

密度成層水域中におけるプルームの浮上拡散について

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
同 大学院 学生員○伊 藤 正 樹

1 まえがき

密度が鉛直上方に向けて直線的に変化している静止した成層流体中に放出されたプルームの拡散については, Priestley-Ball¹⁾, Morton-Taylor-Turner²⁾, Morton³⁾, Abraham-Eysink⁴⁾, 日野⁵⁾, Fan⁶⁾ らによって研究が行われている。筆者らはさきに一樣密度流体中へのプルームの拡散の研究を行った⁷⁾が, 今回さらにこれに引続いて, 周囲水の密度が鉛直上方に向けて一様に減少しているような水域(すなわち, 安定で一樣な密度勾配をもつ成層水域)中に鉛直上向きに放出された廃液プルームの拡散についての理論解析を行い, 若干の新しい理論を得たのでそれについて記述する。

2 プルームの拡散現象

図-1 のように安定な一樣密度勾配をもつ周囲水中に, 放出時において周囲水よりも比重の軽い流体が鉛直上向きに連続的に放出される場合を考える。放出液はプルームとなって放出初速度および浮力の影響により上昇してゆき, この上昇の過程においてそれ自身拡散して拡がってゆく。その結果, プルームと周囲水との密度差は次第に小さくなり, やがてプルームは密度差を失い, ついには上

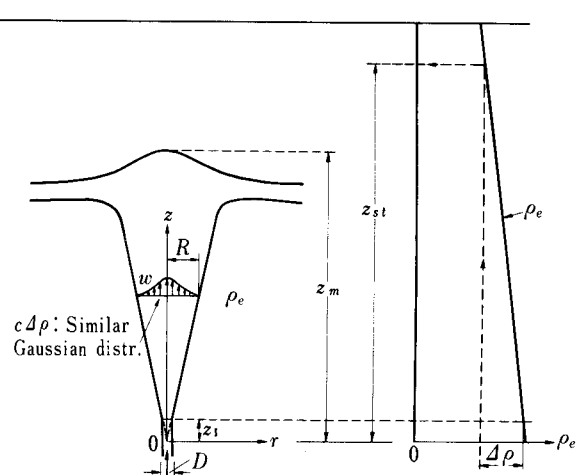


図-1 プルームと座標軸および周囲水の密度勾配

向きの流速を失って上昇を停止する。しかしこの時にはプルームはそれ自身の密度が周囲水のそれより大なる高さまで上昇しており, ためにプルームは自己の密度と等しい密度をもつ高さまで下降してそこで横に拡がり, クラウドを形成する(図-1)。

3 現象の数式化

プルームの拡がり巾を下方に延長して交わる点を仮想放出点源と考えて, この仮想点源を原点にとり(図-1), プルームの拡がり巾の半径方向に r 軸, 鉛直方向に z 軸をとる。現象は z 軸の周りに軸対称と考える。基本式はつぎのように書き表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial z} (rw\rho) + \frac{\partial}{\partial r} (ru\rho) = 0, \quad (\text{質量}) \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (rw^2\rho) + \frac{\partial}{\partial r} (ruw\rho) = rc(\Delta\rho)g + \frac{\partial}{\partial r} (r\tau), \quad (\text{運動量}) \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} [rw(\rho_e - c\Delta\rho)] + \frac{\partial}{\partial r} [ru(\rho_e - c\Delta\rho)] = -\frac{\partial}{\partial r} (rF). \quad (\text{拡散}) \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 ρ はプリュームの密度で $\rho = \rho(r, z)$ ； w および u はそれぞれ z および r 方向の速度で、 $w = w(r, z)$ 、 $u = u(r, z)$ ； τ はプリュームに作用しているせん断力で $\tau = \tau(r, z)$ ； $\Delta\rho$ は放出口における廃液の欠損密度で定数； c は廃液の濃度百分率（放出口における値を1とする）で $c = c(r, z)$ ； ρ_e は周囲水の密度で $\rho_e = \rho_e(z)$ ； ρ_{e1} を $z = z_1$ における ρ_e の値とすると
 $\rho_{e1} - \rho(r, z) = c(r, z)\Delta\rho \dots\dots\dots(3 \cdot a)$

