

(200 V ~ 15 KW , 10 KW) によって水温を 45℃ 以下の範囲で変えることができ、したがって水の粘性係数が可変である。移動境界面の変動は、スポット・ランプ (120 V ~ 300 W) の光をスリットを通じて任意の位置に斜上方より照射し、レール上を水路に平行に移動できるカセット・メーター

(X方向, Y方向ともに読取精度 0.01 mm) によって測定した。水流中の乱れは光電管式プロベラ型流速計の回転に対応するパルスを電磁オシログラフに記録させ、パルス間隔の変動に基づいて推定する方法¹⁾によって求め、境界面付近の流速分布については直径100μの白金線のプローブを用いた水素気ホウ法によって写真撮映を行なった。この際砂粒の移動状況が同時に写されている。実験条件と結果の例を表-1に示す。

RUN	水温℃	U cm/sec	Q l/sec	I	D cm	V cm/sec	Fr	U_{*} cm/sec	X_0 cm	L cm	$\Delta h / \Delta t$ mm/sec
1	14.2	0.0117	3.95	1/467	4.88	27.0	0.39	3.20			
2	16.2	0.0111	3.95	1/280	4.58	28.8	0.43	4.00	66	9.1~10.8	0.394
3	15.3	0.0114	3.95	1/350	4.6	28.6	0.43	3.6	83	7.5~9.3	
4	15.2	0.0114	3.95	1/350	4.71	28.0	0.41	3.63	96.81	11.1~12.1	
5	16.8	0.0110	1.53	1/350	2.8	18.2	0.35	2.80	96		
6	31.7	0.0077	3.95	1/437	4.6	28.6	0.43	3.21	69	6.1~9.3	
7	40.6	0.0065	3.90	1/350	4.57	28.4	0.43	3.58	60	8.5~9.2	
8	41.5	0.0064	3.85	1/437	4.6	27.9	0.42	3.21	53		
底質: 平均粒径 374μ 標準偏差 45.3μ 比重 2.66 乱れ強度: $\sqrt{U'^2} = 0.022 \sim 0.035$ U_* : 摩擦速度 L : 7Lスト間隔											

表-1 実験(1)の結果

水路(2)における実験: 比較的粗粒の底質を用い、高フルード数領域も含めて、可能なかぎり大きなスケールの sand-waves を生じさせた。実験条件と結果の例を表-2に示す。

RUN	粒径mm	Q l/sec	I	D cm	V cm/sec	Fr	水面	形態	L cm	WD
1	0.6~1.2	60.0	1/400	11.0	109.1	1.05	自由	平坦		
2	0.6~1.2	11.8	1/400	4.8	49.2	0.72	自由	三波	16.5	1.83
3	0.6~1.2	11.8	1/400	5.0	47.2		固定	二波	52.5	
4	2.0~10.0	60.0	1/100	11.0	109.1	1.05	自由	二波 Anti-Dune	70.0	0.99
5	2.0~10.0	75.0	1/100	13.5	111.0	1.15	自由	三波 Anti-Dune	75.0	1.13
6	2.0~10.0	49.0	1/200	10.0	98.0	0.99	自由	三波 Dune	145.0	0.43
7	2.0~10.0	65.0	1/100	10.5	123.8	1.22	自由	二波 Anti-Dune	55.0	1.20
8	2.0~10.0	34.5	1/200	8.3	83.1	0.92	自由	三波 Dune	120.0	0.43
9	2.0~10.0	43.0	1/200	10.0	86.0		固定	二波	110.0	
10	2.0~10.0	54.0	1/200	11.5	93.9		固定	二波	150.0	

表-2 実験(2)の結果

この場合の一部に anti-dune もみられており、sand-waves と水面のかく乱との相互関係を知ることおよび形態の遷移に対する底質の粒度の影響について検討しようとしたものである。実験は自由水面を有する場合および、水路内に予備実験によって推定された水面に沿って剛なアクリル板をとりつけて自由水面をなくした場合について行なわれている。自由水面のある場合には水路横断面内に並列に抵抗式水位計を 10 cm 間隔に設置して、水面形の時間的変化をペン書オシログラフに記録させている。横断面内の水面変動の例が図-2に示されている。

