

緒 言 河川合流のモデルとして一様な流れの中に支流が種々の角度で流入する場合を取上げ、主流と支流との巾の比、流量比および合流の角度が合流点の流況におよぼす影響について解析を行なった。このモデルは長方形断面を有する一つの横方向の流れに対して、或る角度で同じく長方形断面を有する支流が拡散するものであるが、主流が比較的狭い有限の巾を有しているために一般的な拡散方程式の解を見出すことは困難である。著者は実験水路内において合流点の定性的な性質を把握しこれに基づいて解析的にその量を定めることを試みた。

1. 合流点の流況

図-1は河川合流の一般的な特性を示した略図である。主流は常流である。合流点の直下流には死水域が形成され、主流の水面形は丁度一様な流れの中に橋脚等が存在する場合と同様な状況を示す。主流は合流点の充分上流(断面Ⅰ)では等流状態であり、断面Ⅱに近づくに従って支流の流入側から

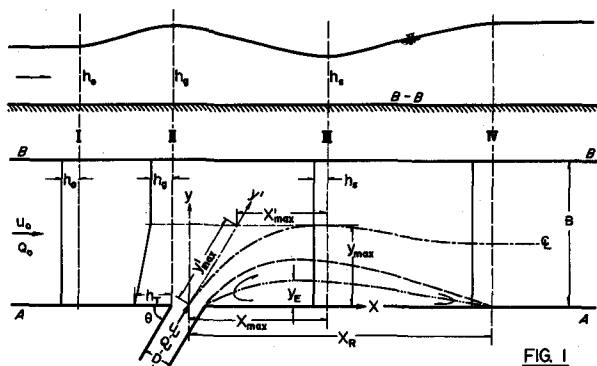


FIG. 1

滞流が生じ徐々に水深が増大して断面Ⅱで最大となる。断面ⅡからⅢにかけては支流の影響で主流の流積が減少し流速は増大する。これに伴って水深は徐々に減少し断面Ⅲ、すなわち支流の最大貫入点の断面で主流の水深は最小値をとる。これを横断的にみると水深は断面ⅡとⅢの間では死水域側で大きく、対岸に向つて減少する。この傾向は支流の流向が主流の方向に曲げられるに従つて徐々に減少し、断面Ⅲに達すると横断方向には一様な水深となる。断面ⅢからⅣに向つては主流と支流との混合が充分に発達し始め、これに伴って次第に流速は減少し、水深は増大して行く。

2. 主流の水面形

断面Ⅰ：この断面では合流前の主流の流量 Q_0 。および等流水深 h_0 。を既知量として与える。

断面Ⅱ：種々の実験結果から、横断的な水面形は(1)式で近似できることを知つた。

$$h_{II} = h_T + (h_g - h_T) \frac{y}{y_{max}} \quad (0 \leq y \leq y_{max}), \quad h_{II} = h_g \quad (y_{max} < y \leq B) \quad (1)$$

断面Ⅰと断面Ⅱとの間の連続および比エネルギーの関係は

$$Q_0 = (B - y_{max}) h_g u_g + \int_0^{y_{max}} h_{II} u_{II} dy \quad (2)$$

$$h_0 + \frac{u_0^2}{2g} = h_T = h_g + \frac{u_g^2}{2g} = h_{II} + \frac{u_{II}^2}{2g} \quad (3)$$

(1), (2), (3)式から(4)式が得られ、断面Ⅱにおける水面形は、断面Ⅰの比エネルギー h_T および次章で述べる y_{max} (支流中心線の最大貫入巾) の値を知れば決定することができる。

$$\sqrt{2g(h_T-h_g)}\{(B-y_{max})h_g+\frac{2}{15}(2h_T+3h_g)y_{max}\}=Q_0 \tag{4}$$

