

河口流出の力学的機構

北海道大学工学部 正会員 柏村 正和

1. 序文

河川水の海上への流出は、近年海況の環境保全の立場からとみに注目されてきた。しかし、それ以上にもっと、工場の排水路端末とか、冷却水放出口の方が、世間の注目を多く集めているようである。力学的にいえば、河口流出も、温、廃水放出も同一の系統の問題に属するがくわしくみると、それぞれの立場により、かなり内容的に変化に富んだ条件の差がある。たとえば温排水は、伝導、輻射を含んだ熱拡散の問題であり、さらに廃水放出問題と共に、放水口の形や大きさの条件、あるいは、その位置の条件、たとえば、水中か水面か、それとも水上にあるか、さらに放出条件として、強制放出か、自然流出か、また流出方向が垂直か水平か、… など、さまざまな流況がある。しかし、ほとんどの場合が、密度の異なる水中への放出現象であって、密度流固有の性質を表わすことが多い。また温、廃水問題の一つの大きな特徴は、排水濃度が周囲の水により、どの程度稀釈されるかということが、最大関心事であるために、二流体の混合現象が最優先的に取り扱われ、問題にされていることである。このため密度流効果は二次的に、あるいは無視される場合も生じている。目的を考えれば、これは当然といえよう。ここでいう河口流出は、勿論感潮河口のものであり、平水時には河床に塩水くさびが形成されているようなものを想定している。これは排水形式からいえば、放水口が水面にある水平自然流出と考えることができる。無論、ある流量以上の出水期には、強制水平噴流と考えねばならない。以上の分類にもかかわらず、河口流出を独自に扱う必要性のある理由は、第一に、一般的に放水口よりも規模が大きいこと、第二に、自然の流れに適応して自らが作った河口地形を有していること、第三に、流量変化が大きく、それぞれに応じた複雑な流出パターンを持っていること、であろう。ことに環境汚染の立場から見ると、第三は重要であって、強制水平噴流にひとしい出水時には、汚水濃度は、大流量の河川水により微量になるばかりでなく、たとえば石狩川の如きは、河口から2軒も塩水と接せしめることなく、一気に沖へ輸送してしまうので問題は生じないが、逆に、流出が密度流的性質のこい平水流量以下の場合では、川水が海上を四方へゆっくりと拡がるために、水質や海底の汚染問題を生じてくる事情がある。このように、ことに大きな自然の河口では、流出の密度流的挙動が、まず第一に重要と考える理由がある。混合問題を軽んずるわけではなく、両者が助けあって完全な理解に向かうべきであるが、一つの研究方法として、混合を無視し、密度流効果のみが現れる極端な場合を考えてみるのは意味があろう。このような観点から河口流出を考えてみたい。

2. 非混合三次元定常二層流の簡単化した取り扱い

川水は、河口を出て海面にのりあげ、四方へひろがるので、本来三次元の取り扱いが必要である。しかし、混合を考えないことと、同時に界面抵抗を無視すると、下層海水は静止、上層淡水は一定密度と一様な流速鉛直分布を持つ、などの簡単化の条件を入れることにより、二次元的な扱いができるようになる。流速の他に、淡水層の厚さ h が重要な量になる。方程式はつぎのとおりである。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \varepsilon g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \varepsilon g \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0 \quad (3)$$

式 (1)、(2) は運動方程式、(3) が連続式で、 u 、 v は流速分値
 h は淡水厚、 $\varepsilon = 1 - (\rho_1/\rho_2)$ 、 ρ_1 、 ρ_2 は淡水、塩水の密度
 g は重力加速度である。この式は、漸変密度流体の定常二次元
 流の場合に似ており、密度の代りに淡水厚が入った形式になっ
 ているので、このままでは扱いが難しい。Long¹⁾ や、Yih²⁾ に
 ならない変形したつぎの形を用いるのがよい。³⁾

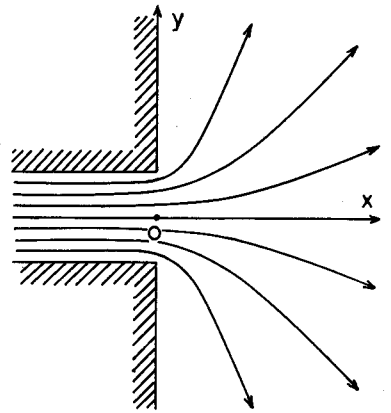


図 - 1 河口の座標系

$$\frac{1}{h} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right\} + \frac{dH}{d\psi} = 0 \quad (4)$$

