

塩分拡散を伴う内部境界面の形状

京都大学 農学部 正会員

南

勲

上層淡水、下層塩水をもつ密度流の内部境界面の形状を取り扱う理論は、塩水くさび理論として周知の通りであるが、その理論誘導のもとになる力学モデルの構成において、実態と著しく異なった仮定が使用されており、この修正が必要となる。

現地における淡塩境界面をもつ塩水くさびの実測を行なうと以下のような特徴が見られる。

- I) 淡水層中の塩分濃度は、くさびのフロントから流下するにつれて高まっており、これは内部境界面を通して下層の塩分が上層へ混入していることを示す。(Entrainment)
- II) 下層塩水くさび内の塩分濃度は、海水と接する下流部から上流すなわちくさびのフロントに近づくにつれて薄まっており、これは鉛直方向乱流拡散がくさびの内部までおよんでいることを示す。
- III) 内部境界面には抵抗力が働いている。

乱流領域における内部境界面の形状は、明らかに以上の Entrainment および乱流拡散の影響を受けており、それらの効果を考慮した形状の理論を誘導することが望まれる。

1. 淡塩内部境界面の数学モデル

淡塩境界面に働く抵抗力の数学モデルを構成するために、3つの機構を分離して考える。厳密には上記三者、すなわち抵抗係数、Entrainment および乱流拡散現象の間には、力学的に密接な関連が存在するものと考えられるが、本論文においては、見かけ上内部境界面の形状を求めるために、

モデル化して考えた。乱流場での内部境界面は極めて複雑な乱流混合現象で、そのミクロな乱流理論的解明に当っては、当然本論文の取り扱いと異なった基礎理論から出発しなければならない。本論文で取り扱い対象は、淡塩境界面の全体的な形状であり、内部境界層内で行なわれる乱流運動および拡散の機構から目を外し、外面的な水理量および塩分濃度変化に対し、内部境界面を単純化し、概念的に取り扱おうとする。

1-1 内部境界面に働く剪断力

a. 境界面剪断力

境界面抵抗係数 f_i を考え、内部境界面に働く剪断力 τ_i を次式で表わす。

$$\tau_i = f_{i/2} (U_1 - U_2) / |U_1 - U_2| \quad (1)$$

底床固定壁面に働く剪断力 τ_b を

$$\tau_b = f_{b/2} U_2 / |U_2| \quad (2)$$

ここに、 U_1 , U_2 = 境界面上、下層の平均流速, f_i = 内部境界面に働く抵抗係数、 τ_i = 内部境界面に働く剪断力, f_b = 底層面の抵抗係数、 τ_b = 底層の剪断力とする。内部境界面に働く抵抗係数 f_i , 河床に働く抵抗係数 f_b については、Raynolds 数および粗度、フルード数の関数として公式化され

ている。しかし、上記公式は層流状態に近い領域において取り扱われ、乱流領域に対しては不十分さが目立っている。

b, 内部境界面における Entrainment

下層に層流状態の塩水があり、上流に乱流状態での淡水が流れているところでは、下層の塩水が上層淡水層中に一方的に混入する現象があり、これを *Entrainment* と呼ぶ。(しかし、現場における塩水くさびの下層塩水層中の流速は、上層淡水層中の流速よりはるかに遅いが、このような状態においては上下両層とも乱流であったとしても、見かけ上 *Entrainment* と同じく下層塩水の上層内への一方的塩分混入が発生する。) 本文では (3) 式でもって定義する。

