

徳島大学工学部 ○ 杉 尾 捨三郎

全 上 築 田 哲 男

1. 概 要 : 移動床上の抵抗法則, または流砂量公式を求めるため, 従来世界各国において数多の実験的研究が行なわれてきた。これらの実験はそれぞれ使用砂れきの性質および実験条件が異なり, かつ河床面形態の表示が必ずしも一定でなかつたので, 普遍的な抵抗法則を発見するのに障害となつてきた。本論文は, 昨年著者ら⁽¹⁾が河川の平均流速公式として提案した経験式, $V = KR^{0.54}S^{0.27}$ が移動床実験水路に対しても, ほぼ適合することを示すと同時に, 従来相互に比較することの困難であつた各実験の流砂面形態の相互関係, 移行現象などを解析しようとして試みたものである。

2. 解析に用いた資料 : 実験の方法はつぎのように3種に分類される。

- (1) 水路コウ配 S を大体一定とし, 流量 Q を変化させる: (Kramer, W. E. S., 安芸)
- (2) Q を一定に維持し, コウ配 S を変化させる: (Gilbert, 木下)
- (3) Q と S とを適宜くみ合わせる: (佐藤・吉川・芦田, 椿, Simons, Bogardi, Cacey, Liu, Pang-Yung)

さて, 以上の各実験では水路巾がそれぞれ異なるので, 側壁の影響をとり除く必要がある。

そこで Einstein が提案した次式を用いて, 河床抵抗のみに基づく純粋な径深, R_b を算出することにした。ただし, 側壁の粗度係数, $n_s = 0.01$ とみなすことにした。また R は流れの径深, B は水路巾, V は流れの平均流速, S は流れのエネルギーコウ配である。

$$R_b = h \left[1 - \frac{2R_s}{B} \right], \quad R_s = \left[\frac{n_s V}{\sqrt{S}} \right]^{3/2} \dots\dots\dots (A)$$

3. 沖積実験水路上の抵抗法則 : 各資料から V , S および R_b を求め, さきに著者らが河川の平均流速の解析に用いたと同様な手法, — すなわち両対数紙の縦軸には V を, 横軸には $R_b^2 S$ をとつて点描した。この際, 河川に対する各群の区分はつぎのよう⁽²⁾で, 図-1, 2, 3では実線で示されている。

- | | | | |
|-------|--------------|-----------------------------|-----------|
| 第①群 : | Ripples ; | $V = 54 R^{0.54} S^{0.27}$ | (1) |
| 第②群 : | Dunes ; | $V = 80 R^{0.54} S^{0.27}$ | (2) |
| 第③群 : | Transition ; | $V = 110 R^{0.54} S^{0.27}$ | (3) |
- (cm/sec)

(A) 第③群に属する実験 : この傾向をもつ実験は以下のように, かなり実例が多い。

W. E. S. の実験 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, などのうち, 小流量の場合。

Kramer の実験 : I 種砂 ($d_m = 0.705 \text{ mm}$), II 種砂 ($d_m = 0.800 \text{ mm}$). (Fig. 1 - c, d)

Gilbert の実験 : 粒径の小さい A, B, C, D などは別として, F 種砂 ($d_m = 3.17 \text{ mm}$)

G 種砂 ($d_m = 4.938 \text{ mm}$), H 種砂 ($d_m = 7.01 \text{ mm}$) などの描点は

第③群よりやや上方にならぶ (Fig. 1 - f, g,).