断面Ⅲ：支流の最大貫入点の断面であり、水深 h_s は主流中の最小値となつて横断的にはほぼ一様である。断面Ⅰと断面Ⅲを検査面にとつて、 x 方向の運動量および比エネルギーの関係を考ると

$$\frac{w}{2}h_o^2B+\rho Q_o u_o+\rho Q_j u_j \cos \theta=\frac{w}{2}h_s^2B+\rho(Q_o+Q_j)u_{III} \tag{5}$$

$$h_o+\frac{u_o^2}{2g}=(h_T)=h_s+(1+f_s)\frac{u_{III}^2}{2g} \tag{6}$$

(5), (6)式中の未知量は u_{III} および h_s であり、両式から断面Ⅲの横断的水面形を決定できる。ここに f_s は断面Ⅲにおいて平均の流速を考える際の速度水頭の補正と合流によるエネルギー損失を合わせて考えた補正係数であり、実験の結果では $f_s=-0.1$ を得た。 u_{III} は断面Ⅲ全体にわたつて考えた運動量式の上での平均流速であるが、断面Ⅲ内に出現する実際の流速との関係を実験の結果と比較すると、今回の実測の範囲 ($B/D=8\sim 26, u_j/u_o=1\sim 3$) では流入角度や主流の巾等による系統的な偏差なしに $\pm 10\%$ の範囲で $y=B$ 近傍の主流の流速と等しい値となつている。図-2は以上の水面形の計算をブロック図に示したものである。

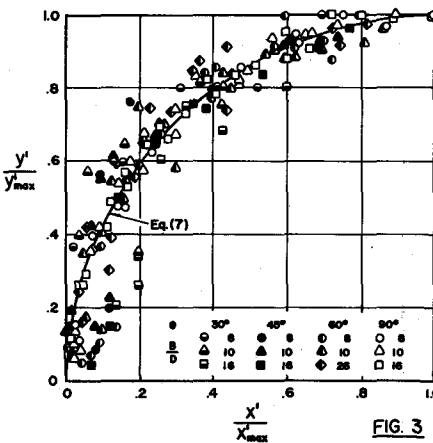
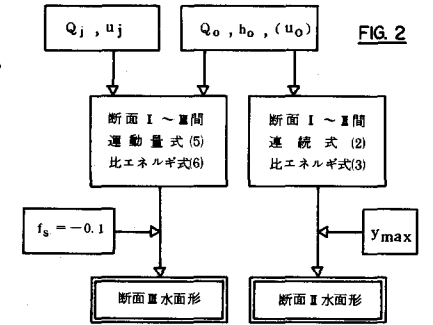
3. 支流中心の軌跡

一般に無限の拡がりの中へ側圧を受けながら噴流が直角に流入する場合にその噴流が完全流体の渦なし流れであると考え、噴流軸のわん曲偏向特性は円弧となることが知られている¹⁾。河川合流のモデルもこの場合に類似しているが、主流が有限の巾を有しているために支流の貫入は抑制されるはずであり、これを実験によつて検討した結果は次のようである。主流に流入する支流中心の軌跡は支流の出口から最大貫入点 (x_{max}, y_{max}) までは、いずれの場合も図-3に示すように斜角座標上で(7)式で示す楕円となる。

$$(\frac{x'}{x'_{max}}-1)^2+(\frac{y'}{y_{max}})^2=1 \tag{7}$$

(7)式の支流中心の軌跡は支流の最大貫入点の座標 (x_{max}, y_{max}) を知れば確定することになる。

x_{max} : Rouse²⁾ は滑走路上に定常渦を作ることを目的として無限の拡がりを持つ横風中へ直角に噴出する空気流の実験を行なつていくつかの実験式を得ている。著者はこれを参照して Rouse が用いたパラメーターに川巾および