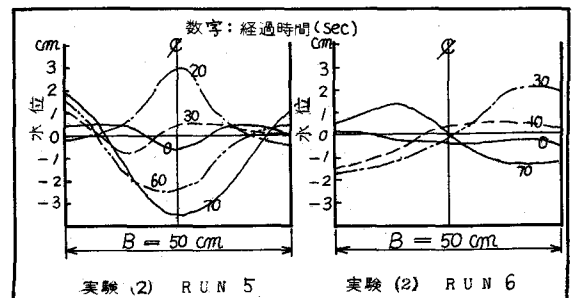


図-2 sand-waves 上の水面変動

3. 結果と考察

1) sand - wavesの発生について：初期河床が完全に平タンであり，水流による掃流力に空間的変動がなく一様であるものとするれば河床の移動境界は当然平タンのままに維持されることから，sand - wavesが形成されるためには河床付近または流れの中に何らかの局所的かく乱が必要である。安定理論的解析法においては，このような初期かく乱として任意のスケールの正弦波の変動が想定され，与えられた一定の水理条件下における変動成分の増幅率を求めることによって出現する波の特性規模が予測されるのであるが，ここでは先ずこのような初期かく乱について実測資料に基づいて考察してみたい。

実験 (1)においては，限界掃流力を越えて底質が移動を始めても長時間にわたって sand - wavesの形成をみない領域があった。これは H. K. Liu²⁾によって $\frac{U_* d}{\nu}$ と $\frac{U_*}{W}$ の関係 (W ：粒子の沈降速度)で示された領域に近いが，ここではこのような状態にある水路の一点に強制かく乱を与えるとその場所を起点として下流側につぎつぎとある範囲のクレスト間隔をもつ sand - wavesが形成される場合がみられた。写真-1は約5 mmの径の砂粒を置いた場合のものである。砂粒の背後に生ずる後流に伴う三次元的乱れによって付近の移動床がかく乱されるが，やがて二次元に近い形状のクレストが生じて更に下流側に sand - wavesを誘起し，写真にみられるように下流の波のクレスト幅が漸次増幅されて終局的には水路全幅をしめるようになる。

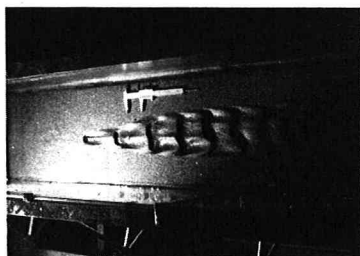


写真-1

次に，掃流力をやや増大させると最初のクレストが自然発生する領域に入る。この場合も下流側の sand - wavesの形成過程は前例と非常に類似している。このような第一波の発生位置の移動床始点からの距離を X_0 として $\frac{U_* d}{\nu}$ との関係を示したのが図-3であるが，Reynolds numberの増大に伴って発生位置が上流に移る傾向がみられる。

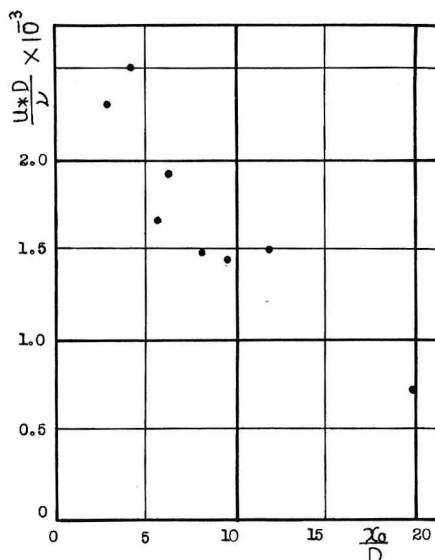


図-3

ここで平板に沿う流れの境界層内に生ずる乱れに対して微小変動の線型安定理論を応用した Tollmien - Schlichting^{3) 4)}の解析について考える。その方法は(1)式で表わされる変