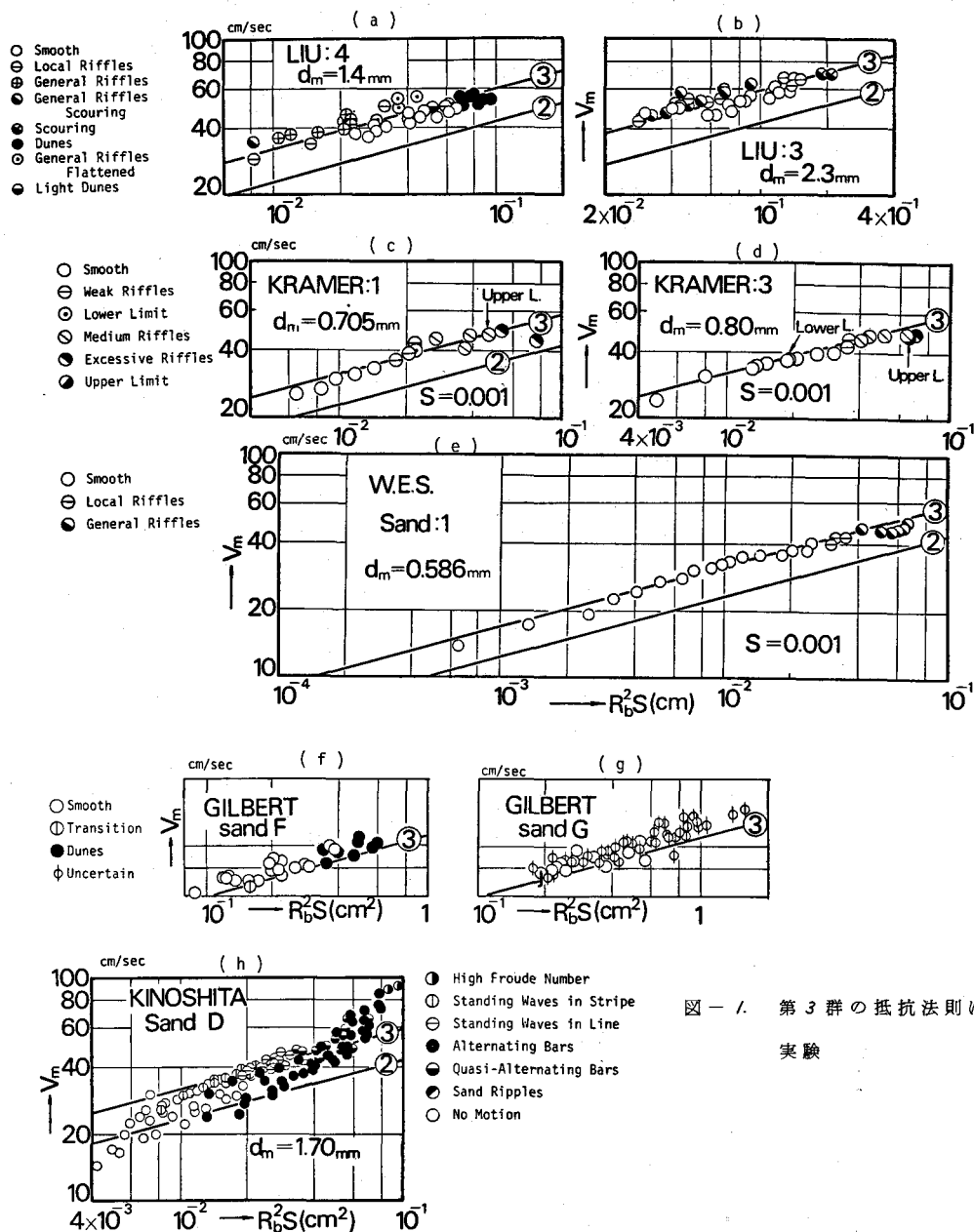
Liu の実験 : 平均粒径が 1 mm より大きい砂れきに関する実験である (Fig. 1 - a, b,).

木下の実験： 巾 13.2 cm の水路で行なわれ、A, B, D 種砂を用いた砂れき堆の実験である（

Fig. 1 - h）。流砂面形態は種々変化するが、「跳水」するものは第③群が多い。

Cacey の実験： h 種砂（ $d_m = 2.455 \text{ mm}$ ），Ⅲ a 種砂（ $d_m = 1.32 \text{ mm}$ ）はほぼ③群に属するが、砂面が wavy になると、それよりやや下がる傾向がある。

Bogardi の実験： Ⅱ 種砂（ $d_m = 7.12 \text{ mm}$ ）はほぼ第③群にちかい。Ⅰ 種砂（ $d_m = 10.56 \text{ mm}$ ）とⅢ 種砂（ $d_m = 15.49 \text{ mm}$ ）の描点は、流量の増加とともに③→②へ移行する傾向がみられる。



(B) 第③群と第②群との中間に属する実験： 安芸 A, B 種, Pang-Yung, W.E.S. の 6 種。

安芸の実験： A 種 ($d_m = 0.221 \text{ mm}$), B 種 ($d_m = 0.700 \text{ mm}$) の砂の場合で、特に小流量のとき。