流入角度の効果をとり入れることを目的として実験を行ない(8)式の関係を得た。図-4は実測値と(8)式とを比較して示したものである。

$$\frac{x'_{max}}{D} = 0.04 \theta^{\circ} \left(\frac{Q_j/D}{Q_o/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^{0.7} \quad (8)$$

y_{max} : 支流の中心線を一つの境界と考えて合流点の直下流では主流の流積が減少し、また、前述の断面Ⅲにおける平均流速 $u_{\text{Ⅲ}}$ に対して支流と主流の流量比に等しいだけ流速が増大すると仮定すると、断面Ⅰおよび断面Ⅲの間の連続の関係は(9)式となる。

$$\frac{1}{2} Q_j + Q_o = (B - y_{max}) h_s \left(1 + \frac{Q_j}{Q_o} \right) u_{\text{Ⅲ}} \quad (9)$$

(9)式から求めた y_{max} の値を実測値と比較するとたがいによく一致して居り、前述の仮定が妥当であることを知った³⁾。なお、 y_{max} を前述の x_{max} と同様の方法で実測値の整理を行ない(10)式を得ている。

$$\frac{y_{max}}{D} = 0.01 \theta^{\circ} \left(\frac{Q_j/D}{Q_o/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^{0.9} \quad (10)$$

(9)式と(10)式をそれぞれ実測値と比較した結果では、精度はほぼ同様である。図-5は(10)式と実測値を比較して示したものである。

図-6は以上の支流中心の軌跡の計算をブロック図で示したものである。

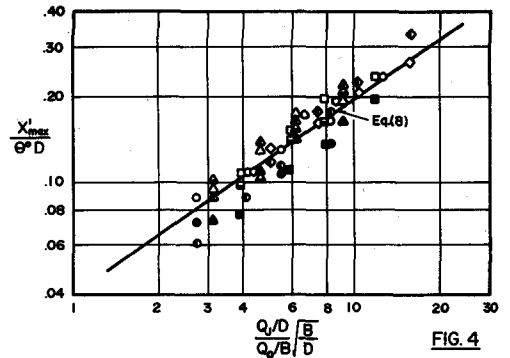


FIG. 4

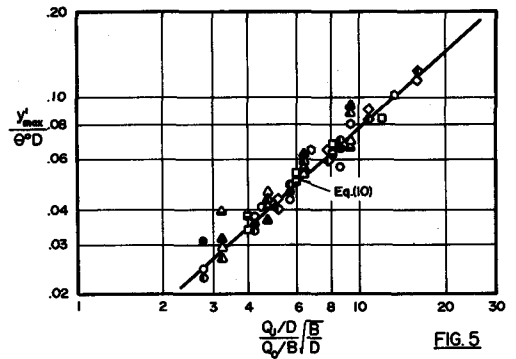


FIG. 5

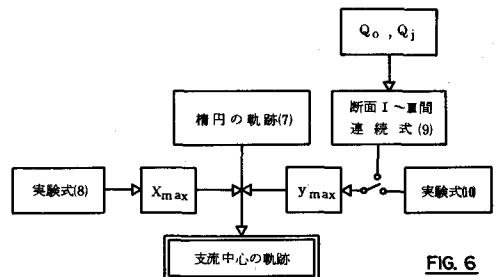


FIG. 6

4 死水域の形状

一般に河川合流点の直下流には図-1に示すような死水域が形成される。この死水域をあらわす代表的な量として Reattaching Point までの距離 x_R と逆流域が主流中に張出す最大巾 y_B に着目して実験による解析を行なった。

Rouse は先に述べた研究の結果から x_R に関する実験式を示しているが、これを合流点のモデルの結果と比較すると、支流と主流の流量比が大、川巾の比が小となるに従って系統的に相違が大きくなっている⁴⁾。このことは死水域に関して前記の支流の最大貫入点と同様に主流の巾の影響が現われていることを示すものであり、川巾の効果を考慮に入れたパラメーターによる解析を試みた。

主流と支流の巾の比をべき乗の形で取入れた関数を仮定し、さらに合流角度の影響を取入れ実験によつて係数の決定を行なった結果(11)式を得た。

$$\frac{x_R}{D}, \frac{y_B}{D} = a \left(\frac{Q_j/D}{Q_o/B} \sqrt{\frac{B}{D}} \right)^b \quad (11)$$

