

2. 移動床流れの河床形状

小委員会主査 芦田 和男

1. 概説 移動床水路においては流水と流砂の相互作用の結果、水理条件と河床砂れきの特性に応じて各種の河床形態が形成され、それが抵抗係数、流砂量ならびに流路変動などに支配的な影響を与えることは周知のとおりである。こうした移動床流れの河床形態に関する基本的な課題は、河床形態がなぜ発生するのか、与えられた水理条件と河床材料とに応じてどのような河床形態が形成されるか、さらにこれらの河床形態が水理条件にどのような影響を与えるかを明らかにすることであろう。

河床形態の発生機構に関する解析的研究は従来主として河床面における微小な擾乱の安定・不安定性を流水と流砂の運動および連続の方程式にもとずいて検討する立場から行なわれてきており、かなりの成果が挙げられてきた。しかし、これらは数学的領域の取り扱いであって、河床面に与えられる初期擾乱に関しては何らの物理的制約も与えていないが、実際の現象はある特定の水深と水路幅を持った河道という物理領域内におけるものであって、初期に与えられる擾乱もすべての波数域のもではなく、その物理領域内において支配的な影響を持つと考えられる波数域のものが重要な意義を持つてくれるであろう。河床面における初期擾乱の要因には種々あるが、主要なものは乱流中に含まれる乱であろう。このことから、河床形態の発生機構ないし河床形態の特性を流水中の macro turbulence や eddy との対応で把握しようとする試み¹⁾がなされるが、これは有意義である。これに関して、turbulence は平均流によって移送され、ある瞬間で洗掘されたとしても次の瞬間には堆積するので体系的でゆつくりと伝播する河床形態の発生原因とはなり得ないとの批判²⁾もなされているが、macro turbulence によって与えられる初期擾乱が流水と流砂の相互作用の結果、河床の不安定領域では次々に発達すると考えるならば、河床の安定理論と河床形態の発生を macro turbulence に結びつけようとする試みとは互に矛盾するものではなく相補うものと解することができる。

こうした擾乱との対応での考察は河床形態を分類する上に有効である。すなわち、流水中に含まれる流路の特徴的なスケールは流路幅と水深であるので、ここでは、このようなスケールとの対応から河床形態を以下のように分類しよう。

- (1) 砂州 (Bars) 流路幅に対応する規模の河床形態で、波長は流路幅と同程度かそれよりも大、波高はそれを形成した平均水深と同程度である。
- (2) 砂漣 (Ripples) 砂粒子の表面に形成される粘性底層と関係を持つ最小規模の河床形態で、砂粒レイノルズ数 ($u_* d_{50} / \nu$) が ≤ 20 以下で形成され、その特性は砂粒子の特性に支配される。
- (3) 砂堆 (Dunes) 砂漣よりも規模が大きく、水深規模に対応する河床形態であって、その特性は水深に支配される。河床波と逆位相の水面波を伴い、平均流速に比しておそい速度で流下する。
- (4) 反砂堆 (Antidunes) 水面波と強い相互干渉作用を持って形成される河床波で、水面波と河床波は同位相である。反砂堆は水流と砂れきの特性に応じて、上流へ移動、下流へ移動、移動しないの3通りの場合がある。

(5) 平坦河床 (Flat Bed) 砂漣、砂堆、反砂堆および砂州を伴わない平坦な河床状態である。

(6) 遷移河床 (Transition) 砂漣や砂堆と平坦河床との遷移領域における河床形態であって砂漣や砂堆の部分と平坦河床の部分とからなる。

以上の河床の起伏を総称して河床波 (Sand waves) と呼ぶ。また、砂州に比べて砂漣、砂堆および反砂堆の規模は小さいので前者を中規模河床形態、後者を小規模河床形態と区別する。