$$\psi = \phi(y) \exp i k (x - ct) \quad \text{----- (1)}$$

$$c = c_r + i c_i \quad \text{----- (2)}$$

動流関数と (2)式のようなかく乱波の複素速度を考え，変動項について線型化された Navier - Stokes の方程式と連続方程式より (3)式の関係を誘導し，(4)式に示される境界条件によって c に関する固有値問題として扱ったものである。

$$(\bar{u} - c) \{ \phi'' - k^2 \phi \} - \bar{u}'' = \frac{1}{i k R} (\phi'' - 2k^2 \phi'' + k^4 \phi) \quad \text{----- (3)}$$

ここに $R = \frac{U_\infty \delta}{\nu}$ ， $\bar{u} : y$ にのみ依存すると考えた基本流速， U_∞ ：境界層外縁の流速， δ ：境界層の排除厚，式中の prime は y に関する微分を示す。

$$\left. \begin{array}{l} \phi = 0, \phi' = 0 : y = 0 \\ \phi = 0, \phi' = 0 : y = \infty \end{array} \right\} \text{----- (4)} \quad \bar{u}(y) = 0.574y - 0.0210y^4 + 0.947 \times 10^{-4}y^7 - \dots \text{----- (5)}$$

基本流速としては (5) 式で示される Blasius による境界層内の速度分布型を用いて、結局、安定に対する中立曲線の critical Reynolds number として $R = \left(\frac{U_{\infty} \delta}{\nu} \right)_c = 420$ がえられている。またこのような波に対する実験結果として、板の先端からの距離 x を用いて表わした critical Reynolds number $\left(\frac{U_{\infty} x}{\nu} \right)_c$ が $3.5 \sim 5 \times 10^5$ の範囲にある例がえられている。上の両者について実験 (1) の結果を整理すると次のようである。

$$\frac{U_{\infty} \delta(x_0)}{\nu} = 405 \sim 640 \quad \frac{U_{\infty} x_0}{\nu} = 0.56 \sim 1.37 \times 10^5$$

Tollmien - Schlichting の波の臨界点に対して影響する要素としては、① 水流中の乱れの強度 ② 境界面粗度の特性 ③ 境界付近の流速分布型などが考慮されなければならないが、上記の事項を総合して考えるとこの場合の河床のかく乱の発生は境界付近のセン断流中に発達する乱れに起因するといえるであろう。従ってこのような現象に対しては水の粘性の影響も大きいことになる。

2) sand - waves に対する安定理論について： 1) における検討によって sand - waves が形成されるためには発芽のかく乱の存在が必要であり、そのかく乱の形態は形成される波の形態に対してあまり影響しないが、その強さあるいは振幅は有限であることの必要性が考えられた。次に解明されなければならないのは、引き金の役割を演ずる発芽のかく乱が生じた後に下流側につぎつぎと現われる波の形成過程、特にその増幅機構である。sand - waves の系の発達過程においては、一般にクレスト間隔が変化し、波高も漸次増大して水面のかく乱を誘起して顕著な相互作用を呈したり、あるいはクレスト後流域に生ずる渦動によって初期の二次元形態が不規則に変形したりするが、この段階に対しては他の観点からの解析法が要請されるであろう。ここでは引き金のかく乱によって下流側にあらたな波が形成される過渡的段階において安定理論的手法が有効であると考えて、水面波形の影響が微小であっても移動境界面付近の現象によって不安定の起こりうる可能性について検討する。

主流方向に x 軸、鉛直方向に y 軸をとり、それぞれを代表的長さで割って無次元化した座標をとる。 x, y 方向の流速をそれぞれ u, v とし、 y 方向のみに速度分布をもつ基本流 $\bar{u}$ と変動流関数 ψ を用いて次式のように表わされるものとする。

$$u = \bar{u}(y) - \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{----- (6)} \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \text{----- (7)}$$