係数 a 、 b は x_R 、 y_E それぞれについて

$$\left. \begin{aligned} x_R: a &= 0.055(\theta^\circ - 35^\circ) \\ y_E: a &= 0.004(\theta^\circ - 35^\circ) \end{aligned} \right\} b = 11 + 0.004(90^\circ - \theta^\circ)$$

尚、Rouse の実験式では $(Q_j/D)/(Q_o/B) = m$ として $x_R \propto m^{1.5}$ であり、G. I. Taylor²⁾ によると $x_R \propto m^2$ となっている。

死水域の長さ x_R と巾 y_E の比 x_R/y_E についてみると (11) 式から (12) 式の関係が得られ、死水域の細長比は流入角度および川巾の比に関係なく一定であることがわかる。図-7 に実測値を示した。

$$x_R \approx 14 y_E \quad (12)$$

また今回の測定では流入角度が 30° の場合は死水域が形成されなかつた。(11) 式の係数 a についてみる

と、死水域が消滅する限界の流入角度は 35° である。ちなみに断面急拡の場合の境界層の剥離の限界は、今回の測定のレイノズル数の範囲では約 0.2° 以下で非常に小さな値となっている。

5. 合流点の流速分布

巾が無限に小さい slit から発する二次元自由噴流の流速分布に関しては、古くから種々の解析的ならびに実験的研究が行なわれて居り、それぞれ仮定などは異なっているが最終的な分布型は非常に類似した結果が得られている。著者はこの二次元自由噴流の拡散の問題を河川合流の場合に適用して合流点の流速分布を求める方法について考察を行なった。

Görtler の解法は Prandtl の第二仮説を用いて

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (13)$$

噴流の中心線上で或る距離 $x = \ell$ における流速を U_ℓ 、巾を b_ℓ として

$$U = U_\ell \sqrt{\frac{\ell}{x}}, \quad b = b_\ell \sqrt{\frac{x}{\ell}}, \quad \epsilon = \epsilon_\ell \sqrt{\frac{x}{\ell}} \quad (14)$$

さらに流れ関係を (15) 式のように仮定する。ただし σ は噴流拡散の定数である。

$$\psi = \frac{1}{\sigma} U_\ell \sqrt{\ell} \sqrt{x} F(\eta), \quad \eta = \sigma \frac{y}{x} \quad (15)$$

これらの関係から x 方向の流速分布として (16) 式を得る。

$$u = \sqrt{\frac{3K\sigma}{4x}} (1 - \tanh^2 \eta), \quad K = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 dy \quad (16)$$

合流点における流速分布に対して図-8 のようなモデルを考える⁵⁾。先に 3. で述べた方法によつて主流中における支流中心の軌跡が求められた後、点 (x, y) の法線上の任意の点 y'' における流速を求める。

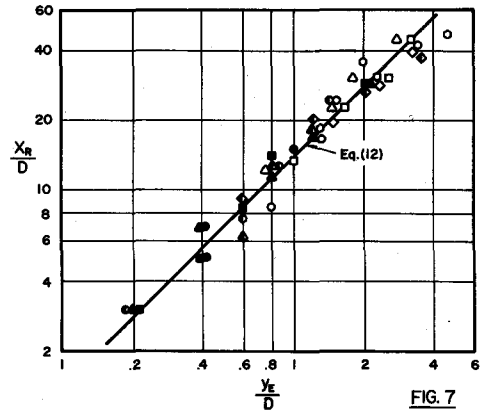


FIG. 7

支流中心線の接線の延長上で、支流の出口から点 (x, y) までの支流中心線の長さ ℓ に等しい距離だけ後方に仮想の原点を考え、巾が無限小の噴流の集合が存在すると仮定する。それぞれの無限小巾の噴流の運動量は保存されるものとして、運動量の重ね合わせとして流速の表示を行なう。また、仮想の原点における個々の噴流の初速には (17) 式を適用する。