ここに、 ψ は式(3)から出てくる流れ関数で、 $hu = \partial\psi/\partial y$ 、 $hv = -\partial\psi/\partial x$ の関係を有し
 また H は、Bernoulli term に相当するもので、

$$H = \frac{1}{2} q^2 + \varepsilon gh \quad (5), \quad (q^2 = u^2 + v^2)$$

である。 H は一本の流線上で一定値をとることが容易に示される。

式(4)では、流れの上端、つまり河口内の流況を適当に仮定して H を与えれば、 $dH/d\psi$ を与える
 ことができる。しかし、左辺の1項目は ψ の他に h を含んでいるので、このままでは解は求まらない。
 ふたたび式(5)を使って h を消去する必要がある、方程式は複雑化してくる。

しかし、通常河口内の上流では、速度一様、淡水厚一定と考えられるから、 H は河口内の全流線に
 わたって一定とおける。つまり $dH/d\psi = 0$ となり、式(4)は下のように二つに分離される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} q^2 + \varepsilon gh = C \text{ (const.)} \quad (7)$$

ただし、両式適用領域は、上流から流線の連続している領域に限られるのであって、河口両端の海
 岸沿いに発生しやすい二次流域は適用外である。そこでは別途に式(4)に頼る必要がある。式(6)は流れ
 が非回転であることを示している、この式の成り立つ領域内はポテンシャル流の扱いが可能にな
 る。速度ポテンシャルを ϕ とすれば

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{1}{h} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

ϕ と ψ は、直交条件を満足してはいるが、上式には h が介在しているので、コーシー・リーマンの
 方程式は成立せず、したがって等角写像を用いることはできない。

このような場合、流況の描写は多少犠牲になるが、空気力学でよく用いられるホドグラフ法によれ

ば、式を発展させていくことができる。ホドグラフ法は、流速を座標にとるもので、実際の流況にあわせた境界条件を入れにくい欠点を持っているが、二つ以上の流れのパターン、ことに流速のパターンの相違を指摘するには有利である。

x を実軸、 y を虚軸とし、ガウス面で考える。式(8)から、 $d\phi = udx + vdy$, $d\psi/h = -vdx + udy$ となるので、両者を結合して

$$d\phi + i\frac{1}{h}d\psi = (u - iv)(dx + idy) = \zeta e^{-i\theta} dz \tag{9}$$

を得る。 θ は複素速度の偏角である。式(9)を変形して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \zeta} &= \zeta^{-1} e^{i\theta} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + i(h\zeta)^{-1} e^{i\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta} &= \zeta^{-1} e^{i\theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + i(h\zeta)^{-1} e^{i\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

を作り、第1式を θ 、第2式を ζ で偏微分して等置すれば、次式を得る。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \zeta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{h\zeta} \right), \quad \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\zeta}{h} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \tag{11}$$

両者から ϕ を消去し、さらに、式(7)から、 $\zeta d\zeta + \epsilon g dh = 0$ の関係を代入、最後に、内部フルード数 $F_i = \zeta^2/\epsilon gh$ を ζ の代りに独立変数とすれば、 ϕ の方程式は若干の計算の後、

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial F_i^2} + \frac{3F_i + 2}{F_i(F_i + 2)} \frac{\partial \psi}{\partial F_i} + \frac{1 - F_i}{F_i^2(F_i + 2)^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0 \tag{12}$$

となる。したがって河口流出のホドグラフはこれを解けば求められる。式(12)の解は、

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} f(F_i, m) e^{im\theta} dm \tag{13}$$

の形をもち、 $f(F_i, m)$ は、リーマンのP関数、または変形した超幾何級数を含んでいる。この数値計算には、現在なお時間を要するのと、境界条件のくりこみにまだ工夫を要する点が残っている

