

円柱橋脚周辺の流れと局所洗掘について

京都大学工学部 正員 中川博次

" " " ○鈴木幸一

1. まえがき

円柱による局所洗掘は、その初期においては斜め前面および側面での洗掘速度が前面に比べて大きく、一定時間経過後は、逆に前面での洗掘が相対的に速くなり最大洗掘深は前面に移行する。その一例は、図-1におけるA,B,C点での洗掘深Ztの時間変化特性によって示されている。多くの実験および観測の結果にもとづけば、主流、馬蹄形渦の運動とそれに伴なう流砂との相互関係において論じられるこの局所洗掘について

- A) 側面付近での主流による掃流過程
- B) 前面での馬蹄形渦の発達過程
- C) 安定渦による洗掘過程
- D) 堆積による流れの変化過程

の4つの過程を想定する必要があり、主流と渦の関係を概念的に示すと図-2のようになる¹⁾。つまり初期において図-1のB,C点で見られるようなA)の洗掘機構は流線に沿う一次元的掃流形式とみなされ、A点におけるB),C)過程に見られるような前面に発生する境界層の三次元剝離に伴なう渦による洗掘とは本質的に異なるもので別個に考える必要がある。

本報告では、A)過程での流れおよび掃流力について考察するとともに、B),C)過程における渦に貢献する流れについて若干の実験結果を報告する。

2. 洗掘初期における円柱側面の掃流力について

円柱周辺での流れをポテンシャル流線に沿って一次元的に考え、円柱にごく近い二次流の著しい場所、下降流の著しい前面を除いて、近似的にManningの抵抗則が成立するものとすると、エネルギー勾配は $I = (nq)^{2/3} h^{5/3}$ であり、 $u_*^2 = gRI$ で $R \neq h$ とおくと、次式の関係がえられる。

$$\frac{u_*^2}{u_{*0}^2} = \left(\frac{q}{u_*} \right)^2 \left(\frac{h_0}{u_*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots \quad (1)$$

ここで n : 粗度係数、 h : 水深、 q : 流線方向の流速、 u_* : 摩擦速度、 u_0 : 一様流での流速、サフィックス0は一様流でのものを示す。ここで、 q の変化が h の変化として現われるものとすると、

$$\frac{h}{h_0} = 1 + \frac{u^2}{2gh_0} \left(1 - \frac{q^2}{u_*^2} \right) \quad \dots \quad (2)$$

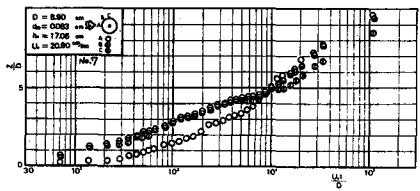


図-1 洗掘の時間変化

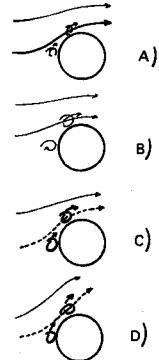


図-2
主流と渦との関係

(2)式を(1)式に代入すると、

$$\frac{u_*}{u_{**}} = \frac{(q/u_*)}{\left\{1 + (u_*^2/2gh_0)(1 - q/u_*^2)\right\}^{1/2}} = \frac{m^{1/2}}{\left\{1 + (F_{r0}/2)(1-m)\right\}^{1/2}} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

となる。ここで $m = (q/u_*)^2$ は局所的な流速を一様流でのもので割ったものの2乗であり、 $F_{r0}=u_0/\sqrt{gh_0}$ は一様流でのフルード数である。(3)式をフルード F_{r0} をパラメータとして図示すると図-3のようになる。一様流が常流であって u_*/u_{**} が 2.0 以下では、 $F_{r0} \approx 1$ よる差異はありません、局所的摩擦速度と一様流でのそれとの比はほぼ流速比と一次関係にあることを示している。 $F_{r0} = 2.0$ では u_*/u_{**} の増加とともに $m = 1.5$ に漸近している。 m については、たとえば η にボテンシャル流を仮定すれば、

$$m = 1.0 + \frac{2(Y^2 - X^2) + 1}{(X^2 + Y^2)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