である。また F は r 方向への濃度拡散量である。

式(1)を考慮すると(2)、(3)はそれぞれつぎのように書き直される。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} rw^3\rho \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} ruw^2\rho \right) = rwc(\Delta\rho)g + w\frac{\partial}{\partial r} (r\tau) \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (rwc\Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial r} (ruc\Delta\rho) = \frac{\partial}{\partial r} (rF) + rw\frac{d\rho_e}{dz} \dots\dots\dots(5)$$

半径方向について十分離れたところを考えると、 w 、 $c\Delta\rho$ 、 rF および $r\tau$ は0となるから、このことから式(2)、(4)、(5)を r について(0～ ∞)の間で積分するとそれぞれ次式をうる。

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty rw^2\rho dr = \int_0^\infty rc(\Delta\rho)g dr \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty \frac{1}{2} rw^3\rho dr = \int_0^\infty rwc(\Delta\rho)g dr - \int_0^\infty r\tau \frac{\partial w}{\partial r} dr \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty rwc\Delta\rho dr = \int_0^\infty rw\frac{d\rho_e}{dz} dr \dots\dots\dots(8)$$

ここで、プリュームの放出点源から鉛直方向に異なった距離における水平断面内の鉛直方向流速および廃液濃度の各分布形状はそれぞれ相似であるとの仮定が成り立つものとする。また、せん断力は鉛直方向流速の2次関数と考える。 w および c のプリューム軸上値をそれぞれ w_m 、 c_m と記し、プリューム巾の特性長を R とする。相似性の仮定から

$$w/w_m = f(r/R), \quad c/c_m = h(r/R), \quad \tau/\frac{1}{2}\rho w_m^2 = j(r/R) \dots\dots\dots(8 \cdot a)$$

ただし、 f 、 h 、 j はこれから与えられるべき関数形である。また、 $\rho \gg \Delta\rho$ および $\rho_e \gg \Delta\rho$ であるから(3・a)と矛盾することなく $\Delta\rho/\rho \div \Delta\rho/\rho_e$ と考えることができる。この関係式を考慮することにより、式(6)、(7)、(8)はそれぞれつぎのように書き直される。

$$d(R^2w_m^2)/dz = aR^2c_m(\Delta\rho/\rho_e)g \dots\dots\dots(9)$$

$$d(R^2w_m^3)/dz = bR^2c_mw_m(\Delta\rho/\rho_e)g - \beta R w_m^3 \dots\dots\dots(10)$$

$$d(R^2 w_m c_m \Delta \rho) / dz = dR^2 w_m d\rho_e / dz \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし, $\eta = r/R$, また a, b, d, β は

$$\begin{aligned} a &= \int_0^\infty \eta h(\eta) d\eta / \int_0^\infty \eta f^2(\eta) d\eta \\ b &= 2 \int_0^\infty \eta f(\eta) h(\eta) d\eta / \int_0^\infty \eta f^3(\eta) d\eta \\ d &= \int_0^\infty \eta f(\eta) d\eta / \int_0^\infty \eta f(\eta) h(\eta) d\eta \\ \beta &= \int_0^\infty \eta f'(\eta) j(\eta) d\eta / \int_0^\infty \eta f^3(\eta) d\eta \end{aligned}$$