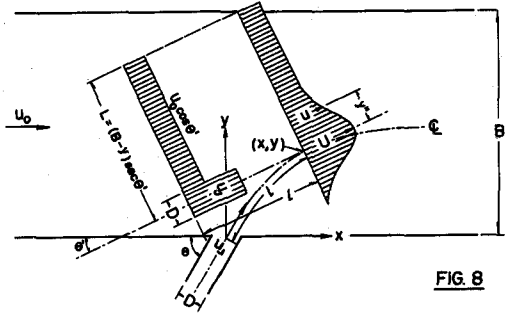


FIG. 8

$$u = u_j \quad \left(-\frac{D}{2} \leq y' \leq \frac{D}{2} \right), \quad u = u_0 \cos \theta' \quad \left(\frac{D}{2} < y' \leq (B - y) \sec \theta' \right) \quad (17)$$

これらの噴流の集合が仮想の原点から発して拡散をはじめ任意の点 (ℓ, y') に到達したと考えて前述の仮定を適用すると (18) 式を得る。

$$\frac{u}{A \cdot u_j} = \left[\int_{\frac{\sigma}{\ell}(-\frac{D}{2} - y'')}^{\frac{\sigma}{\ell}(\frac{D}{2} - y'')} \frac{1}{(1 - \tanh^2 \eta)^2} d\eta \right] \frac{1}{2} + \frac{u_0 \cos \theta'}{u_j} \cdot \left[\int_{\frac{\sigma}{\ell}(\frac{D}{2} - y'')}^{\frac{\sigma}{\ell}(L - y'')} \frac{1}{(1 - \tanh^2 \eta)^2} d\eta \right] \frac{1}{2} \quad (18)$$

(18) 式の η の範囲は θ' によつて大きく変化することになるが、これは実際に (18) 式の計算を行なうと支流の影響 (右辺第一項) は y' の比較的小さな範囲に留まるという事実に基づいた近似である。

(18) 式中の拡散の定数 σ は実測によつて定めることになるが、今回は次の三つの方法を試みた。

- イ) 流速が支流の中心流速の $1/2$ となる点 $y' = Y$ に着目して算出 (死水域側)。
- ロ) 流速が支流の中心流速よりも何%か減少する点に着目して算出 (主流側)。
- ハ) 支流の中心流速の変化に着目して算出。

以上の方法を比較した結果では、一般的に合流部全域の性格を代表する値を得るためにはハ)の方法が最も適しているようである。図-9 は σ の実測値を一括して示したものである。一般に σ の値は支流と主流との単位巾当りの流量比および合流角度によつて大きな影響を受け、川巾の比による影響は少ないことがわかる。すなわち σ の値は支流と主流の流量および合流角度が与えられれば、ひとつの決つた値をとるものと考えた。

(16) 式又は (18) 式によれば σ の値は小の程支流の流速の減衰は急激であつて、主流中への支流の拡散は促進されることになる。実測の結果は図-9 のように、合流角度が小さい程 σ の値は小さく、また単位巾流量比が小の程 σ は小となつて支流の拡散が速やかに行なわれることを示している。

今回の σ の値に関する実測値は (18) 式を適用した結果得られたものであつて、単一の噴流について得られた値と直接比較することは必ずしも適切ではないが、静止した流体中に拡散する二次元自由噴流については、実測値として

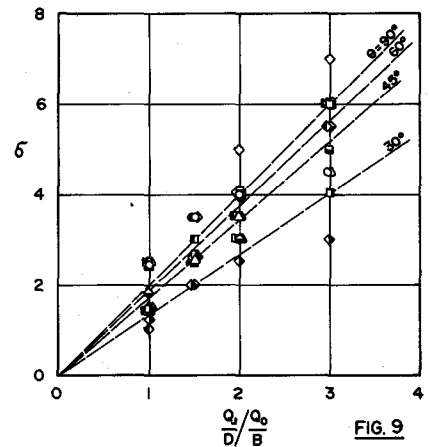


FIG. 9

$\sigma = 7.5 \sim 12$ が知られている⁶⁾。これらは今回の実測値と比較するといずれも大きな値である。すなわち合流点のモデルにおける実測値はいずれの場合も静止流体中のものより小であり、主流が存在するために支流の拡散が見かけ上促進されることを示している。