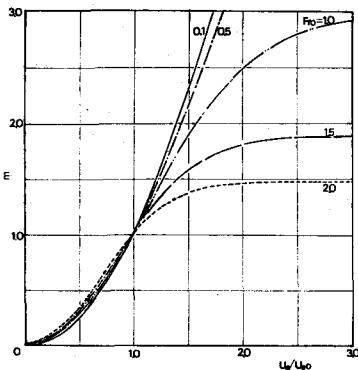


図-3
 $m \sim u_*/u_{**}$

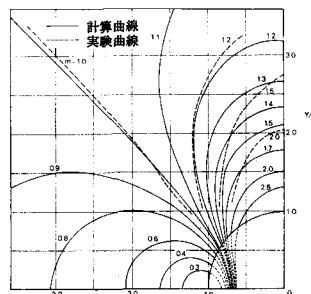


図-4
等流速線

ここで、 $X = x/a$, $Y = y/a$, x : 円柱中心を原点とする流下方向の座標, y : 水路横断方向の座標, a : 円柱半径である。 m をパラメータとして(4)式で表わされる等流速線を求めれば図-4の実線のようになる。点線は滑面水路においてプレストン管で測定した u_* , u_{**} を用いて、図-3より計算したものである。実験条件は流量 $Q = 34.8 \text{ l/sec}$, $h_0 = 13.62 \text{ cm}$, $u_0 = 26.05 \text{ cm/sec}$, $F_{r0} = 0.225$, $u_{**} = 1.46 \text{ cm/sec}$ である。円柱にごく近傍の前面では流向が安定しないことと、プレストン管の特性からせん断応力を求めることができなかった。図-4によると $X = 0$ (側面) では実験値が理論値に対して少し大きくなっている。これは側面での円柱からの流れの剥離の影響によるものである。円柱前面で円柱にごく近いところでは、いわゆる馬蹄形渦が発生し、かなりの逆向きせん断応力が働いているが、剥離域の大きさは確かではない。そこで粗面固定上に白色に着色した砂を薄く敷き円柱周辺の限界掃流力以上の領域を求めたのが図-5である。実験条件は図の左上に示されたとおりである。実線の円柱側が砂の移動した領域であり、点線は図-3において $u_* = u_{**}$ として、図-3および図-4から求めた理論曲線である。また矢印は砂の移動方向のスケッチである。側面 (C 領域) ではかなり理論と実験が一致しているが、前面においては一致しない。前面 (A 領域) の円柱に近いところでは、砂粒は矢印のように円柱から離れる方向に動いており、水面と底面近くでは流向がまったく異なっている。A 領域はボテンシャル流を考えた場合の掃流力は小さく、主に馬蹄形渦、下降流による掃流であり、C 領域は主流による掃流が卓

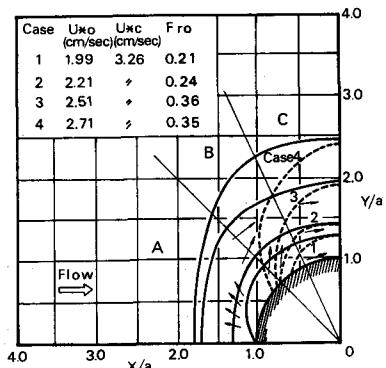


図-5 砂の移動範囲

越しており、B領域はその遷移領域とみなせる。掃流された領域で円柱中心から最も遠い地点はB領域にあり、ほぼ円柱中心を中心として x 軸から $40^\circ \sim 50^\circ$ 付近である。洗掘初期においてはC領域の洗掘過程に対してポテンシャル流線に沿う一次元的な掃流を考えてある程度説明できることがわかるが、前面での洗掘については下降流、底部における逆流の大きさおよびそれに伴なう乱れなど非常に複雑な問題を含んでおり、それらの特性については実験的に把握されなければならない。

