

洪水発生の特性に關する一考案

金沢大学工学部 正員 ○ 高瀬信忠

金沢大学工学部 正員 鈴木秀利

1. はじめに

水工計画の基礎となる水文諸量は自然界における多くの物理的因子によって左右され、これら諸因子の結合作用によって発生するものである。しかし実際には、これら多くの因子を説明することは不可能であり、したがって、いろいろの仮定のもとに水工計画がなされている。水文諸量の評価の一手段として統計的解析方法があるが、この方法は現在最も有力な手段とされている。統計的概念が水文諸量の解析に取り入れられたのは、19世紀の終りから20世紀の初期といわれているが、今日まで多くの研究がなされ、そして現在では、確率洪水や確率渇水など確率水文量の概念が広く一般の水工計画に取り入れられて大いに活用され、その役割は大きいものがあるといわなければならない。しかし、このような不確実な水文諸量、そして不十分な観測資料をもとにして立てた水工計画の不備などによる被害も発生している現状である。そこで水工計画による安全性が大いに問題となるのであるがこれに対する考え方および研究として、本論文は洪水発生の特性に關して考察を加えたものである。これらの研究成果は河川改修工事の規模を決める計画高水流量の決定などに際し、貢献するところが少なくないであろうと思われる。

2. 洪水発生の確率

(1) 計画高水流量を超過する確率

計画高水流量を Q とし、それより大きな洪水流量を X とすれば、超過確率は $P(X > Q)$ で表わされ、非超過確率は $P(X \leq Q)$ で表わされる。当然ながら、超過確率と非超過確率は次の様な関係がある。

$$P(X > Q) + P(X \leq Q) = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

計画高水流量 Q は再現期間を T 年とすれば、この T 年とは、流量 Q の洪水が一度だけ等しいかそれとも超過するまでの期間の長さの平均である。したがって、今後の T 年間に超過する洪水流量が必ず1回だけ起こるとは限らないのである。すなわち、流量 Q を超過するような洪水流量は、決して T 年の時間的に等間隔で現われるものではないので、確率流量を計画高水流量にする場合には、これらの事実を念頭において計画を立てなければならない。

さて、計画高水流量 Q に等しいか超過する洪水の起こるであろう確率 $P(X \geq Q)$ は

$$P(X \geq Q) = \frac{1}{T} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、水文現象において、洪水流量 X は連続的であるから、 $X = Q$ となる確率は非常に小さく無視すると、 $P(X \geq Q) + P(X \leq Q) = 1$ となる。非超過確率 $P(X \leq Q)$ は各々の年において、次の様に表わされる。

$$P(X \leq Q) = 1 - \frac{1}{T} \quad \dots\dots\dots (3)$$

洪水流量 X の発生は各年において独立であるから、 N 年間全く計画高水流量を超過しない確率 $P(X \leq Q)$ は

$$P(X \leq Q) = P^N(X \leq Q) = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \quad \dots\dots\dots (4)$$

したがって、(1)、(3)および(4)式より N 年間に計画高水流量を超過する確率 $P(X > Q)$ は

$$P(X > Q) = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \quad \dots\dots\dots (5)$$

(2) 耐用安全値の概念

耐用安全値の概念を用いた文献¹⁾もあるが、ここでも同じく耐用年限 N 年間に計画高水流量 Q を超過しない確率が $P\%$ とすると、耐用年限 N 年、すなわち寿命 N 年で安全率が $P\%$ の耐用安全値であると解釈しよう。

いま、年最大洪水流量 q の分布関数を $f(q)$ とすると、年最大洪水流量は年ごとに独立であるから、ある任意の年の q が計画高水流量 Q を超過しない確率は $f(Q)$ となる。 Q が耐用年限 N 年で安全率 $P\%$ の耐用安全値とすれば、 $P/100$ は洪水流量 q が N 年間計画高水流量 Q を超過しない確率である。よって次の通りの関係式が成立するであろう。

$$\frac{P}{100} = \{f(Q)\}^N \quad \dots\dots\dots (6)$$

この式の $f(Q)$ は(3)式と全く同じものであるから、

$$f(Q) = 1 - \frac{1}{T} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(7)を(6)式に代入して対数をとれば

$$\log P - 2 = N \log \left(1 - \frac{1}{T}\right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

この(8)式の関係をもつ対数紙上に図化したものが、図-1である。この図から再現期間 $T = 100$ 年に相当する縦線と、耐用年 $N = 100$ 年に相当する横線での安全率を斜線から読みとると、37%となる。これは100年確率の洪水流量を計画高水流量とした場合、100年間に1度も計画高水流量を超過しない確率は37%であるということを意味している。耐用年限10年で安全率を90%とするならば、計画高水流量を再現期間100年の確率洪水流量としなければならないことが図-1より読みとれるわけである。