流関数 ψ は、微小な振幅をもつ境界面付近の水流の変化を示すものであり、境界面のかく乱に伴って速度 C_r で移動し、振幅関数 f を用いて (8) のような正弦波成分で表わされるものとする。 C は (9) 式に示される複素速度を考える。次に ψ を用いて渦度を表わすと (10) 式となり、

$$\psi = f(y) \exp\{i k(x - ct)\} \text{----- (8)} \quad C = C_r + i C_i \text{----- (9)}$$

これを渦度輸送方程式 (11) に代入し、変動項に関して線型化を行なって整理すると (12) 式がえられる。

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(- \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \nabla^2 \psi \right) \text{----- (10)} \quad \frac{D \zeta}{D t} = \nu \nabla^2 \psi \text{----- (11)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi) + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) - \bar{u}'' \psi = \nu \nabla^4 \psi \text{----- (12)}$$

更に (12) に (8) 式を代入して整理すると f に関する微分方程式 (13) が求まる。

$$(\bar{u}-C)\{f''-k^2f\}-\bar{u}''f=\frac{\nu}{k}\{f^{(4)}-2k^2f''+k^4f\} \text{-----}(13)$$

式中の prime は y に関する微分を示す

(9) 式中の C_2 は水流におけるかく乱の増幅率を示す量であるが、移動境界面の形状が次式のように

$$h(x,t)=h_0\exp\{ik(x-ct)\} \text{-----}(14)$$

与えられるものとすれば、そのまま境界面の不安定、すなわち sand - waves の増幅率を示す量になる。

ここで流砂の面から条件を考察する。 先ず流砂量に関する連続方程式 (15) を考え、掃流砂量式とし

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_b}{\partial x} = 0 \text{-----}(15) \quad q_b: \text{単位幅当りの流砂量 (容積レート)}$$

て例えば Meyer - Müller の式 (16) が微小なスケールの変動に対しても十分に敏感であるものとする

$$q_b = 8(\theta - 0.047)^{3/2} \left\{ \left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right) g d \right\}^{1/2} \text{-----}(16)$$

$$\theta = \frac{u_*^2}{\left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right) g d} = \frac{\nu}{\left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right) g d} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \text{-----}(17)$$

ば、(6) ~ (8) および (14) ~ (17) の関係から C について (18) 式が求まる。したがって、上の推論において、かく乱の増幅率は最終的に (18) 式の虚数部によって求められるのであるが、不安定領域の

$$C = 12\nu d \left\{ \left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right) g d \right\}^{-1/2} (\theta_0 - 0.047)^{1/2} (f'' + k^2 f) \text{-----}(18)$$

θ_0 : 基本流による無次元掃流力

存在は適当な境界条件によって定まる (13) 式の f の性格による。

水素気ホウ法による境界面付近の流速分布の例を写真 2, 3 に示した。写真 2 は掃流力が小さく底質が移動していない場合、写真 3 は限界掃流力をこえ sand - waves が形成される直前の場合のものである。写真 3 では境界面にみかけ上のすべり速度があるように見えるが、これは砂粒径のオーダーの厚さをもつ移動層が存在するためであると考えられる。従って上記の計算にあたっては、図 4 に示された $y=0$ の位置において $\phi=\phi'=0$ なる境界条件を与えることが考えられる。また非粘性の項のみ場合の不安定を生ずる要因となる基本流の流速分布 $\bar{u}(y)$ として同図中に示したような傾向がみられるとすれば不安定性の増すことが予測される。

次に、sand - waves 上を移動する底質は大部分、クレストの後流域で斜面に沿って堆積するが、掃流力が強くなるとクレストを通過する際に一時浮出し、波形の進行に寄与しない部分が生ずる。写真 4 はその例である。このような量 q_s が (19) 式のよ

$$q_s = Q(\theta_0) \exp\{ik(x-ct)\} \text{-----}(19)$$

うに掃流力を助変数とした関数で表わされるものとすれば、安定

問題に関係する流砂の連続方程式として (20) 式が考えられる。このことを考慮すると、(18) 式の

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_b}{\partial x} = -q_s \text{-----}(20)$$