3. 円柱前面よどみ面における流れについて

円柱前面においては三次元的剝離面が巻き込みわゆる馬蹄形渦を形成し、これが円柱前面に深掘れの発生する原因であることが指摘されてきた²⁾。流下方向に圧力上昇があり、接近流がせん断流である場合には円柱前面で下降流が発生するが、いまよどみ面のみについて考えると運動方程式は、

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots \quad (5)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots \quad (6)$$

であり流れが三次元的であるので $z-z$ 面での連続式はなり立たない。吉川らは(5)式のかわりに流線に沿う Bernoulli 式を考え、円柱のごく近くまで流線が河床に平行であると仮定し、 u についてポテンシャル流を考え、 $u=u_0(1-a^2/z^2)$ を用い(6)式を積分することによって

$$w = a \left(\frac{1}{2} \ln \frac{x+a}{x-a} + \frac{a}{x} \right) \frac{\partial u_0}{\partial z} \quad \dots \quad (7)$$

を求め、円柱にごく近い領域を除いてかなり現象をよく説明している³⁾。しかし洗掘に貢献する下降流は円柱近傍で急激に増大していることが認められ、たとえば円柱径 D が 14.0cm でレイノルズ数 R_e が 10^4 オーダーの時、 $z=2.0\text{cm}$ での w を水圧分布を静水圧分布と仮定して総圧管を用いて測定した結果、一様流の平均流速の約1.5倍の値が認められた。これは境界層の剝離に伴なって発生する渦内の下向流であり、その渦の回転角速度が円柱前面の洗掘速度を支配するものと考えられるが、一方、円柱前面のよどみ面における剝離はいわゆる Singular separation であり、剝離点が不安定となるとともに、stall に似た非定常性を示すから、その変動成分が前面での洗掘に及ぼす影響も大きいものと考えられる。したがって、いま、この変動特性について圧力の変動を測定解析することによって検討した。図-12 の太実線は固定床における点($x/a=1.14$, $y/a=0$, $z/a=0.29$)における圧力変動のスペクトルを示したものである。実験は R_e が 10^4 オーダーではほぼ同じスペクトル特性を示し、 $6H_z$ の卓越周期がみられ、 $4, 5H_z$ もかなりの密度があるが、 $7H_z$ 以上より高周波のものはあまりみられない。しかし実河川においてはビアレイノズル数 R_e がはるかに大きいために、この結果のみから周期性の存在を確認するのはむずかしい。また変動の強さに関しては、図-13 にみられるように、 R_e 数の範囲が限られているが、 R_e 数が大きくなるにつれて平均圧力に対する偏差は増大する傾向にある。

4. 洗掘の進行に伴なう流れの変化について

円柱周辺での流速分布については、円柱にごく近い領域を除いては、接近流が二次元せん断流のもつている渦度成分が変形して、いわゆる二次流が発達していくものとし、主流をポテンシャル流としそれからの擾動流を考えると、図-6に示す座標系において、渦度保存則により、ポテンシャル流向 s 、それに垂直方向 n 、鉛直上向き方向 z の渦度成分をそれぞれ ξ, η, ζ とすると、

$$\xi_1 = \frac{\xi}{(\partial u_0 / \partial z)} = 2q \int_{\infty} \frac{d\theta}{q^2}, \quad \eta_1 = \frac{\eta}{(\partial u_0 / \partial z)} = \frac{1}{q}, \quad \zeta_1 = \frac{\zeta}{(\partial u_0 / \partial z)} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