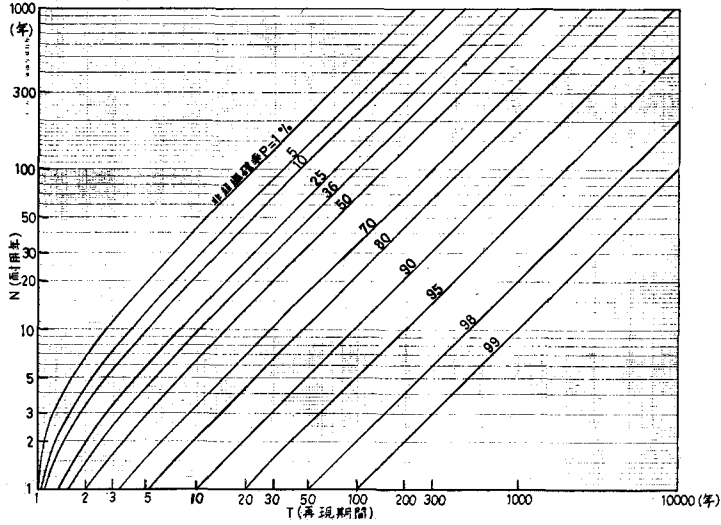


図-1 $T \sim N \sim P$ 関係図

3. N年間にT'年洪水を超過し、T年洪水を超過しない確率

われわれは単に、計画高水流量を超過すると一口にいても、その超過の大きさには色々な違いがあり、そして、その違いが問題になるのであるが計画高水流量の決定に際し、いかなる確率洪水流量を用いるのが適当であるのか。そして計画に用いる確率洪水流量の違いによる安全率はどのように変化するのだろうか。ここでは計画高水流量と洪水流量の差の大きさを求めるのに、次の様な考え方をした。すなわち、各河川により計画高水流量は異なっており、その規模は千差万別であるので、単なる洪水流量と計画高水流量の差では一般的にいろいろな河川の比較ができない。そこで一般的にするために、確率洪水流量を用いた。いま各河川の確率洪水流量は決まっているものとみなし、計画高水流量をT'年洪水とすると、T年洪水との差はその河川のT年洪水に相当する洪水流量と、T'年洪水の計画高水流量の差となり、具体的な流量として表わすことができる。したがって、ここでは計画高水流量と洪水流量との差の大きさを表わすのに、洪水流量を相当するT年洪水のT年に変換して論ずることにしたのである。

T年洪水とT'年洪水の間の大さの洪水がN年間に起きるであろう確率Pは、次式で求めることができる。
$$P = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N - \left(1 - \frac{1}{T'}\right)^N \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、T'年洪水を計画高水流量とすれば、Pは計画高水流量を超過し、T年洪水に相当する大きさの洪水までの洪水がN年間に起きるであろう確率となる。図-2-1、図-2-2および図-2-3はそれぞれT'=10, 50, 100年洪水とし、(9)式を両対数紙上に図化したものである。例えば、計画高水流量として再現期間100年の確率洪水を用いた場合、超過するT年洪水の発生確率を求めるものであるが、この図-2-3についての読み方、そして意味について説明すると、T=130の曲線は100年洪水を超過し、130年洪水までの間に入る大きさの洪水が発生する確率を示すものである。例えば10年間に100年洪水を超過し、130年洪水を超過しない確率を求めるには、横軸が10の所とT=130の曲線の交点を縦軸で読みとると、21%となる。この21%が100年洪水を超過し、130年洪水を超加しない確率である。同様にして読んでゆくと10年間に100年洪水を超過し、200年洪水を超加しない確率は47%となっている。他の曲線の読み方も同様であるが、T=∞の曲線はN年間に100年洪水を超過し、∞年洪水を超過しない確率、すなわち、N年間に100年洪水を超過する確率を示している。例えば、10年間に100年洪水を超過しない確率は、図-1より90%と読むことができるので、超過する確率は10%となる。この値を図-2-3で読みとるには、横軸が10でT=∞の曲線の交点を縦軸で読むと10%となる。図-2-1、図-2-2および図-2-3の読み方は以上の通りであるが、次に読みとった値の意味について述べると10年間に100年洪水を超過し、130年洪水を超過しない確率を21%と読んだが、このことは計画高水流量として100年洪水を用いる代りに130年洪水を用いたとすれば、10年間に超加しない確率が21%増すことになる。そして10年間に100年洪水を超過する確率の9.6%から21%を減じた7.5%が130年洪水で計画したものが10年間で超過する確率となる。この7.5%を図-2-3において求めるのには、横軸が10でT=130とT=∞の交点の間の値を読みとればよい。また、100年洪水の代りに200年洪水を用いたとすれば、10年間、100年間でそれぞれ超過する確率が47%、240%となっている。このとき、T=∞の曲線より100年洪水を超過する確率が10年間、100年間ではそれぞれ9.6%、63.4%であるから、200年洪水と100年洪水を比較すれば、100年間では200年洪水の方が大体4割ほど超過する確率が少ないことになる。