2. 河床形態の発生機構 河床形態の発生機構は、Anderson (1953)、松梨 (1959, 1965)、Kennedy (1963, 1969)、Reynolds (1965)、椿・斉藤 (1967)、Hansen (1967)、Callander (1969)、林 (1970)、椿・渡辺・定村 (1971) らによって解析的に研究されてきたこれらはいずれも河床に与えられた微小な擾乱が時間とともに発達するか減衰するかを調べる河床不安定理論としての取扱である。一方、Velicanov (1936)、Raudkivi (1963)、Williams・Kemp (1971)、Yalin (1971) などは流水中の乱れとの関連のもとに河床形態の発生・発達の機構を把握しようと試みているがいまだ定式化するまでには至っていない。概説において述べた通り両方の接近方法が重要であると考えられる。河床の不安定理論において、流砂量が平均的な水理量によって支配され、かつ流れの場所的な変化が緩慢であるとする、河床の擾乱は常に減衰して安定となる。したがって、不安定解の発生条件を導くためには局所的な水理条件を用いる必要があつて、いずれの理論においてもその点の配慮を行なっている。Kennedy は河床形態の発生をもたらす要因として局所的な流速と流砂量の間に存在する対応の遅れの距離 δ を考え、これを流砂量式に導入し、これを用いて河床面における微小擾乱の安定、不安定性をポテンシャル流理論によって解析し、河床波の発生条件および伝播特性を明らかにした。林³⁾は、Kennedy の理論で重要な役割を演ずる位相差 δ の物理的意義が明確でないとしてこの点を修正するために、流砂量式に次に示すように河床の形状の影響を導入して理論を展開した。

$$T(x, t) = m \left[1 + \alpha \frac{\partial \eta(x - \delta, t)}{\partial x} \right] [\phi_x(x - \delta, -H, t)]^4 \quad (1)$$

ここに、 $T(x, t)$ は見掛けの容積で表わした単位幅当りの流砂量、 α は無次元の係数、 δ は局所的な流速とそれに応ずる流砂量の間に存すべきいくらかの遅れの距離で Kennedy の δ とは異なる。

林は、図-1に示す河床波についての流砂の連続式を $K\delta \ll 1$ の仮定のもとに式(1)とポテンシャル流理論とを用いて解析した結果、波高と伝播速度に関して次のような解を得た。

$$a(t) = a(0) \exp \left\{ -\frac{mg^2\alpha}{C} F_r^4 k^2 H^2 \left(C - 2 F_r^2 kH \frac{1 - F_r^2 kH \tanh kH}{\tanh kH - F_r^2 kH} \right) t \right\} \quad (2)$$

$$u_b = 4mg^2 H F_r^4 kH \left(-\frac{\alpha^2}{8C} F_r^2 kH + \frac{1 - F_r^2 kH \tanh kH}{\tanh kH - F_r^2 kH} \right) \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \quad C = \alpha / (\delta / u^2 / 2g) \quad (4)$$

$$\text{いま、} \quad F = C - 2 F_r^2 kH \frac{1 - F_r^2 kH \tanh kH}{\tanh kH - F_r^2 kH} \quad (5)$$

とおくと、式(2)により河床波の振幅は $\Gamma > 0$ のとき時間とともに増大して河床波が形成され、 $\Gamma < 0$ のときは時間とともに減衰して安定となる。安定限界は $\Gamma = 0$ と $\tanh kH - F_r^2 kH = 0$ で与えられる。すなわち、その限界は、

$$F_r^2 = \frac{\left\{ \begin{matrix} F_{r2}^2 \\ F_{r1}^2 \end{matrix} \right\}}{F_{r1}^2} = \frac{C+2 \pm \sqrt{(C+2)^2 - 8C \tanh^2 kH}}{4kH \tanh kH} \quad (6)$$