砂れんを発生すると突然第⑦群に『移行』する (Fig. 2)。

Pang-Yung の実験： $d_m = 2.18 - 6.99 \text{ mm}$ までの 5 種類の人工混合砂れきを用いている。

これは安芸のように途中で『移行』を生ずることがない。

W. E. S. の実験： 6 種砂 ($d_m = 4.077 \text{ mm}$) で、 $S = 0.003 - 0.0045$ である。移行なし。

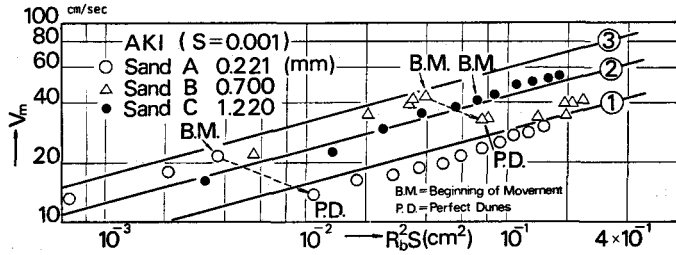


図-2 安芸 種砂に対する $V - R_b^2 S$ 図 ($S = 0.001$)

(C) 第②群に属する実験： 水理学的に Dune Bed とみなされる流れがこれに属する。

Simons の実験： $d_{50} = 0.19 \text{ mm}$ に対するもののうち、Dune および Plane Bed であると記録されたもの。 $d_{50} = 0.93 \text{ mm}$ のときには、 $R_b^2 S$ が小さい間は第②群に沿うようであるが、 $R_b^2 S$ が増大すると第⑦群に近づく傾向がある。

佐藤・吉川・芦田の実験： $d_m = 4.58 \text{ mm}$ と $d_m = 3.78 \text{ mm}$ の均一砂の場合 (Fig. 4 - a)。

安芸の実験： C 種砂 ($d_m = 1.22 \text{ mm}$) 実験の範囲内では『移行』は起らなかった (Fig. 2)。

(D) 第②群と第⑦群との中間に属する実験：

椿水路, Laursen, Franco, 佐藤・吉川・芦田の $d_m = 2.62 \text{ mm}$ と 2.21 mm の実験, D.B. Simons の⁽²⁾ 場合など例は多いが、恐らく『移行』をとまなう過渡的現象と思われる。

(E) 第⑦群に属する実験： Ripple 河床に属し、最大の河床抵抗を与える。

安芸の実験： A 種砂 ($d_m = 0.221 \text{ mm}$) 砂れんを発生して以後の、流量の大きい場合。

W. E. S. の実験： 6 種 ($d_m = 0.347$), 7 種 ($d_m = 0.310 \text{ mm}$) に対し大流量のとき (Fig. 3)。

Simons の実験： 0.19 mm , 0.28 mm および 0.45 mm において、 S が小、 Q が大なるとき。

佐藤・吉川・芦田の実験： $d_m = 1.038 \text{ mm}$ の場合。

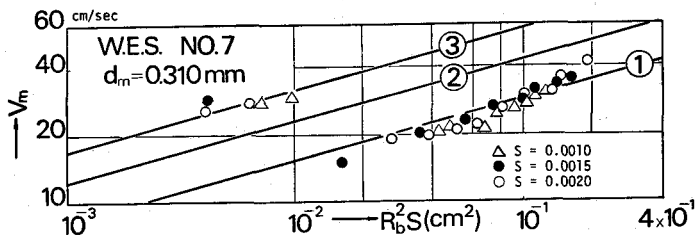


図-3 W. E. S., 6 7 種砂に対する $V - R_b^2 S$ 図

4. 移行現象に関する検討： 抵抗法則における「移行」が、河床面形態の変化にもとづく現象であることは前述したとおりであるが、これが掃流力と移動砂の粒度に関係するであろうことは容易に推察できる。さて、混合粒径の砂の限界摩擦速度 v_{*c} は、その平均粒径 d_m に対する限界摩擦速度 $(v_{*c})_m$ と大差ないものと従来考えられてきた。しかし、流れの摩擦速度 v_* が $(v_{*c})_m$ にひとしい状態においては、当然 d_m より小さい粒径の砂粒はすでに移動しつつあるはずであるから、移動の“限界”を設定すること自体に若干無理があると考えられる。そこで、「混合粒径の場合の抵抗法則は、その砂床を構成する大部分の砂粒（最大粒径か、またはそれに近い大きさの粒子を含めて）が移動する状態になったとき、移行をおこす」のではないかと考えるのである。

ここでは仮りに90%粒径を基準にして移行がおこるものと仮定し、以下二三の例について検討を進めることにする。

(a) 例一 / (Kramer の実験：I種砂)