このように, a, b, d, β は分布関数形 f, h, j により決定される定数である。周囲流体の密度が一様なとき (すなわち鉛直方向に変化しないとき) には, 断面内鉛直流速および温度の分布形状は Gauss 分布となることが Rouse - Yih - Humphreys⁹⁾ によって実験的に確かめられている。密度成層の場合にはこの仮定は正しくないといわれている (Morton³⁾, 日野³⁾) が, ここでは近似的に流速と濃度は同一の Gauss 分布形で表わされるものとして次の関係式を使用する。

$$f = h = \exp(-r^2/2R^2) \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を上記諸式に代入して計算すると, $a = d = 2, b = 3$ をうる。ただし関数形 j の形はわかっていないので, β は後に実験的に定めるべき定数として残る。そこでこれらの数値を代入すると, 式(9), (10), (11) はそれぞれつぎのようになる。ただし, w_m および c_m を以後簡単のために w および c と記す。

$$d(R^2 w^2) / dz = 2 R^2 c (\Delta \rho / \rho_e) g \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$d(R^2 w^3) / dz = 3 R^2 c w (\Delta \rho / \rho_e) g - \beta R w^3 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$d(R^2 w c \Delta \rho) / dz = 2 R^2 w (d\rho_e / dz) \quad \dots\dots\dots (15)$$

4 理論式の解

このようにして3個の未知数 w, R, c に対して3個の式(13), (14), (15)を得たので, これらの式を解くことにより解が求められる。まず(13)×3 w -(14)×2により次式をうる

$$dR / dz = \beta$$

仮想放出源点 $z = 0$ で $R = 0$ なるべきことを考慮して上式を積分すると

$$R = \beta z \quad \dots\dots\dots (16)$$

をうる。この式から見られるように, β はプリュームの拡がりに関係する拡がりの係数ともいえるものである。周囲水の密度が鉛直上方に向けて一様に変化する場合を考えるのであるから, $\rho_e d\rho_e / dz = \text{const.}$ とみなしうる。そこで(15)× $R^2 w c \Delta \rho$ -(13)× $R^2 w^2 (\rho_e / g) d\rho_e / dz$ によって得られる式を積分して,

$$R^2 w \{ (c \Delta \rho)^2 - (\rho_e / g) (d\rho_e / dz) w^2 \}^{1/2} = \text{const.} \equiv A \quad \dots\dots\dots (17)$$

よって

$$c \Delta \rho = \frac{1}{R^2 w} \{ A^2 + \frac{\rho_e}{g} \frac{d\rho_e}{dz} R^4 w^4 \}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (18)$$

をうる。この式を式(9)に代入し、関係式 $R = \beta z$ を考慮すると次式をうる。

$$\frac{d}{dz} (zw)^3 = \frac{3g}{\beta^2 \rho_e} z \left(A^2 + \frac{\rho_e}{g} \frac{d\rho_e}{dz} \beta^4 z^4 w^4 \right)^{1/2} \dots\dots\dots (19)$$

こゝで定数 A の物理的意味について考える。いま、放出口オリフィス直径を D 、放出口における放出流速を w_1 とすると、式(17)より

$$A = (D/2)^2 w_1 \{ (\Delta \rho)^2 - (\rho_e/g) (d\rho_e/dz) w_1^2 \}^{1/2}$$

$$= (Q \Delta \rho / \pi) \{ 1 - (\rho_e/g) (d\rho_e/dz) w_1^2 / (\Delta \rho)^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots (19.a)$$

こゝに、 Q は廃液流量で $Q = (\pi/4) D^2 w_1$ であり、したがって $Q \Delta \rho$ は放出される欠損密度で、つぎのように書き直される。

$$Q \Delta \rho = (\pi/4) D w_1^3 (\rho_e/g) (1/F^2)$$

ただし、 ρ_{e1} は放出口点 ($z = z_1$) における周囲水の密度であり、また F は

$$F = w_1 / \sqrt{(\Delta \rho / \rho_{e1}) g D} \dots\dots\dots (19.a)$$

で定義される放出水の内部フルード数である。これらの関係式を使用すると、式(19) はつぎのように書き直すことができる。

$$\frac{d}{dz} (zw)^3 = \frac{3}{4} \frac{1}{\beta^2 F^2} D w_1^3 \left(1 - \frac{d\rho_e}{dz} \frac{g D^2}{\rho_{e1} w_1^2} F^4 \right)^{1/2}$$

$$\cdot \left\{ 1 + \frac{16 (\rho_{e1}/g) (d\rho_e/dz) \beta^4 z^4 w^4}{D^2 w_1^3 (\frac{\rho_{e1}}{g})^2 \frac{1}{F^4} (1 - \frac{d\rho_e}{dz} \frac{g D^2}{\rho_{e1} w_1^2} F^4)} \right\}^{1/2} \cdot z \dots\dots\dots (20)$$