および、

$$F_{ra}^2 = \frac{\tanh kH}{kH} \quad (7)$$

で与えられる。実験値と比較して $C = 2.0$ と定められ、図-2に示す結果が得られた。

椿・斉藤⁴⁾は、河床波上の流れは1波長内において加速、減速流を繰返し、流速分布や河床剪断力は場所的に変化し、さらに河床波上の砂移動は非平衡状態にあると考え、開水路非定常流の運動方程式と連続方程式および流砂の連続方程式と非平衡状態にある流砂量式を用いて、微小な初期擾乱の安定、不安定性を検討し、さらに、河床波の波長を与えるYalinの関係式を用いて河床形態の発生領域を図-3のように示した。これはGardeが実験的に求めた領域区分をかなりよく説明しており興味深い。椿らの理論と林の理論を比較すると、流速分布の非対称性は流砂量の非対称性と対応し砂移動の非平衡性は遅れの距離と対応する。

砂州の発生に関しても、初期に与える擾乱として水路幅方向にも流下方向にも周期的に変化するものを考えることによって、上と同様な解析を進めることができる。

3. 河床形態の領域区分

河床不安定理論から、 Fr 数と波数との平面において各種の河床形態が形成されることが知られたが、与えられた水理条件と河床材料とに応じてどのような河床形態が形成されるかを適確に予知するまでには至っていない。しかし、この問題は粗度に支配的な影響を与えるだけに実際的な要請から多くの実験的次元解析的研究が行なわれてきた。Gilbert お

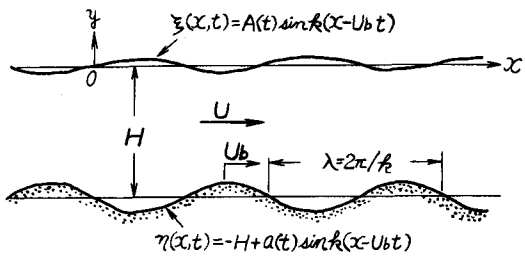


図-1 河床上の流れ(記号説明図)

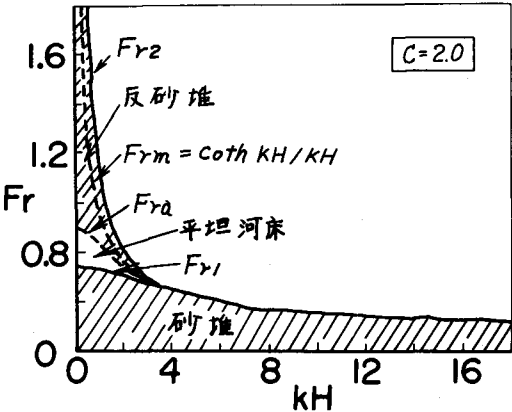


図-2 河床形態の領域区分図 (林)

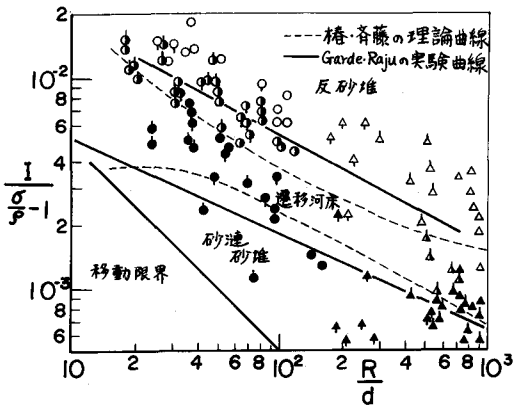


図-3 河床、形態の領域区分図(椿らおよびGardeら)

(記号は才26回年次講演会P. II-9に準ずる)

よび Guy, Simons, Richardson らの系統的な実験によって次の事が知られている。すなわち、河床形態は、掃流力が大きくなるにつれて、砂堆 → 遷移河床 → 平坦河床 → 反砂堆 と変化し、掃流力が同一の場合でも径深と勾配との組合せ方によって異なる。Garde, Albertson ($\tau_* \sim F_R$)、杉尾 ($\tau_* \sim I$, $I \sim q/W_0 \cdot dm$)、Znamenskaya ($F_R \sim u/W_0$) Garde; Ranga Raju ($I/(\sigma/\rho - 1) \sim R/dm$) ρ 。どの領域区分法はいずれもこの点を考慮している。いずれの方法も従来の多くの資料をすべての確に区分しようというわけには行かず、現在の所どの方法が最も優れているかを判定することは非常にむずかしい。ここでは、図-3 に Garde⁵⁾らの方法を示しておく。