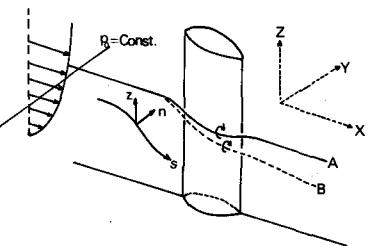


図-6 記号図

となる。 θ は x 軸とポテンシャル流向 s のなす角である。 s 方向の流速 u_s 、 n 方向の流速を u_n とし、鉛直方向の流速 u_z を無視し、一様流での流速分布を

$$\text{乱流域: } \frac{\partial u_0}{\partial z} = \frac{u_{*0}}{\kappa} \cdot \frac{1}{z}, \quad \text{層流底層: } \frac{\partial u_0}{\partial z} = \frac{u_{*0}^2}{\nu} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

とすると、流速分布は、(8)式を用いて、

$$0 \leq z' \leq \delta': \frac{u_z}{u_{*0}} = \frac{\eta_1 u_{*0} h}{\nu} \left(z' - \frac{\delta'^2}{2}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

$$\frac{u_n}{u_{*0}} = \frac{\xi_1 u_{*0} h}{\nu} \left(z' - \frac{\delta'^2}{2}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$$\delta' \leq z' \leq 1: \frac{u_z}{u_{*0}} = \frac{\eta_1}{\kappa} \ell_n \frac{z'}{\delta'_n} + \frac{\eta_1 u_{*0} h}{\nu} \left(\delta'_n - \frac{\delta'^2}{2}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$\frac{u_n}{u_{*0}} = \frac{\xi_1}{\kappa} \ell_n \frac{z'}{\delta'_n} + \frac{\xi_1 u_{*0} h}{\nu} \left(\delta'_n - \frac{\delta'^2}{2}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

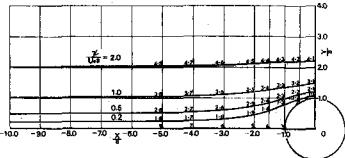


図-7 測定点

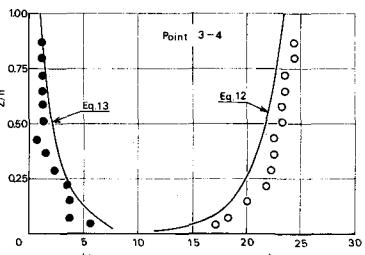


図-8 流速分布

として層流底層厚 $\delta' (= \delta/h)$ を何らかの形で決定すれば推定できることを示した。⁵⁾ 一例を示すと図-8 のようになる。しかし以上の考えは u_z がほとんど無視できる領域について考えたもので、円柱にごく近いところで u_z が大きいところでは実験結果と一致しない。円柱前面あるいは側面では境界層の剥離や水面勾配の影響によって u_z が無視しえないほど大きくなり、また理論式の仮定 $|q| \gg |\eta|$ (q : 摆動流) が成り立たない。円柱周辺での u_z の大きさを求めるために 5 孔球形ピトーメータを用いて測定した一例を示すと、図-9 のようになる。これに

よるとたとえば Point 3-1 にみられるように円柱側面において u_z がかなり大きく、流速分布は(12),(13)式を満足しない。しかし理論値と一致する Point 3-4 では u_z が非常に小さく $u_z \approx 0$ の仮定が成り立つ領域では上の理論が実験結果を説明できることを示している。また円柱前面付近での u_z はかなり大きい値を示した。このように固定床において