まず $S = 0.001$ の場合について、I種砂 ($d_{50} = 0.705$, $M = 0.358$) に対する粒度曲線をみると、最大5mm以下の砂であり、 $d_{90} = 1.3$ mm と推定される。そこで d_{90} に対する限界摩擦速度を試みに岩垣公式⁽³⁾ から推算可能とみなすと、 $v_{*c}^2 = 7.6$ (cm/s)² が得られる。一方 Kramer の実験値のなかから、掃流力が最大になるときの摩擦速度を計算すると、“Upper Limit” とかかれた場合に、 $v_*^2 = 7.21$ (cm/s)² である。従つて彼の実験では大体、掃流力が小さいので d_{90} を動かすことができなかったもので、Fig. 1 - c に示すように抵抗法則の描点は第③群のみに集中するものと思われ、 d_{90} より小さい砂粒が運搬される量の大小により、その際の河床面形態は Weak Riffle, Excessive Riffle など、さまざまな変化を示すが、抵抗法則は単に「Transition」としての第(3)式を満足するに過ぎないことがわかる。

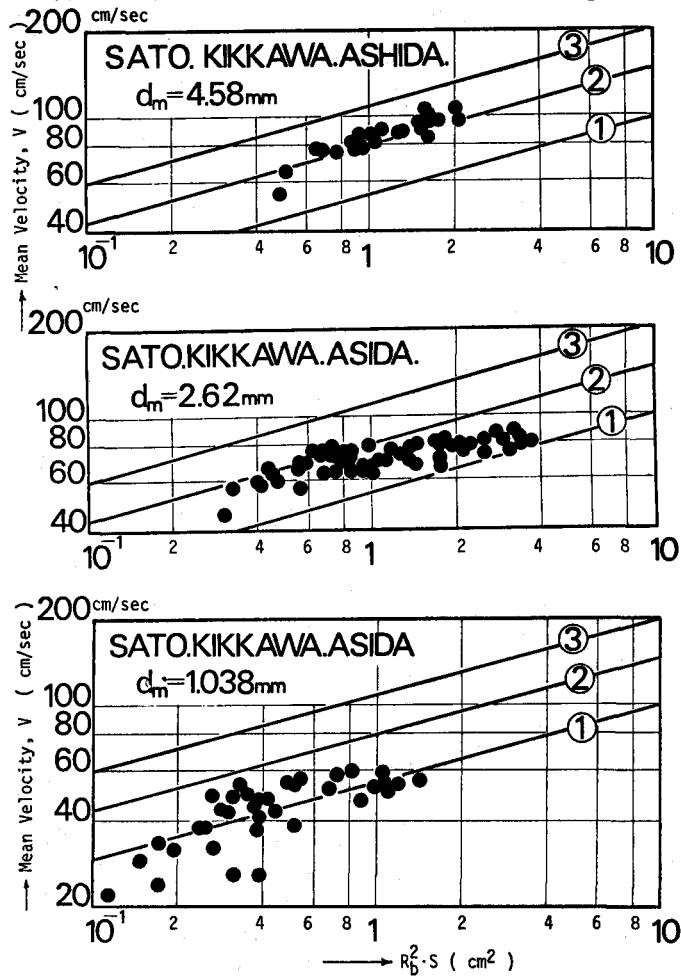
例一 2 (佐藤・吉川・芦田の実験)。Fig. 4 は $d_m = 1.038, 2.62$ および 4.58 mm の場合の $V - R_b^2 S$ 関係図である。これらの砂は「均一粒径」であり、粒度曲線が不明であるが、恐らく相隣る節目の間に残留した、いわゆる Graded Sand であろうと思われる。

まず $d_m = 1.038$ mm に相当する v_{*c}^2 を岩垣公式から推算すると、 $v_{*c}^2 = 5.6$ (cm/s)² となる。またこの実験における掃流力の程度は、 $v_*^2 = 5.08 - 43.0$ (cm/s)² の範囲であるから、大部分の砂粒は移動する可能性がある。Fig. 4 - c の描点はかなり散在がいちぢるしいが、第⑦群、すなわち Ripple 河床の抵抗法則(1)の周囲に集まることになる。

つぎに $d_m = 2.62$ mm の砂の場合には、 d_{90} を仮りに3mmとみなして v_{*c} を推算すれば、 $v_{*c}^2 = 24.5$ (cm/s)² となる。現実の実験値から得られる v_*^2 の程度は、 $v_*^2 = 13.45 - 98.0$ であるから、掃流力が小さい間は河床は全面的には動き得ず、従つて描点は第②群上にある。しかし $v_*^2 > v_{*c}^2$ となり、両者の比が1よりかなり大になると、描点は第⑦群に近づく。