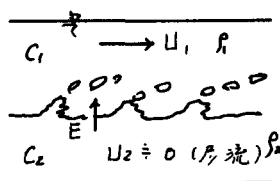


図1 Entrainment モデル

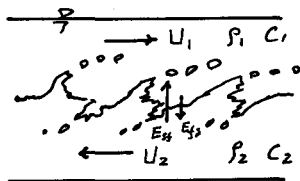


図2 乱流中での見かけ上の Entrainment

$$E = \frac{\alpha H U_1}{\alpha x} \quad \text{m/s} \quad (3)$$

したがって、内部境界面には運動量の変化から次の抵抗力が働くことになる。

$$\tau_E = -\rho_2 U_1 E \quad (4)$$

下層塩水層の運動に対しては、 $U_2 \neq 0$ とするから

$$\tau_E = -\rho_2 U_2 E \neq 0 \quad (5)$$

Entrainment によって、下層塩水層から上層淡水層へ運び込まれる塩分量は

$$H \rho C_1 = C_2 + E \quad (6)$$

となる。

c, 内部境界面を通じての乱流拡散

安定な密度成層の内部境界面の上下両層が乱流状態である場合には、境界面を通して下層塩分の乱流拡散が存在する。この乱流拡散は、渦の混合の程度によって支配されるから次のような特徴が存在する。内部境界面を狭んで、上下両層が水深、拡散係数共に全く対称な場合、内部境界面を通じて上層から下層へ、また下層から上層への渦の混合確率は、全く同等であり、この場合は水実質の流れはなく、ただ塩分のみが下層から上層に拡散され、塩分境界面の位置は固定される。一方図4のように、内部境界面の位置が中央から移動した場合には、鉛直乱流拡散によって内部境界面の移動が生じ

る。

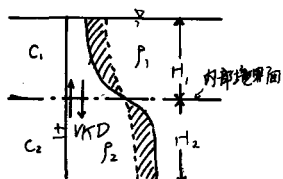


図3 対称的塩分鉛直拡散

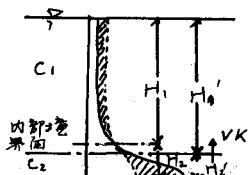


図4 非対称的塩分鉛直
拡散

図4において、斜線を引いた部分が上層部の塩分増加量とすれば、これは下層の塩分減少量と等しい筈であり、単位時間に内部境界面を通じての塩分移動量は(8)式で与えられる。よって、乱流場においても見かけ上の VK (Entrainment) が発生し

$$VK \doteq \frac{H_1' - H_1}{\Delta T} \quad (7)$$

で、その速度が定義しうる。これは、鉛直方向の拡散方程式を解けば明らかである。混合の本質は、水実質は単に上下に入れ代るだけで、下層の高濃度の水塊と上層の低濃度の水塊とが交換された³のに塩分は下層から上層に拡散したことになる。いま、 ΔT 時間内の上層塩分濃度の増加量を、 $\Delta C_1 \times H_1$ とすれば、 ΔT 時間内に入れ変った水の容積は、 $\Delta C_1 \times H_1 / C_2$ で、その速度は

$$VKD = \frac{\Delta C_1 \times H_1}{\Delta T \times C_2} \quad (8)$$

となる。これは、速度のディメンジョンを持ち、乱流拡散のために内部境界面に働く見かけ上の抵抗力⁷₀は

$$\tau_0 = \rho_1 (U_1 - U_2) \times VKD + \rho_2 (U_1 - U_2) \times VKD = (\rho_1 + \rho_2) (U_1 - U_2) \times VKD \quad (9)$$

となるであろう。一方、風浪による混合作用のために内部境界面が丁度水深の中央にない時は、内部境界面の移動が生じ、この速度を VKW とすると、これは一種の *Entrainment* である。また ΔT 時間内における下層塩分の上層淡水層内への増加量を (8) 式と同様に取り扱い、その乱流混合のための見かけ上の抵抗力を求めると

$$\tau_{0W} = (\rho_2 + \rho_1) (U_1 - U_2) \times VKWD \quad (10)$$

また、見かけ上の *Entrainment* による抵抗力は、流れの剪断力による場合

$$\tau_{EW} = \rho_2 (U_1 - U_2) \times VK \quad (11)$$

風浪による場合

$$\tau_{EW} = \rho_2 \times VKW \times (U_1 - U_2) \quad (12)$$

この乱流混合作用は、塩水くさびの先端の塩分濃度が河口部よりも薄められていることからわかる。

2. 内部境界面の微分方程式

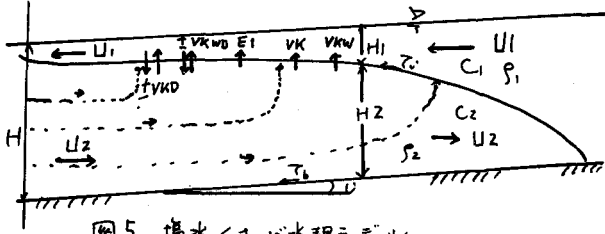


図5 塩水 < 1 の水理モデル

図5の内部境界面において次の関係式が成立する。

2-1 内部境界面に働く抵抗力

乱流場内部境界面に働く抵抗力 τ_{it} は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\tau_{it} &= \tau_i + \tau_D + \tau_{DV} + \tau_{ED} + \tau_{EW} \\ &= f_{12}(U_1 - U_2)^2 + (U_1 - U_2)(\rho_2(E + VK + VKW) + (\rho_1 + \rho_2)(VKD + VKWD)) \\ E &= \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \quad (13)\end{aligned}$$