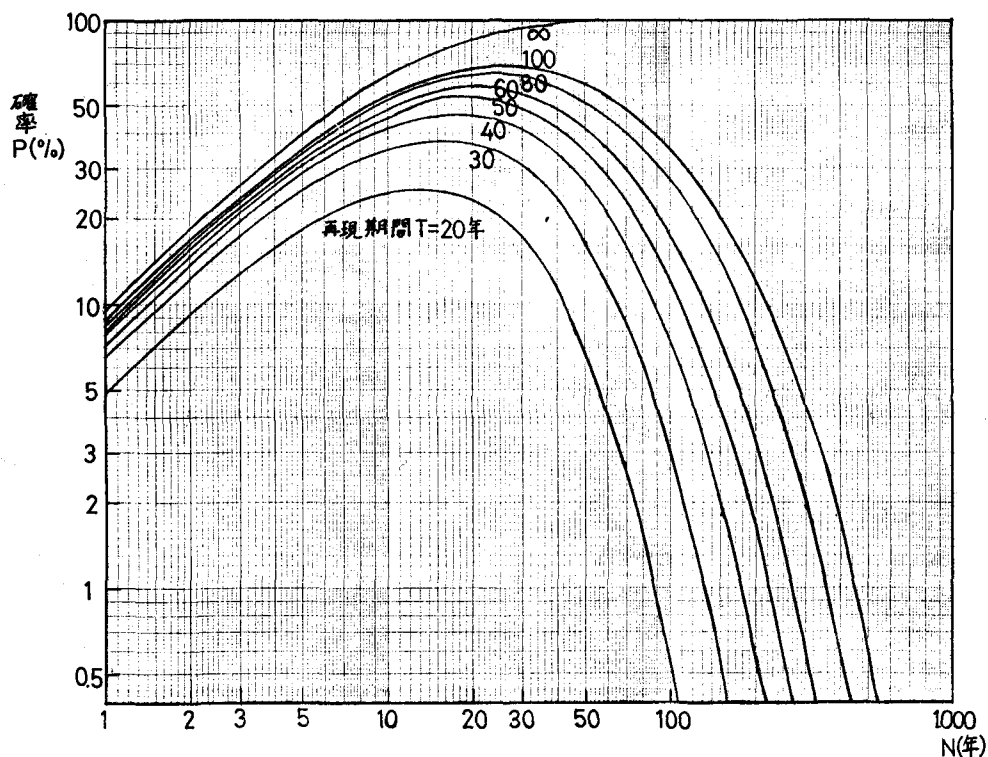


図 - 2 - 1 N 年間に10年洪水を超過し、 T 年洪水までの確率 P

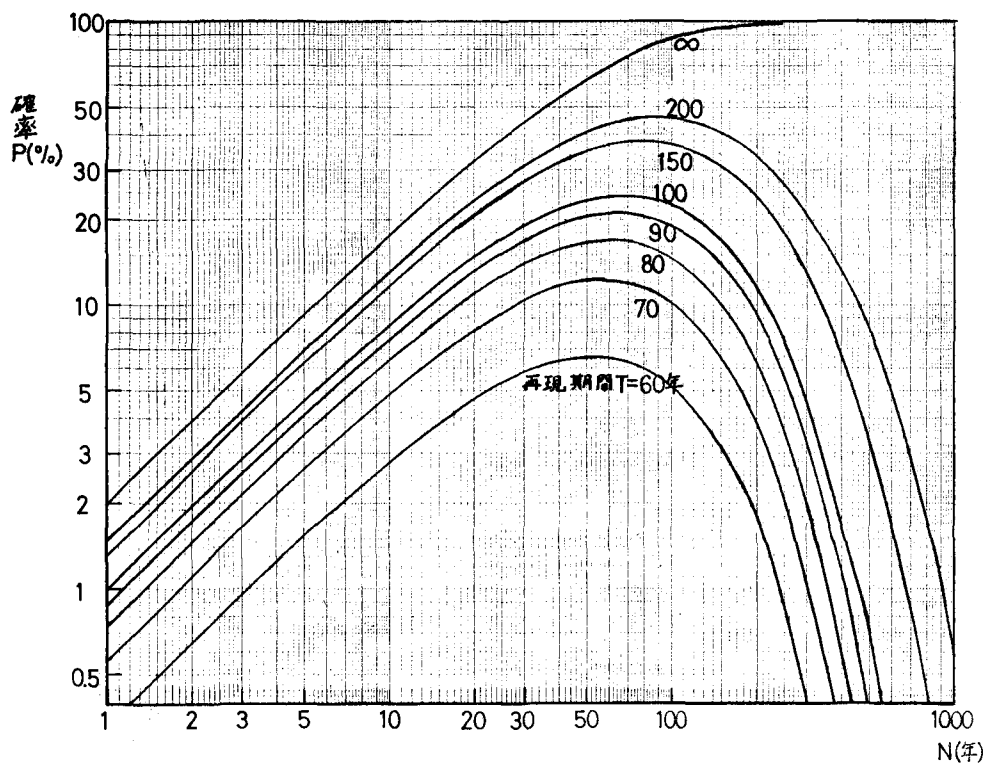


図 - 2 - 2 N 年間に50年洪水を超過し、 T 年洪水までの確率 P

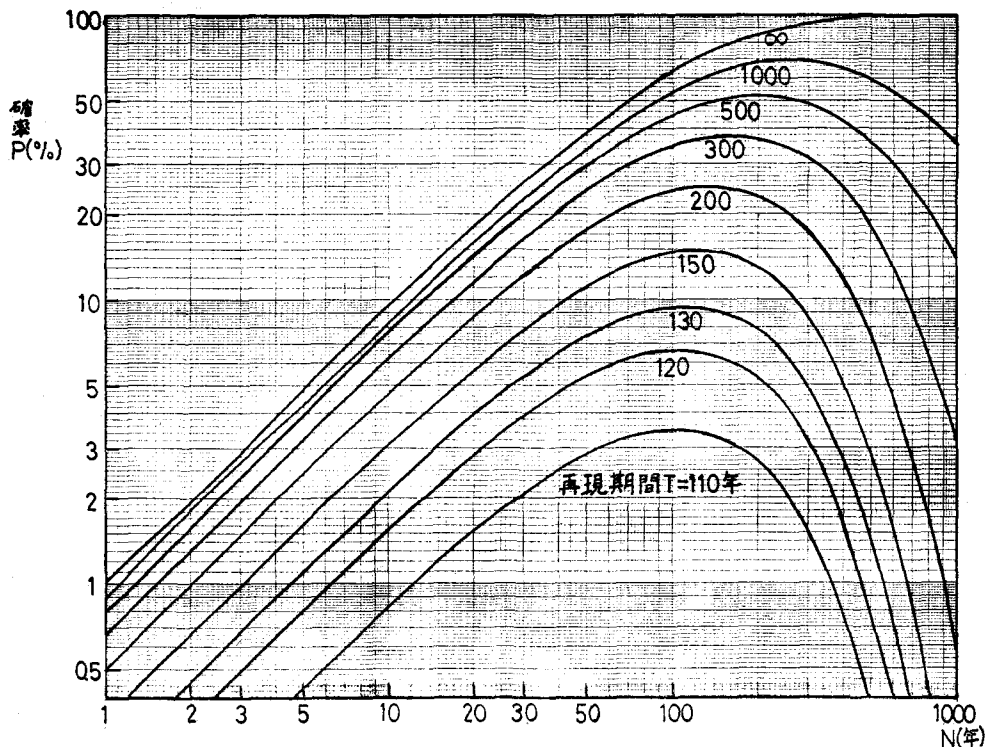


図-2-3 N年間に100年洪水を超過し、T年洪水までの確率P

しかし、この値も $T=200$ 年を過ぎるとその割合は減少してゆき、あまり長期においては超過しないという期待は持てないことを図-2-3は示している。以上のことより安全性を増すためには計画高水流量として、確率洪水をある程度以上増さなければ、その効果が薄いことを理解できるものと思われる。

