においても，あらかじめ河床高さを詳細に測定し，各種の河床高さを座標原点として，後に述べるようなデータの整理を行なった結果，その高さより上方に河床表面の25%が凸出しているような高さを河床と考えるのが適当であることがわかった。この高さは，均一な球状粒子に対しては，頂点からおよそ0.15d下方に相当している。この結果は流速分布に対数則を適用する土屋らの結果よりも上方に座標原点を与えており，相対粗度の大きい流れの特性を反映しているものと考えられる。

4. 実験結果

限界掃流力に関する実験結果が表-2にまとめられている。壁面粗度の影響はEinstein の方法によってとり除かれている。表中のR_bは河床に対する径深である。

表－2 実 験 結 果

No.	d_n (mm)	i	h_c (cm)	Q (ℓ/s)	R_b (cm)	S_{sc}
1.1	22.5	0.02	9.15	22.3	7.00	0.0431
1.2	〃	0.05	3.55	7.4	3.25	0.0527
1.3	〃	0.075	2.50	4.9	2.37	0.0607
1.4	〃	0.10	2.15	–	2.06	0.0743
1.5	〃	0.15	1.53	3.05	1.48	0.0894
1.6	〃	0.20	1.30	1.7	1.29	0.1178
2.1	12.0	0.01	9.75	13.5	8.20	0.0402
2.2	〃	0.025	3.65	5.0	3.40	0.0427
2.3	〃	0.05	2.05	–	1.95	0.0535
2.4	〃	0.075	1.45	–	1.42	0.0608
2.5	〃	0.10	1.20	0.85	1.19	0.0691
2.6	〃	0.125	1.15	0.7	1.14	0.0846
3.1	6.4	0.01	5.45	6.5	4.76	0.0386
3.2	〃	0.025	2.40	2.4	2.30	0.0461
3.3	〃	0.05	1.30	0.85	1.28	0.0546

こう配の効果を修正した限界掃流力の無次元表示S_{sc}とd/h_cの関係は図－4 に示すように，水深が浅くなると限界掃流力が急激に大きくなることをあらわしている。例えば，$d=1.5h_c$の場合，緩こう配の流れのShieldsのパラメータの2.5倍となっている。このような結果があらわれる理由が考察されなければならないが，(9)式からも予想されるように，Cの影響が顕著であると考えられるので，つぎに，抵抗則と流速分布形についての実験結果によって考察を試みよう。

5. 考 察

図-5は$d_n=12.0$ mmの粒子を固定させて，先の限界掃流力に関する実験における限界摩擦速度u_{*c}にほぼ等しい$u_*=10$cm/sec の一定の摩擦速度で，d/h の値を種々に変化させて，Darcy の摩擦係数を測定した結果である。なお，図には限界掃流力に関する実験の結果についてもu_{*c}が10cm/secに近いもののみがプロットされている。図よりd/h が大きくなれば，f の値が急激に大きくなり，例えば，$d=h$

では，f の値は大きい水深の場合にくらべて，約3倍程度にもなっている。いま，抵抗係数は u_*, g, d, h, μ, ρ の関数であると考えられるから，

$$f=\varphi\left(\frac{u_* d}{\nu}, \frac{u_*^2}{gd}, \frac{d}{h}\right) \qquad (10)$$

となるので，完全粗面乱流の浅い流れに関して，今後さらに u_*^2/gd および d/h の変化による抵抗係数の変化に関する研究を進めなければならない。

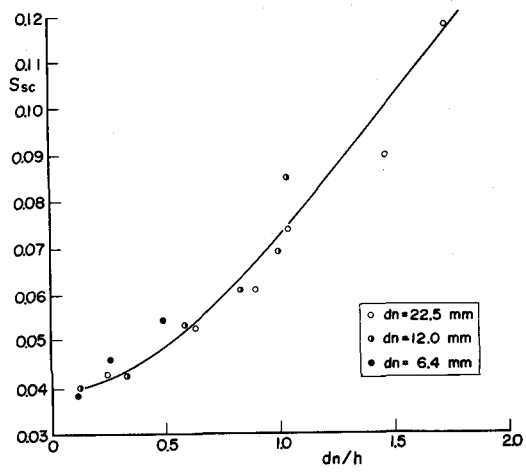
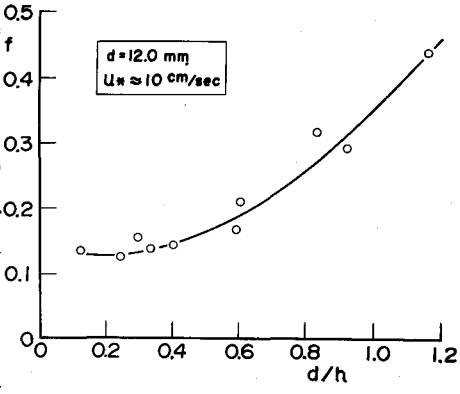
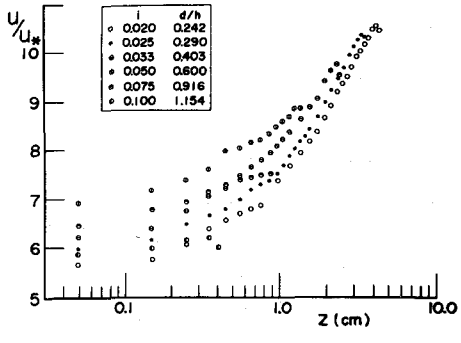