ここでつぎのような z , w , D についての無次元量 (比值) を定義する。

$$z_r = z / \frac{\Delta \rho}{(-d\rho_e/dz)}, \quad w_r = \frac{w}{w_1}, \quad D_r = D / \frac{\Delta \rho}{(-d\rho_e/dz)}, \quad r^4 = \frac{16 \beta^4 F^2}{D_r^3 (1 + D_r F^2)}$$

\dots\dots\dots (21)

ただし、 $\Delta \rho / (-d\rho_e/dz)$ は図-1において z_{st} で示される長さで、プリームが上昇時に稀釈されずそのまま浮上して周囲水が自己の密度と等しい密度をもつ高さまで上昇すると考えたときの高さを与えるものであり、こゝでは "Static height of rise" と称することとした。

式(21)の諸量を用いて式(20)を書き直すと、若干の計算の後次式がえられる。

$$\frac{d}{dz_r} (z_r w_r)^3 = \frac{3}{4} \frac{1}{\beta^2 F^2} D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} z_r (1 - r^4 z_r^4 w_r^4)^{1/2} \dots\dots\dots (22)$$

5 プリユームの最高上昇高

式(22)を数値計算するために、つぎのような置換により w_r を Φ に変換する。

$$\sin^{1/2} \Phi = \gamma z_r w_r \dots\dots\dots (23)$$

この結果、式(22)はつぎのように書き表わされる。

$$\sin^{1/2} \Phi d\Phi = (1/2 \beta^2 F^2) D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} \gamma^3 z_r dr \dots\dots\dots (24)$$

上式を放出口から任意の高さまでの間で積分すると、

$$\int_{\Phi_1}^{\Phi} \sin^{1/2} \Phi d\Phi = \frac{1}{4} \frac{1}{\beta^2 F^2} D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} \gamma^3 (z_r^2 - z_{r1}^2) \dots\dots\dots (25)$$

をうる。ただし、 z_{r1} および Φ_1 は放出口 (すなわち $z = z_1$) における z_r および Φ の値で、それぞれ次式で与えられるものである。

$$z_{r1} = \frac{D}{2\beta} / \left(\frac{d\rho}{-d\rho_e/dz} \right) = -\frac{D_r}{2\beta}, \quad \Phi_1 = \sin^{-1}(\gamma z_{r1}) = \sin^{-1} \left(\frac{\gamma D}{2\beta} \right) \dots\dots (26)$$

式(25)と(23)とから任意の z_r に対応する w_r の値を計算することができる。 w_r が判れば式(18)と(19・a)とから c を計算することができる。

前に述べたようにプリユームはある高さで上昇速度が0となるが、このときの高さが最高上昇高である。式(23)から $w_r = 0$ に対応する Φ の値は $\Phi = \pi$ であり、これが最高上昇に対する Φ の値である。そこで式(25)から次式をうる。

$$G \cdot (z_{rm}^2 - \frac{D_r^2}{4\beta^2}) = \int_{\Phi_1}^{\pi} \sin^{1/2} \Phi d\Phi = \left(\int_0^{\pi} - \int_0^{\Phi_1} \right) \sin^{1/2} \Phi d\Phi = 2.40 - \int_0^{\Phi_1} \sin^{1/2} \Phi d\Phi \dots\dots\dots (27)$$

ただし

$$G = (1/4 \beta^2 F^2) D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} \gamma^3 \dots\dots\dots (27 \cdot a)$$