一方、砂州の形成条件には、無次元量 H/B が関与すると考えられるが、これに関して鮭川⁶⁾

は図-4の区分法を提案している。なお、河床形態は観察によって中規模河床形態(砂州)か小規模河床形態かの何れかに区分されて図-4が作られたが、実際には両者の河床形態は共存しうるので、この区分法は、中規模河床形態を重視して作られたものと解することができる。

4. 河床波の形状特性

(1) 河床波の構造 河床波は種々の波長成分からなり形状を定量的に評価するためには平均量の他に統計的構造が重要となる。最近、スペクトル解析などによりその特性が種々検討されているが、こうした検討は、単に卓越波長を見い出すなどの形状の定量的評価のためばかりではなく、河床波が与えられた外的擾乱に対してどのように対応して発達するか、さらに各波数領域ごとにどのような相互関係を持っているかなど河床波の内部構造を考察するために重要である。流水の擾乱が河床波に変換される過程には、概念的に考えて流水と砂れきの運動特性の相違が関与し、河床波のスペクトル特性はこうした関係を反映するであろう。上の過程において、水粒子と砂れきの慣性力の相違から、波数 k がある値以上になると砂れきの特性が支配的な影響を持つようになると考えられるが、日野⁷⁾ はこうした領域について河床高 η の場所的变化の割合が河床砂の安息角 ϕ を越えることができないことから ϕ と k で現象が支配されるとして、次元解析により次のような波数スペクトルの -3 乗則を導いた。

$$S_{\eta\eta}(k) = \alpha(\phi) k^{-3} \quad (k_0 < k < d^{-1}) \quad (8)$$

ここに、 $S_{\eta\eta}(k)$: 波数スペクトル、 $\alpha(\phi)$: ϕ の関数、 d : 河床砂の粒径、 k_0 : 上の関数が成立する下限波数、高波数域においては、現象が砂れきの安息角と k で支配されるとする考え方は興味はあるが、実際には、係数 $\alpha(\phi)$ は水理条件によってかなり大きく変化するという実験結果も得られているので、上の考え方について今後さらに検討する必要がある。一方、福岡、芦田・奈良井、白

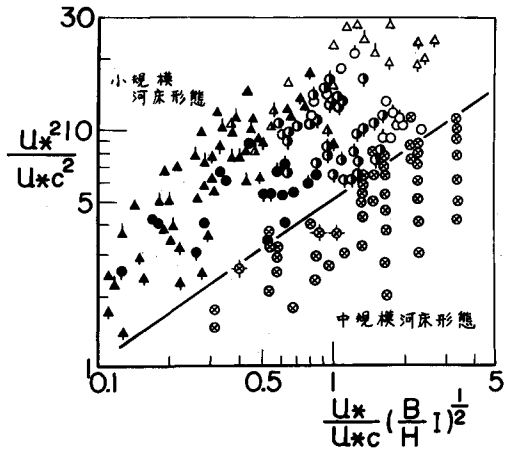


図-4 中規模河床形態の領域区分(鮭川)

砂らは流水の乱れのスペクトル構造と河床波のそれとの対応関係について検討し、両者の間に密接な対応関係があることを示唆する興味ある結果を得ている。しかし、まだ正確な資料が少なく確定的なことを言い得る段階になく、今後の研究が大いに期待される。

(2) 河床波の平均波長、平均波高 粗度と河床形状との関係を調べる上においては、平均波長、平均波高が重要な指標になる。これらの特性値と水量との関係は各河床形態によって異なるであろう。いま、砂澁、砂堆の領域について、水深 H と平均波長 λ の比 H/λ と砂粒レイノルズ数 $(u_* d_{50}/\nu)$ との関係を示すと図-5のとおりである。