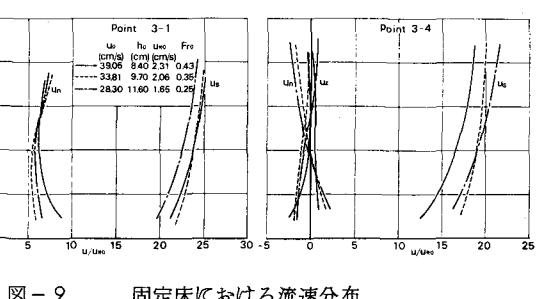


図-9 固定床における流速分布

ても円柱にごく近い領域での流速特性を理論的に把握することはかなり困難であるが、さらに円柱周辺で局所洗掘が生じると洗掘孔に向けて洗掘を促進するような流れの集中がみられ、三次元的な複雑な挙動をするため洗掘時の流れの特性を理論的に予測することはむずかしい。図-9にみられるように F_r が変化しても u_z の分布形状にはほとんど差異が認められない。Point 3-4 では u_z/u_{*0} , u_n/u_{*0} の値自体が小さく測定精度を考えると有意な差は認められない。一方、円柱側面の Point 3-1 では、 u_z および u_n の分布形状はほぼ一定であるが、水面に近づくにつれて F_r の大きさほど下向流が大きくなることが u_z の測定結果から認められる。これは F_r の増大とともに、その点での水面勾配が大きくなっていることと対応している。これらをみると無次元化された u_z および u_n の分布は F_r によっては変化しないといえよう。すなわち、 $F_r=0.1 \sim 0.5$ の間の u_z/u_{*0} の差異がほとんどないという図-3でみられる結果と対応すると考えられる。

以上のように固定床において水面勾配の著しいところを除いては各点の流速分布の F_r に対する変化があまり認められないから、 $h_0=11.59\text{cm}$, $Q=32.15\ell/\text{sec}$, $D=14.0\text{cm}$, $u_{*0}=1.65\text{cm/sec}$, $F_r=0.266$ で洗掘進行に伴なう流速分布の変化を測定した結果を図-10に示す。実験は中央粒径 $d_{50}=0.193\text{cm}$ で、通水後 0 分、60分、20時間に水を止め洗掘孔をニスで固めた後、5孔球形ピト一管で流速測定を行なった。60分における最大洗掘深 z_r/D は 0.36, 20時間では 0.52 で洗掘形状は円柱前半面ではほぼ傾斜角が 45° の逆円錐形をなしている。微視的にみると傾斜角は円柱にごく近い洗掘孔底部では大きくなってしまおり砂の動きは底部では斜面を傾斜角が急変する部分まで遡上し、それより上では砂は斜面を転がり落ち、これも傾斜急変部に集まり、この急変部の上を円周に沿って砂が流送されている。したがって洗掘が進むと円柱の底部に小さく集中したかなり強い渦が形成されていることがわかる。流速分布の

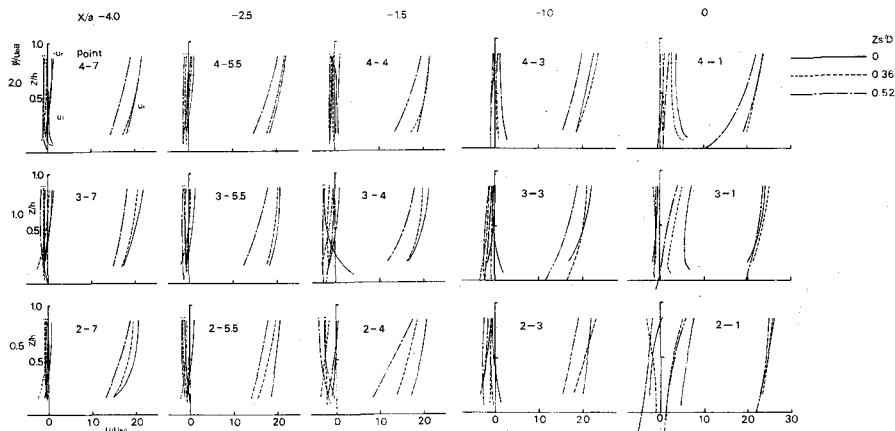


図-10 洗掘進行後の流速分布

洗掘進行に伴なう変化については、ポテンシャル流線自体が複雑に変化するために系統的な特性を把握することはむずかしいから一般に u_z/u_{*0} が小さくなるに従って特に円柱の近くでは下向流が大きくなりまた u_n も円柱斜め前付近で円柱側に向き、流れが洗掘孔内に向っていくものといえる。また水面形については図-11 のように洗掘の進行に伴なってほとんど変化しないことがわかった。次に円柱前面での二次元剥離による不安定渦について点 ($x/a = -1.14$, $y/a = 0$, $z/a = 0.29$) における圧力変動のスペクトルを求めるとき図-12 のようになり、洗掘が進んだ後も固定床の場合とほとんど同じ特性を示