(14)

$$H_1 = H - H_2 \quad (15)$$

見かけ上の Entrainment として

$$\left. \begin{aligned}\bar{E} &= E + VK + VKW \\ \bar{E}_D &= VKD + VKWD\end{aligned} \right\} \quad (16)$$

とおく。

2-2 流量連続の方程式

図5において、単位巾当りの流量連続の関係式は、 x をフロントからの距離とすれば次式で与えられる。

$$q_1 = q_0 + \bar{E}x \quad (17)$$

$$q_2 = \bar{E}x \quad (18)$$

ここに、 q_1 = 淡水層流量、 $\bar{E}$ = Entrainment, q_0 = フロント直前の淡水流量、 x = フロントからの距離、 q_2 = 塩水層流量である。 $\bar{E}$ は明らかに x の関数であるが、これを一定値と仮定する。

2-3 運動方程式

図5において上層淡水の運動方程式は

$$-i' + \frac{dH_1}{dx} + \frac{dH_2}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{U_1^2}{2g} \right) + i_f' = 0 \quad (19)$$

下層淡水層の運動方程式は

$$-i' + (1-\varepsilon) \frac{dH_1}{dx} + \frac{dH_2}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{U_2^2}{2g} \right) + i_f' = 0 \quad (20)$$

である。いま

$$\frac{\alpha}{2g} \frac{d}{dx} (U_1^2) = \frac{\alpha}{g} \left(\frac{g_0 + \bar{E} \pi X}{H_1} \right) \left(\frac{\bar{E}}{H_1} - \frac{(g_0 - \bar{E} \pi X)}{H_1^2} \frac{dH_1}{dx} \right) \quad (21)$$

$$\frac{\alpha}{2g} \frac{d}{dx} (U_2^2) = -\frac{\alpha}{g} \frac{\bar{E} \pi X}{H_2} \left(-\frac{\bar{E}}{H_2} + \frac{\bar{E} \pi X}{H_2^2} \frac{dH_2}{dx} \right) \quad (22)$$

$$i_f' = f_0 \frac{(U_1 - U_2)(U_1 - U_2)}{2g H_1} + \frac{1}{g H_1} (U_1 - U_2) \pi \bar{E} + \frac{1}{g H_1} (U_1 - U_2) \pi \bar{E} D \quad (23)$$

$$i_f' = f_0 \frac{U_1 U_2}{2g H_2} - f_1 \frac{(U_1 - U_2)(U_1 - U_2)}{2g H_2} - \frac{1}{g H_2} (U_1 - U_2) \pi \bar{E} + \frac{1}{g H_2} (U_1 - U_2) \pi \bar{E} D \quad (24)$$

以上の関係式を代入し、差分表示すれば塩水層の形は次式となる。(I = 距離の Index)

$$H_2(I+1) = H_2(I-1) + \frac{2 \cdot \Delta X}{1-\varepsilon} \left\{ \frac{1}{1-\varepsilon} \left(\frac{\alpha}{g} \frac{\bar{E} \pi U_1(I)}{H_2(I)} + \frac{U_1(I) - U_2(I)}{g H_2(I)} \right) \left(-\frac{f_1'}{2} (U_1(I) - U_2(I)) - \bar{E} - \bar{E} D \right) + \frac{1}{g} \frac{U_1(I)^2}{2 H_2(I)} - i' \right\} \\ - \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\alpha U_1(I)}{g H_2(I)} \left(\frac{\alpha}{g} \frac{\bar{E} \pi U_1(I)}{H_1(I)} + \frac{U_1(I) - U_2(I)}{g H_1(I)} \right) \left(\frac{f_1'}{2} \frac{U_1(I) - U_2(I)}{2} + \bar{E} + \bar{E} D \right) - i' \quad (25)$$

淡水層中の流れ方向の塩分濃度変化を測定すると、図6において、△×間における単位時間当りの塩分供給量は、連続関係を適用すれば次式で与えられる。

$$\frac{\Delta C}{\Delta X} \div C_2 \pi H_1 (\bar{E} + \bar{E} D) \quad (26)$$

以上の理論とチェックするためには、今後実験測定を含めて多くの研究が必要である。

3. 実験による検討

3-1 穴道湖、中海の実測結果を表1に示す(A-B測定間)