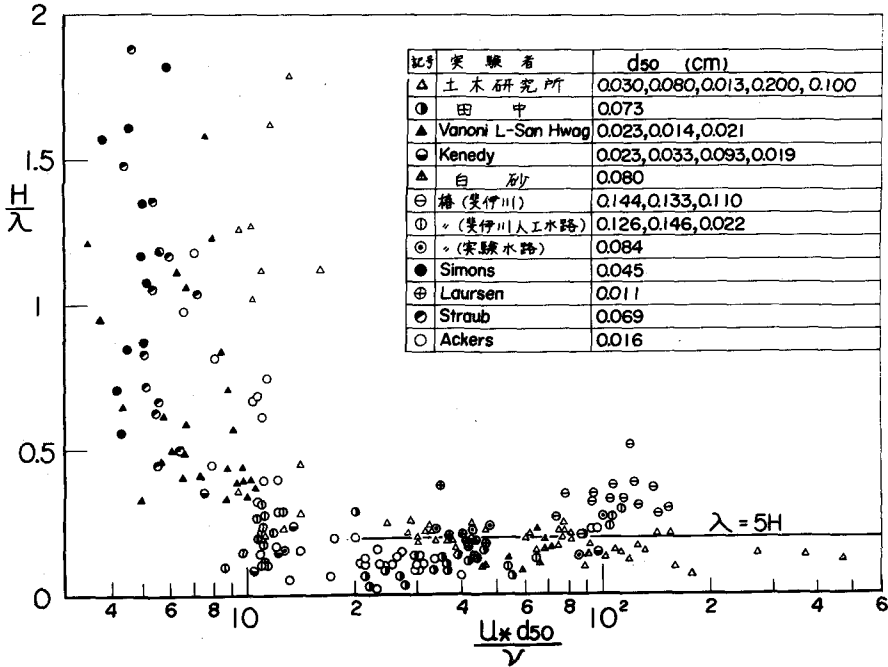


図-5 H/λ と $u_* d_{50}/\nu$ の関係

$u_* d_{50}/\nu = 20$ 程度の値を境にして、 H/λ の特性は顕著に異なり、

$u_* d_{50}/\nu > 20$ (砂堆) : H/λ はほぼ一定で、平均的には $H/\lambda \approx 0.2$

$u_* d_{50}/\nu < 20$ (砂澁) : H/λ は大きく変化し、両者の間には関係はない。

すなわち、前者の領域では波長は水深と密接な関係を有しており、砂堆の領域であり、後者は、水深によって規定されない砂澁の領域である。この境界の $u_* d_{50}/\nu$ の値は厳密には 10 程度であって $10 < u_* d_{50}/\nu < 20$ の範囲はむしろ砂澁と砂堆との遷移領域と考えた方がよいが、ここでは上の領域で分割して形状特性を調べよう

砂堆の波長 λ 、波高 Δ について Yalin⁸⁾ は次式を提案している。

$$\lambda = 5H \quad (9)$$

$$\frac{\Delta}{H} = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau_0} \right) \quad (10)$$

波長に関しては図-5に見るとおり平均的にほぼ式(9)が成立する。また、 Δ/H と τ_c/τ_0 の関係は図-6のとおりであって、式(10)の係数は $1/6 \sim 1/2$ の範囲に分布し、式(10)は Δ/H の下限

値を与えるようである。平均流速の対数則から、

$$\frac{u_m}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{H}{k_s} \quad (11)$$

$$\frac{H}{k_s} = f \left(\frac{H}{\Delta}, \frac{\Delta}{\lambda} \right) \quad (12)$$

で与えられる。移動床の u_m/u_* が十分発達した砂堆の領域において平均的には河床材料に無関係に一定値 10 程度の値を取るとともにかなりの散らばりを示すのは、上述の形状特性から十分説明することができる。ちなみに、 $k_s = \Delta$ とし、 $\Delta/H = 1/5$ とすると、 $u_m/u_* = 10$ となる。