しており、ほぼ $6H_s$ あたりでピークをもつていて、 $8H_s$ 以上ではスペクトル密度は非常に小さくなっている。したがって洗掘が進んでも渦による変動の周波数特性は変化しないことがわかる。図-13にみられるように圧力変動強度の平均圧力に対する比はピアーレイノルズ数 $R_e = u_* D / \nu$ の増大とともに大きくなることは既に述べたが、洗掘の進行とともに下降流の圧動強度は平均圧力に対して小さくなっていくことがわかる。また洗掘孔内での下降流の変動強度および周波数特性も上記の点とほぼ同じ値を示すことが確認された。したがって洗掘が進み洗掘孔が大きくなり渦のスケールが大きくなってしまっても、ほぼ同じ周波数の乱れが生じるが変動強度は小さくなる傾向がある。

5. あとがき

本研究は、円柱橋脚周辺の局所洗掘の内部機構を流れの機構との関連において解明しようとするものであるが、何分研究は緒についたばかりで十分な成果をうるにいたっていない。今後、局所洗掘に重要な役割を果たす三次元境界層の剥離特性、馬蹄形渦などの実験的考察に意を注ぎたい。

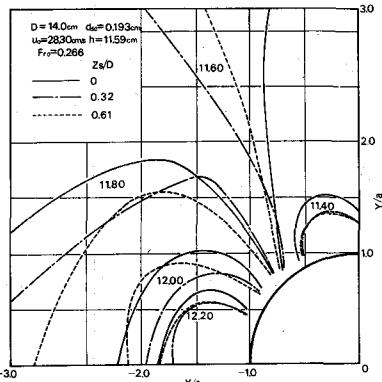


図-11 水面形

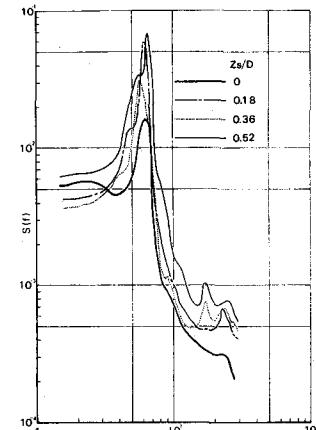


図-12 周波数特性

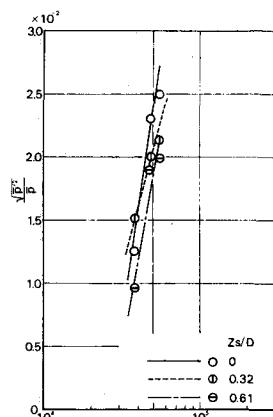


図-13 圧力変動強度

< 参考文献 >

- 1) 中川, 鈴木 ; 円柱橋脚周辺における局所洗掘に関する実験的研究, 土木学会関西支部年次学術講演会 講演概要集 昭46, 5.
- 2) Shen, H.W. ; Analytical approach to local scour, Proc. of I.A.H.R. 1967. vol.3 pp.151~161.
- 3) 吉川, 福岡, 岩間, 曽木川 ; 橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察, 土木学会論文報告集 No.194, 1971-10.
- 4) Hawthorne, W.R. ; The Secondary Flow About Struts and Aiofoils, Jour. of the Aeronautical Sirences, Sep. 1954, pp.588~608.
- 5) 中川, 鈴木 ; 円柱橋脚周辺の流れの特性, 土木学会第26回年次学術講演会講演集 第2部 昭46, 10.