次に(16)式又は(18)式中の σ と(15)式中の拡散係数 ϵ との関係について考察を行なう。(15)式以下を(14)式へ代入すると前述の Y を指標として(19)式が得られ、これによつて実測値から ϵ の試算を行なうとすべての実測例についてほぼ(20)式の関係が認められる。

$$\epsilon = \frac{1.135}{4 \sigma} Y U \quad (19)$$

$$\epsilon = 5.5 Y^{0.75} \text{ (cm}^2/\text{sec)} \quad (20)$$

Brooks⁷⁾は海洋への流水の拡散の資料から(21)式を紹介している。

$$\epsilon = 0.01 L^{4/3} \text{ (cm}^2/\text{sec)} \quad (21)$$

この場合の分布はガウス分布であり、基準寸法 L を Y に置換えると(22)式となる。

$$\epsilon = 0.05 Y^{4/3} \text{ (cm}^2/\text{sec)} \quad (22)$$

これを(20)式と比較すると基準寸法のべき乗の係数が著者の実測結果では小さな値となつてゐる。一方、拡散係数は σ_y を標準偏差、 $\bar{U}$ を平均流速として

$$\epsilon = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt} = \frac{1}{2} \bar{U} \frac{d\sigma_y^2}{dx} \quad (23)$$

(19)式によつて得た σ と(23)式の拡散係数との関係を知るため標的を流下させて実測を行なつた。直径 1.8 mm のパンチくずを支流の流出口に投下し下流の地点で 1 cm 間隔の格子によつてこれを捕え、(23)式によつて ϵ を求めた。図-10は実測の一例である。実測値はいずれも静水中における(22)式よりも大きな値となつて居り、主流の存在のために支流の拡散が促進されることを示している。また、合流点のモデルから得た(20)式は実際の拡散係数の上限を示していることがわかる。

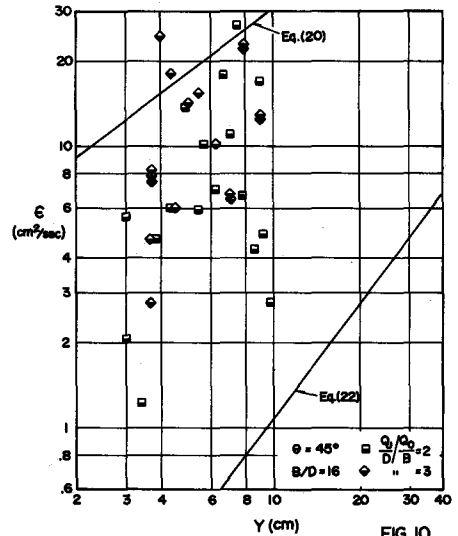


FIG. 10

本研究について多大な御指導を載いた 岸 力教授に、著者は深く感謝の意を表します。

- 1) 新津・加藤：エアカーテンの性能及び設計に関する研究、衛生工業協会誌、34-12、1960.
- 2) Rouse, H.: Diffusion in the Lee of a Two-Dimensional Jet, Proc. of IXth Intn. Cong. of Appl. Mech., 1957.
- 3) 板倉・須藤：河川合流点における流れの機構の研究、第25回土木学会年講、1970.
- 4) 板倉・石井：河川合流点における流れの機構の研究、第23回土木学会年講、1968.
- 5) 板倉・須藤：河川合流点における流れの機構の研究、第26回土木学会年講、1971.
- 6) Newman, B. G.: The Deflexion of Plane Jets by Adjacent Boundaries, Lachmann; Boundary Layer and Flow Control.
- 7) Brooks, N. H.: Diffusion of Sewage Effluent in an Ocean-Current, Proc. of 1st Conf. on Water Disposal in the Marine Environment, 1959.