であり、また z_{rm} はプリユームの最高上昇高(比值)を意味する。上式中の $\sin^{1/2} \Phi$ を Φ の級数に展開すると、 $0 \leq \Phi < 2.8$ の範囲で約4%以下の誤差の範囲内で $\sin^{1/2} \Phi \div \Phi^{1/2} (1 - \frac{1}{12} \Phi^2)$ と近似することができる。そこで式(27)にこの近似式を代入し若干の整理を行うと、次式がえられる。

$$z_{rm} = \left[\frac{D_r^2}{4\beta^2} + \frac{1}{2\beta} F^{1/2} D_r^{5/4} (1 + D_r F^2)^{1/4} \left\{ 2.40 - \left(\frac{2}{3} \Phi_1^{3/2} - \frac{1}{42} \Phi_1^{7/2} \right) \right\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (28)$$

図-2は式(28)により無次元最高上昇高を図示したものである。ただし、この計算にあたっては β の値をきめることが必要である。そこでPriestley - Ball¹⁾の研究に基づき $\beta \div 0.1$ として本計算を行った。

6 考 察

6.1 z_{max} について

実用上起りうる場合として $10^{-5} < D_r < 10^{-2}$, $0 \leq \phi_1 \leq 1.5$ の範囲について考えると、式 (28) は近似的につぎのように書き直すことができる。

$$z_{rm} = \left(\frac{1}{2\beta}\right)^{1/2} F^{1/4} D_r^{5/8} (1 + D_r F^2)^{1/8} \cdot \left(2.40 - \frac{2}{3} \phi_1^{3/2}\right)^{1/2} \dots (29)$$

そこで、この式によって以下に検討を行う。

1) $F \leq 20$ の場合

この場合は $(1 + D_r F^2) \div 1$ 、また $(2.40 - \frac{2}{3} \phi_1^{3/2}) \div 2.40$ であるので、式 (29) は近似的に

$$z_{rm} = (2.40/2\beta)^{1/2} F^{1/4} D_r^{5/8} \text{ とな$$

る。これに $\beta = 0.1$ を代入すると、

$$z_{rm} = 3.46 F^{1/4} D_r^{5/8} \dots (30)$$

となる。この式は図-2、の $F = 1 \sim 20$ の曲線が勾配 $5/8$ の直線であることを示している。

Morton - Taylor - Turner の理論²⁾ によれば、プルームの最高上昇高 z_m は

$$z_{rm} = 0.410 \alpha^{-1/2} \left(\frac{\pi D^2}{24} w_1 g \frac{\rho_e - \rho}{\rho_{e1}}\right)^{1/4} \left(-\frac{g}{\rho_{e1}} \frac{d\rho_e}{dz}\right)^{-3/8} \times 2.8 \dots (31)$$

で表わされる。ただし、 α は連行係数である。式 (31) を筆者等の比值 (21) および式 (19. a) のフルード数を用いて書き直すつぎようになる。

$$z_{rm} = 0.909 \alpha^{-1/2} F^{1/4} D_r^{5/8} \dots (31. a)$$

Brooks¹⁰⁾ は Morton - Taylor - Turner の式 (31) を彼の実験結果に合うように係数を定めた次式を提唱している。

$$z_{max}^4 = 198 Q \Delta \rho \sqrt{\rho_{e1}} / \left(\sqrt{g} \left| \frac{d\rho_e}{dz} \right|^{3/2} \right), \dots (31. b)$$

上式を筆者らの比值を用いて書き直すと、

$$z_{rm} = 3.53 F^{1/4} D_r^{5/8} \dots (31. c)$$

となり、 F が小なる場合の筆者らの式は上式と殆ど一致する。この理由は、Morton - Taylor - Turner の式は廃液の初速度が 0 であるという仮定のもとにたてられたものであることによると考えられる。