一方、砂漣の波長、波高は水深よりもむしろ粒径に関係づけられると考えられる。これに対して Yalin は、

$$\lambda = 1000 d_{50} \quad (13)$$

を提案している。実測値を検討した結果 λ/d_{50} は τ_c/τ_0 に関係なく、

$$\lambda/d_{50} = 300 \sim 1500 \quad (14)$$

の範囲に分布し、平均的には 800 程度である。また、波高 Δ は、

$$\Delta/\lambda = 1/5 \sim 1/20 \quad (15)$$

に分布し、平均的には $1/10$ 程度である。この領域における抵抗は、 k_s/d の関係で解析することが妥当である。

つぎに、砂州の波長は図-7 に示すとおり、水路幅と密接な対応関係を有する。水路幅の取り方により関係は若干異なるが、波長 λ は

$$\lambda/B = 7 \sim 15 \quad (16)$$

の範囲に分布する。この場合 λ は蛇行曲率の卓越波長を表わし、砂州の場合に対してはその長さの 2 倍を取っている。

以上のように、スケール概念を導入した河床形態の分類とそれにもとづく各領域の形状特性の考察は移動床の粗度に対して有用な資料を提供する。今後さらに適確な領域区分と形状特性の評価法を確立して、移動床の粗度予知法の精度向上に務めなければならない。

1) Yalin M.S.: On the formation of dunes and meanders, Proc. IAHR, Paris, 1971
 2) Kennedy J.F.: Laws of sediment transport and bed deformation, Proc. IAHR, Paris, 1971

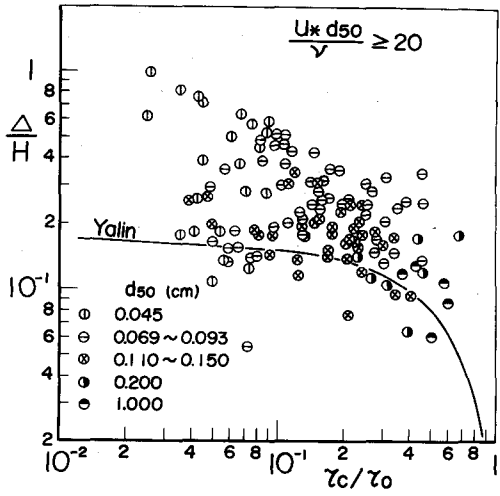


図-6 Δ/H と τ_c/τ_0 の関係

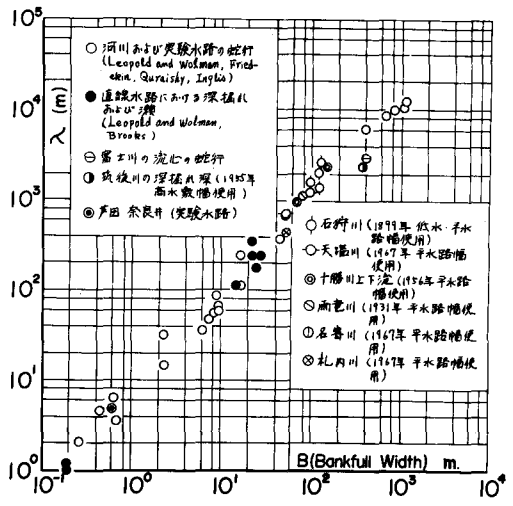


図-7 λ と B の関係

- 3) Hayashi T.: Formation of dunes and antidunes in open channel, Proc. ASCE, HY2, 1970
- 4) 椿 東一郎, 斉藤 隆: 流れによる Sand Wave の発生限界, 九大工学集報, 才40巻, 1967
- 5) Garde R.J. and Ranga Raju: Regime criteria for alluvial Streams, Proc. ASCE, HY6, 1963
- 6) 鮠 川 登: 直線河道における砂礫堆の形成条件について、才26回土木学会年次講演会、1971
- 7) Hino, M: Equilibrium-range spectra of sand waves formed by flowing water, J. Fluid Mech. NO 134, 1968
- 8) Yalin M.S.: Geometrical properties of Sand Waves, proc. ASCE HY5, 1964