図4　限界掃流力の d/h による変化

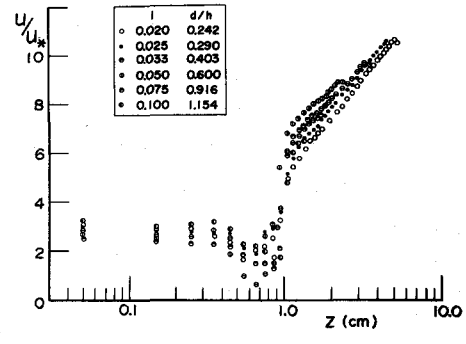
図－6および図－7は u_* がほぼ一定値ののもとにおける流速分布形を示している。ただし，$z=0$ の位置は，図－6に対しては砂粒頂点であり，図－7に対しては水路床であって，標高に1 cmの差がある。また，谷部における流速分布形測定では，ピトー管挿入のために，直下流の砂粒を取除いている。これらの図では，河床面からある高さにおける流速が相対粗度によって変化しており，河床付近の流速が u_* と河床からの距離のみでは規定されないことがわかる。このことは，(9)式における C の値が相対粗度あるいは河床こう配によって変化することを意味している。ただし，例えば図－6において，ある高さにおける u/u_* の値は i の増大によって次第に大きくなり，しかる後再び小さくなって行くような傾向が見受けられる。その理由については，相対粗度によって流れが3次元的になることや，河床付近の乱れの特性が変化することなどが予想されるが，さらに検討を要する。ただ，$i>0.050$ の範囲では u/u_* の実験値によって $d/h=0.6, 0.916, 1.154$ に対して，それぞれ



図－5　摩擦係数の d/h による変化



図－6　砂粒頂点における流速分布



図－7　谷部における流速分布

$C=7.0$，6.5および5.9とすれば，S_{sc}が0.053，0.066および0.088と変化する傾向を比較的よく説明することができる。

6. 結語

急こう配流れにおける限界掃流力に関する実験的研究によって，以下の事項が明らかにされた。

1)限界掃流力に対する河床こう配の影響は，緩こう配に対するShieldsのパラメーターに修正項 $1/\{\tan\phi\cos\theta - S/(S-1)\cdot\sin\theta\}$ を乗ずることによって考慮することができる。

2)浅い粗面流れにおける水深の原点の高さとしては，その高さより上方に河床表面の25%が凸出しているような高さを採用すると，相対粗度に対する限界掃流力および抵抗係数のちらばりが最も少なくなる。

3)R_{e*}の値が1×10^3以上であるような本実験の場合に対しても，限界掃流力の無次元表示S_{sc}の値は一定ではなく，d/hの値が増加すると急激に増加する。その関係を実験的に明らかにした。

4)S_{sc}のd/hの増大にともなう増加の傾向は，一定の摩擦速度のもと，ある相対粗度の範囲で，d/hの増加に対して，流速が減少する傾向のあらわれることによって，ある程度説明され得る。

5)一定の摩擦速度のもとでは，d/hの増大によって急激に抵抗係数が増大する。R_{e*}が十分に大きい場合には，抵抗係数はd/hの他にu_*^2/gdの値によって変化するものと考えられるので，この面での研究も進める必要がある。

以上の結果を総括すると，急こう配流れの限界掃流力は，図－4のような，d/hによって急激に変化するような関係で示されるが，d/hによって変化する理由としては，この種の浅い流れで予想される河床付近の3次元的な流れや乱流特性の変化の影響が考えられる。そして，d/hのとくに大きい範囲では，河床付近の流速がd/hの増加とともに減少することと(9)式からある程度説明づけられたが，d/hのもう少し小さい範囲に対しては現在説明することができないので，今後，ここで考慮しなかった限界掃流力に対する乱れの効果や抗力および揚力係数のd/hによる変化の問題などについても検討を加えて，急こう配流れの限界掃流力に対するより的確な，総合的な理解をはからなければならない。

最後に，本研究推進の全般にわたって，日本学術振興会の援助によって来日された，トルコ国イスタンブール大学のM.Bayazit博士の協力のあったことを記して感謝の意を表するものである。

参考文献

1) 大同淳之：流れから一部露出したれきの移動限界について，土木学会第27回年講概要集，1972.

2) Yalin, M.S.: Mechanics of sediment transport, Pergamon, 1972.

3) Gessler, J.: Biginning and ceasing of sediment motion, Chap. 7, Rivermechanics, Vol.1, 1972.

4) Bogárdi, J.: Bestimung der Grenzzustande bei der Geschiebebewegung, Die Wasserwirtschaft, 7, 1968.

5) Neill, C.R.: Mean-velocity criterion for scour of coarse uniform bed material, Proc. 12th Congress of IAHR, 1967.

6) Neill, C.R.: Note on initial movement of coarse uniform bed-material, Journal of hydraulic research, Vol.6, 1968.

7) 田畑茂晴，市瀬栄彦：大礫の限界掃流力に関する実験，土木学会第25回年講概要集，1970.

8) 土屋義人：限界掃流力とその水工学上への適用に関する研究，京大学位論文，1963.

9) Cheng, E.D.H, Clyde, C.G.: Instantaneous hydrodynamic lift and drag forces on large roughness elements in turbulent open channel flow, Sedimentation, ed. by H.W.Shen, 1972.