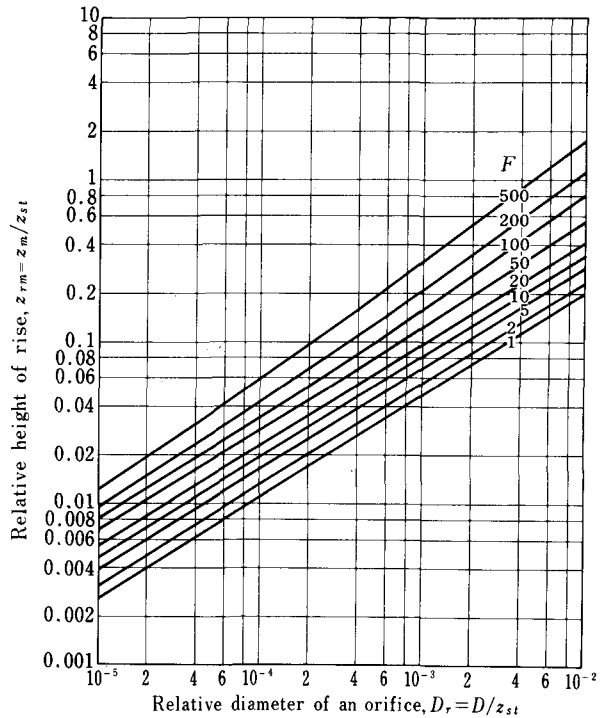


図-2 プルームの最高上昇高 (比值)

2) フルード数が大きい場合 ($F > 20$)

2-a) D_T が比較的小さい場合

つぎのような場合をこゝでは D_T が比較的小さい場合と称することとする。

$$20 \leq F \leq 100 \text{ の場合には } D_T < 2 \times 10^{-4}$$

$$100 \leq F \leq 200 \quad " \quad D_T < 5 \times 10^{-5}$$

$$200 \leq F \quad " \quad D_T < 1 \times 10^{-5}$$

この場合には式(29)はフルード数が小さい場合と同様、式(30)で近似される。

$$z_{rm} = 3.46 F^{1/4} D_T^{5/8} \dots\dots\dots (30)$$

2-b) D_T が比較的大きい場合

つぎの場合をこゝでは D_T が比較的大きい場合ということにする。

$$100 \leq F \leq 200 \text{ の場合には } D_T > 1 \times 10^{-3}$$

$$200 \leq F \quad " \quad D_T > 5 \times 10^{-4}$$

この場合式(29)は下記の式(34)のようになり、図-2.において $F > 100$ の曲線はほぼ勾配 $3/4$ の直線になることが認められる。

$$z_{rm} = \left[\{ 2.40 - (2/3) \phi_1^{3/2} \} / 2\beta \right]^{1/2} \cdot F^{1/2} D_T^{3/4} \dots\dots\dots (34)$$

2-c) D_T が中間的な場合

2-a), 2-b) のいずれにも入らない範囲では、図-2からも明らかなように勾配が $5/8$ から $3/4$ に遷移する曲線となることが認められる。

以上のように、本研究における理論式は、計算結果においても曲線群がフルード数の変化に伴い滑らかに移行しており、フルード数の大小に関らず成り立つものであることは申すまでもない。これは理論式を導くに当り放出口における廃液の初速、したがってフルード数の大きさについて何らの制限なしに導かれたものであることから当然のことであるといえよう。

6.2. 従来の理論式との基本式上の主な相違点

Morton - Taylor - Turner の基本式は、筆者らの使用記号を用いて記せば

$$\left. \begin{aligned} d(\pi R^2 w) / dz &= 2\pi R \cdot \alpha w && (\text{容 積}) \\ d\left(\frac{1}{2} \pi R^2 \rho w^2\right) / dz &= \pi R^2 g(\rho_e - \rho) && (\text{運動量}) \\ d\left[\frac{1}{2} \pi R^2 w(\rho_e - \rho)\right] / dz &= \pi R^2 w d\rho_e / dz && (\text{密度欠損}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