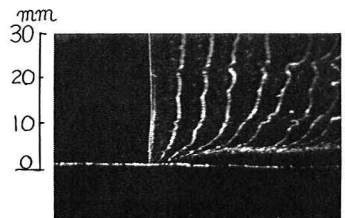


写真 2

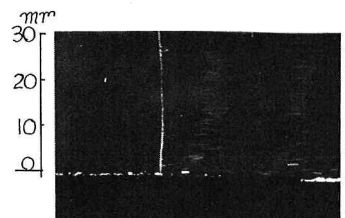


写真 3

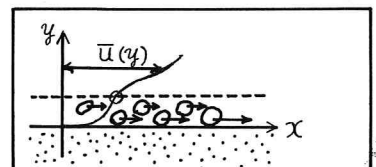


図 4

右辺に $\left\{-\frac{Q(\phi)}{2k_0}\right\}$ の項が加わり、変動の安定化の傾向を強める。これは、表-2のrun 1 と run 4 との比較にみられるような、遷移点に対する底質特性の影響を表現しようとするものである。

3) 水面波形の影響について：2)においては主として移動境界付近の微視的な変動現象を対象としてきたが、現実にはポテンシャル流の理論で表現されうようなマクロな現象のほうがむしろ卓越すると思われる。これに対する検討を行なったものの一つが実験(2)の水面の影響に関する部分である。今回の実験結果からは、水路幅のオーダーの波長をもつ sand- waves は水面波形との相互作用が著るしく、特にこのようなスケールの三次元波形の形成過程において無視できないものとなることが確認された。野外における交互砂れき堆などに対しては、河川の状況によって大スケールの外乱をも包含する理論が立てられるべきではないかと思われる。

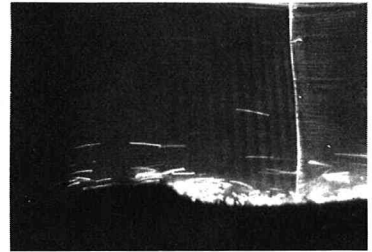


写真 - 4

4. あとがき

各種条件を考慮した計算結果と実測値とを比較できる段階にはまだ至っていないが、一応次のような事項が指摘される。

- 1) 等流状の流れのもとでの sand- waves の形成には移動境界近傍における不安定現象が成因となる。これに対しては境界層内に発達する乱れが、引き金的かく乱として、作用する場合がある。
- 2) 引き金的かく乱は三次元のものであっても、二次元のクレストをもつ sand- waves の系が形成される場合がある。
- 3) 移動境界近傍の現象が sand- waves の成因となる場合に対しては、セシ断流を考えた安定理論による解析法が適用できる可能性がある。この場合には、移動境界固有の流速分布を解析にとりいれる必要がある。
- 4) 実際上の sand- waves の形成領域に底質特性(粒度)が影響する事実がみられるが、これに対しては移動機構を考慮した予測方法が要請される。
- 5) マクロ・スケールの sand- waves の形成においては明らかに水面波形との相互作用が卓越しており、特に交互砂れき堆などの予測にはこれを考慮する必要がある。従ってこの場合は、ポテンシャル流理論の妥当性がいえるであろう。

謝辞：最後に、多くの有益な御教示を賜った東北大学 岩崎敏夫教授に厚く御礼申し上げる。また、実験・野外観測は本研究室の技官・研修学生の方々の熱心な協力によるものであること、および本研究は昭和46年度文部省科学研究費(代表：岩崎敏夫教授)の援助をうけたことを付記する。

参考文献 1) 余越正一郎：びわ湖疎水における乱れの観測，京大防災研年報 9号

- 2) 応用水理学 中-1
- 3) SCHLICHTING: Boundary Layer Theory
- 4) LIN: The Theory of Hydrodynamic Stability