4. M年間最大値洪水の特性

計画高水流量などを決めるに際して、以前は観測資料中の最大値をそのまま用いていたのであるが、最大値は何か一つの重要な基準値となることは明らかである。しかし、この既往最大値は非常に重要な因子であるにもかかわらず十分な説明がなされていなかったで、われわれは既往最大値のもっている特性について、観測資料M年間の最大値を計画高水流量として採用した場合、計画高水流量を超過せずに安全であるのは何年間であるのか。この安全である年数を寿命であると解釈して研究考察した2)。いま、これらの研究成果に基づいて、ある観測期間の最大値を計画高水流量とした場合、N年間は安全である非超過確率Pを資料数に变化させて片対数紙上に図化したものが図-3である。この図-3より50年間の最大値を計画高水流量とした場合、50年に一度もこれを超過する洪水が発生せずに安全である確率を求めるのには、資料数50年の曲線と横軸が50の交点を縦軸で読みとると50%と読まれ、この50%が求める確率である。また同様に50年間の最大値を計画高水流量とし、10年間は一度も洪水が発生しないであろう確率は、資料数50年の曲線と横軸が10の交点を縦軸で読むと83%となる。

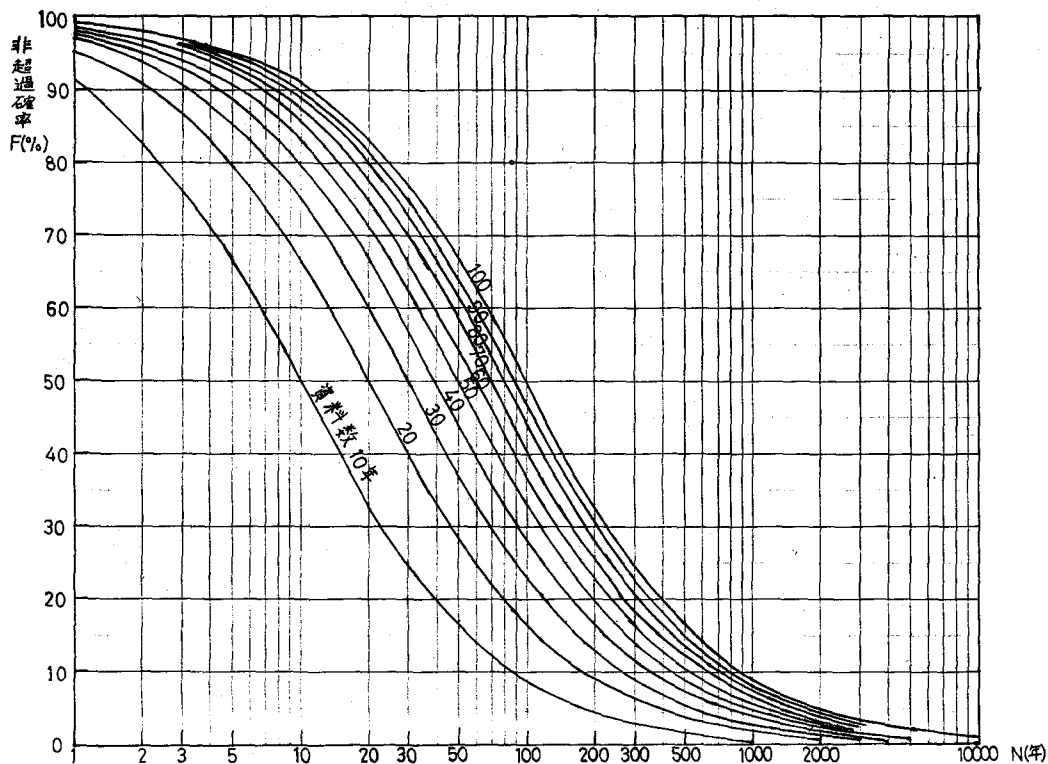


図-3 M年間最大値洪水の特性

ここでM年間最大値洪水を計画高水流量としたものと、T年洪水を計画高水流量にしたものを比較してみると、 $M = 5N$ においてN年間に計画高水流量を超過しないであろう確率はそれぞれ

図-3より83%、そして図-1より82%となりN年間の安全はほぼ等しくなっている。また $M = 10N$ および $20N$ 、そして $T = 10N$ および $20N$ において、前者はそれぞれ91%、95%となり、後者は90%、95%となってN年間の安全は、ほぼ等しくなっていることが図-1と図-3より理解できるであろうと思われる。

参 考 文 献

- 1) 川畑幸夫：水文気象学，昭和43年6月，P.P. 126~128.
- 2) 高瀬信忠，鈴木秀利：大雨および洪水発生の特性に関する研究，第25回土木学会年次学術講演会講演集，昭和45年11月，P.P. 185~186.