である。ただし、 w および ρ は $z = z$ の断面におけるプリュームの軸上値であり、 α は既述のように連行係数である。筆者らは式(35)の第1式の代りに連続の式(1)を用いる。しかし運動量の式の中にせん断力(乱流混合)の項を入れる。Morton - Taylor - Turner の理論ではプリューム巾の拡がりや周囲水の連行によるものと考えているが、筆者らの理論ではせん断力によるものとする。筆者らの式(1), (2), (3)は Priestley - Ball の論文¹⁾から得たものであり、その式の形は Morton らの式(35)より一見複雑に見えるが、却って後の計算はの方が簡単となる。特に、

筆者らの基本式からは厳密に $R = \beta z$ (ブリュームの直線的拡がり) の関係がでてくるが、式(35)からはこのような関係は得られない。

日野は乱流混合の項をとり上げるとともに Morton - Taylor - Turner の考えもとり入れ、連行係数 α も考えた基本式の上になんて当時つとに注目すべき解析を行われた。

現在における筆者らの考え方は本報の場合はせん断力のみをとればそれで十分であるとするものである。このことを調べるために、式(1)を r 方向に $0 \sim \infty$ の間で積分してみる。そうすると、

$$\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial z} (rw\rho) dr + \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial r} (ru\rho) dr = 0 \quad \dots\dots\dots (36)$$

ところで上式左辺の第2項は $\left[ru\rho \right]_0^\infty$ となり、これは0となるから、上式から

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty rw\rho dr = 0 \quad \text{よって} \quad \int_0^\infty rw\rho dr = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (37)$$

をうる。したがって、もし水平面内における w の分布形状を r についての Gauss 分布またはそれに準ずる連続曲線と考える限りは、連行係数という artificial な仮定の入る余地はないように思われる。

7. むすび

安定な密度勾配をもつ静止した水域中に、水底近くから鉛直上方に向けて放出される廃液の浮上ブリュームの最高上昇高さについての理論的解析を行った。この解析の実験的検証は、直線の密度勾配をもつ周囲水をつくるのがかなり困難であるので未だ行っていないが、今後実験への努力を行ってゆきたい。

引用文献

- 1) Priestley, C. H. B. and F. K. Ball : Continuous convection from an isolated source of heat, Quart. Journ. Royal Met. Soc. Vol. 81, 1955, pp. 144-157.
- 2) Morton, B. R., Geoffrey Taylor and J. S. Turner : Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. Roy. Soc. London, Vol. 234, 1956, PP. 1-23.
- 3) Morton, B. R. : Forced plumes, Journ. Fluid Mech. Vol. 5, 1959, PP. 151-163.
- 4) Abraham, G. and W. D. Eysink : Jets issuing into fluid with a density gradient, Jour. Hydr. Research, I AHR, Vol. 7, No. 2, 1969, pp. 145-175
- 5) Hino, Mikio : Forced plumes in a stably stratified fluid, Trans. JSCE, No. 88, 1962, PP. 29-37
- 6) Fan, Loh - Nien : Turbulent buoyant jets into stratified or flowing ambient fluids, Rep. No. KH-R - 15, Cal. Tech., 1967, PP. 1-196.

7) 林泰造・小泉俊夫：浮上ブリュームの海域拡散，土木学会第26回年次学術講演会講演集Ⅱ，1971，PP.145-148.

8) 林泰造・土屋十罔・伊藤正樹：廃液浮上ブリュームの濃度の拡散，土木学会第19回海岸工学講演会論文集，1972，PP. 253-257.

9) Rouse, H., C.R. Yih and H. W. Humphreys : Gravitational convection from a boundary source, *Tellus*, Vol. 4, No. 3, 1952, PP. 201 - 210.

10) Brooks, Norman H.: Stream and estuarine analysis - Ocean disposal, (Unpublished), W. M. Keck Lab., Cal. Tech.