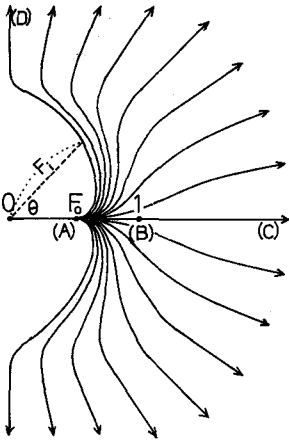


図-2 極座標表示 (F_i, θ) のホドグラフと対応する流れ

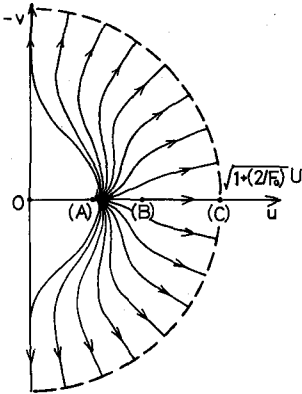
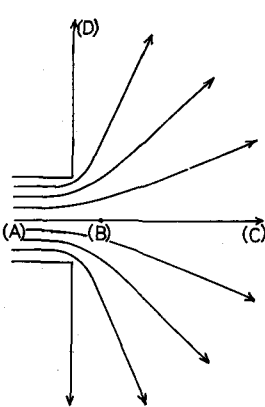


図-8 速度分値による
ホドグラフ

るので、正確な解は後日発表することにする。ただし種々の考察により、 ψ のホドグラフの概形は図-2のように想定できる。これは F_0 、 θ の極座標表示の図であり、右の流況と対比していただきたい。なお、 F の代りに速度 u 、 v で示したものを図-3にかかげた。これによると、河口をすぎた流れは次第に淡水層の厚みを失なうと共に加速され、無限の彼方で、限界値 $\sqrt{1+(2/F_0)} U$ に収束する。 F_0 は、川の上流における内部フルード数であり、 U はそのときの淡水流速である。

現実的には、河口を出たのち、加速されるだけで減衰しないということは、無論不合理である。加速されて塩水の連行を促し、同時に淡水厚が急速にうすくなるので、混合が顕著に発達し、その結果一時的に加速されはするがやがて減衰し、消滅していくと考えるのが自然であろう。河口の一時加速現象は、石狩川の実測にも、また実験においても、数多く観測されているものであって、すでに報告済みである。⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾ この事情を考慮して実際の河口流出のホドグラフを概略的に示すと、図-4の如きものになる。

参考までに、一様な理想流体の示すポテンシャル流のホドグラフの概形は図-5のようになる。流線形状は二層流の場合と酷似しているが⁽⁴⁾、流速分布が全く異なっていることがよく判り、このような角度からの両者の比較研究の面白さを示唆している。

8. 流況の考察

ホドグラフ法は、流速パターンのちがいを指摘するには便利であるが、流速の二次元分布や流線形状の比較には不便である。したがって、ホドグラフを離れて二層流のA型流れ⁽¹⁾につき考察を行ないA型からB、C…等の型への遷移や、塩水層との混合などについて考えてみたい。図-6は、一様な理想流体の示すポテンシャル流の流速分布をコンターで示したものである⁽⁴⁾。流心を境に流れが対称なので左半分のみを示してある。密度流と異なり、流心に加速現象は現われていない。しかし、コーナー付近は等ポテンシャル線が密集せねばならないので、流速は早くなり、ちょうどコーナーでは無限大になる。つまり加速が行なわれている。この傾向は二層流の場合にも発生する。図-7は、実験で求めた表面流速のコンターを示すものである。流心の他に、いずれの場合もコーナーでの加速現象が認められる。かりに上流の流速や淡水厚を一樣とすれば、前述のように、二層流でも、表層の流れはやはりポテンシャル流になるので