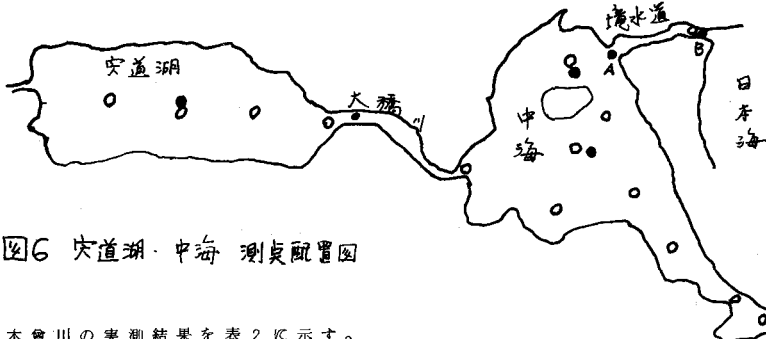


図6 穴道湖・中海 測定配置図

3-2 木曾川の実測結果を表2に示す。

Table 1

Time	H_{11}	H_{21}	C_{11}	C_{21}	H_{12}	H_{22}	C_{12}	C_{22}	ΔX	$U_{1\text{mean}}$	$R_{1\text{mean}}$	$\frac{E+VKD}{U_{1\text{mean}}}$	$\frac{E+VKD}{U_{1\text{mean}}}$
8:00	5.15	1.65	12000	28000									
8:30					3.75	1.25	10500	24000	8000	0.072	19.0	$\times 10^{-5}$ 0.36	$\times 10^{-2}$ 0.5
10:00	4.0	3.5	12000	30000									
10:30					3.51	1.10	9000	23000					
12:30	2.9	4.0	13000	32000									
13:00					3.45	1.50	9500	24000					
14:00	3.5	3.6	13000	32000									
14:30					3.25	1.70	9500	24000					
16:00	3.5	4.3	13500	32000									
16:30					3.60	1.50	9500	23000					
17:30	3.5	4.0	12000	32000									
18:00					3.51	0.90	9500	24500					

Table 2

Time	H_{11}	H_{21}	$C_{11\text{top}}$	$C_{21\text{top}}$	H_{12}	H_{22}	$C_{12\text{top}}$	$C_{22\text{top}}$	ΔX	$U_{1\text{mean}}$	$R_{1\text{mean}}$	$\frac{E+VKD}{U_{1\text{mean}}}$	$\frac{E+VKD}{U_{1\text{mean}}}$
5:40, 8:27 8:00	0.6	3.8	0.008	0.0145	0.8	9.0	0.0069	0.0145	2000	1.0	0.132	$\times 10^{-4}$ 0.266	$\times 10^{-4}$ 0.26
10:00	0.8	2.8	0.008	0.0145	1.2	2.0	0.0062	0.0145	2000	0.825	0.222	$\times 10^{-4}$ 0.513	$\times 10^{-4}$ 0.61
12:00	1.2	1.2	0.0074	0.0145	1.6	0.8	0.004	0.0145	2000	0.525	0.702	$\times 10^{-4}$ 0.70	$\times 10^{-4}$ 1.67
14:00	1.2	0.8	0.0057	0.0139	0.8	0.8	0.0028	0.0115	2000	0.35	2.22	$\times 10^{-4}$ 0.4	$\times 10^{-4}$ 1.15

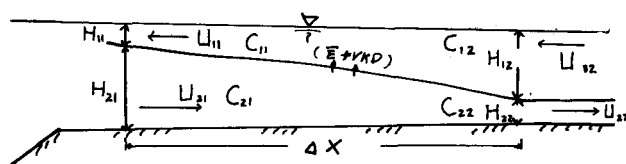


图 7 記号説明圖

Bibliography

1. T.H.Ellison and J.S.Turner; Turbulent Entrainment in Stratified Flows.
2. Ben P.Rigter; Density Induced Return Currents in Outlet Channels, A.S.C.E. NO.HY2, February, 1972.
3. E.O.Macagns; Interfacial Mixing in Stratified Flow, A.S.C.E. vol.87 NO.EM5, 1971.
4. Flemming B.Pederson; Gradually Varying Two-layer Stratified Flow, A.S.C.E. NO.HY1, January, 1972.
5. T.Carstens; Turbulent Diffusion and Entrainment in Two-layer Flow, A.S.C.E. NO.WW1, February, 1970.