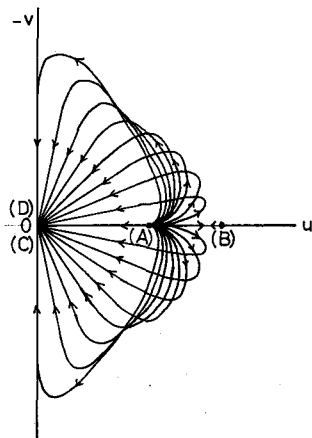


図-4 現実の河口流出
ホドグラフ

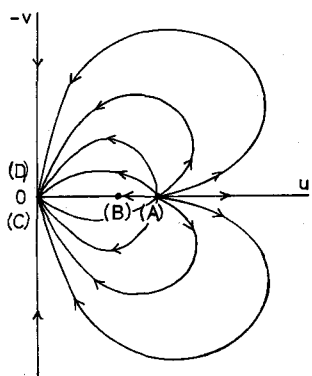


図-5 一様な理想流体の
流出ホドグラフ

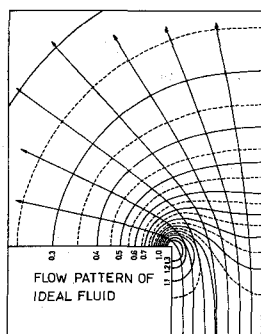


図-6 理想流体の流出
速度分布

コーナーで、かなり早い流速の現われることは予期される。

ただし、流速は無制限に大きくはなり得ない。式(7)から判るように、淡水厚が0の極限で流速は限界値を持つ。したがって、あくまでポテンシアル流を仮定すれば、等ポテンシアル線の密集時には限度があるわけで、直角なコーナーに沿って流れが

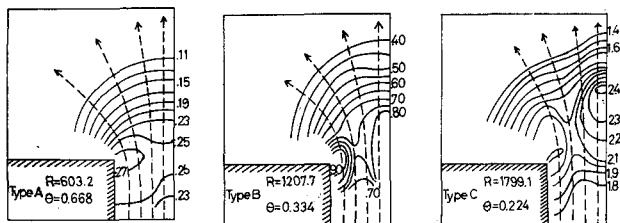


図-7 実験による二層流の表面流速分布

折れることは不可能である。したがって図-8のように、一番内側の流線は、河口を出ると岸をはなれて沖にむかい、限界流速に見合った曲率で、彎曲することになる。流れ全体が早い場合には曲率はさらに小さくなり、彎曲はますますゆるやかになるであろう。このような傾向については、実験ではすでに経験済みであり一様流体のポテンシアル流と比較すると、流線形状そのものは、

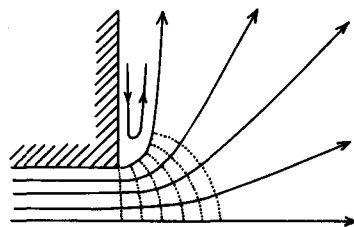


図-8 コーナー部の流れ

両者よく似ているが、二層流では流線全体が沖の方へ少し移動した形式で前述と符合している。¹⁾ また、流れが早くなると流線のひろがり方がせばまってくる傾向は、実験ではもとより、実測でも知られていることである。²⁾ またコーナーの海側の海岸に沿う流れは、ポテンシアル流領域とは異なる回転流の領域であり、現実には海中に発生する二次流に相当する。ポテンシアル流領域でも、コーナー近くで限界流速に近ずくと、淡水の厚みはきわめてうすくなるため、海水とよく混合し、実際には海水領域と識別できないようになる。河口のコーナー附近で、表層の流れは放射状に流出していくのにもかかわらず、その水質は、ほとんど海水であることが、石狩川、天塩川で経験されているのである。⁴⁾

文 献

- 1) Long, R. R.: Some aspects of the flow of stratified fluids. I. A theoretical investigation, Tellus, 5, 42-57, 1953.
- 2) Yih, C.-S.: Dynamics of Nonhomogeneous Fluids, Macmillan Co., 1965.
- 3) 柏村: 河口二層流の海上での挙動、第27回年次学術講演会 昭和47年10月
- 4) 柏村・吉田: 河口流の実態、第17回海岸工学講演会論文集 昭和45年11月
- 5) 柏村・吉田: Transient acceleration of surface flow at a river mouth, Coast. Eng. Japan, Vol. 14, 1971
- 6) 柏村・吉田: Flow pattern at a river mouth, Internat. Symp. Stratified Flows, Novosibirsk, 1972.
- 7) 柏村・吉田: 河口の flow pattern について、第12回水理講演会講演集 昭和43年2月
- 8) 柏村・吉田: 河口の流れの構造(2) 第16回海岸工学講演会講演集 昭和44年12月
- 9) 福島・柏村・八敏・高橋: 石狩川の河口構造 第8回海岸工学講演会講演集 昭和36年9月