最後に $d_m = 4.58$ mm を用いた実験 (Fig. 4 - a) では、仮りに $d_{90} = 6.0$ mm と仮定すれば、 $v_{*c}^2 = 49.0$ (cm/s)² となる。実際の流れの掃流力から $v_*^2 = 28.2 - 65.0$ (cm/s)² であるから、この実験の大部分は $v_*^2 > v_{*c}^2$ の状態で実施されたことになり、従つて描点は大体第②群に従うものと推定される。なお $d_m = 4.58$ mm の場合の割合 S は、 $S = 0.00125 - 0.00232$ の間に変化していることを付記しておく。

図-4 佐藤・吉川・芦田の実験に対する $V-R_b^2 S$ 図



5. 河川の平均流速公式との関係と決論

以上述べたように、自然河川の流れの径深 R の代りに、Einstein 法により算出された河床粗さに関する径深 R_b を使用すれば、河川に対して著者らがすでに提案した平均流速公式(1), (2), (3)式がそのまま長方形断面の室内実験の沖積水路の流れにほぼ適用できることが明らかになった。

しかし細部については、以下列記するように若干異なる部分や検討すべき事項がある。

- 1) 細砂床で、かつコウ配 S が小さい実験では、第③群から第⑦群へ突然移行する現象が、安芸 A, B および W. E. S. の場合に認められた。しかし自然河川の場合には、流量が小さいときに第③群となることはきわめてまれで、単に第⑦群の抵抗法則に従うことが多い。この理由は、実験室内では予め砂床を Flat に均しておくことが可能であるからであろう。
- 2) 細砂床で、かつ急コウ配をもつ実験 (例えば Gilbert の A, B, C 種など) では、描点が第③群よりかなり上方に集まる場合が起り得た。しかし一般にわが国の場合では、急流河川の河床材料は粗大になり易いので、わが国に関する限り、Gilbert の A 種 ($d_m = 0.305$ mm), C 種 ($d_m = 0.506$ mm) に見られた小さい河床抵抗は、実際には起りにくいと考えられる。

- 3) 実験室内では、第①群から第③群へ移行する実例を認めることができなかったが、自然河川では、Rio Grande や白川に実例をみることができる⁽¹⁾。これは第①群の Ripple 床を生ずるためには S が小で、粒径が小さく、かつ流量が大となることが必要であるが、実験室内では装置の規模の点で Q を大にできないためと推定される。ただ W. E. S. の実験のうち 4, 5, 6, 7 などの $V-R_b^2 S$ 図において、 Q が増大するに従い描点が①から②へ急上昇し、さらに③にまで増加しようとする傾向があるようにも思われるのは、この現象を示す一例であると考えられるが、今後の検討を要する問題である。
- 4) 第②群から第①群への移行はきわめて徐々に行なわれ、その期間平均流速 V はほとんど一定のままで、流砂面抵抗が徐々に増加する傾向が実験（佐藤・吉川・芦田の例）において立証されたが、自然河川においても全く同様な性質が、第②群河川の洪水時の資料の場合に認められている（渡川の具同、球磨川の柳橋）。
- 5) S がきわめて小さく、かつ砂粒径が小さいときに第①群河床ができることは、実験水路においても自然河川においても同様である。
- 6) S が適度の大きさで、かつ粒径がやや大きい場合に第②群河床が生じ易いことは、実験においても河川においても同様である。
- 7) 砂粒径が粗大で、かつコウ配 S が大きいときの実験例は、すでに述べたように第③群河床として(3)式で表わされ、かつ実験例がかなり多い。しかし自然河川ではきわめて実測値が少なくサビ河の例がみられる程度に過ぎない。第③群の抵抗法則は最も河床抵抗が小さい方に属するが、急コウ配の流れになるとマンギの粗度係数は極端に大になる傾向がある。
- いま第③群の(1)式をメートル単位に書き改めると(4)式が得られる。

$$K = 110, \text{ 第③群河床 (Transition) }; \quad V = 0.1202 K R^{0.54} S^{0.27} \quad \dots\dots (4)$$

(m/sec)

これとマンギの平均流速公式をひとしとおけば

$$K = 110, \quad n = \frac{8.320}{K} R^{0.127} S^{0.23} \quad \dots\dots (5)$$

(R in m)

表-1. は種々な R_b と S に対する n の値を(5)式から求めたもので、例えば $R_b = 5 \text{ cm}$, $S = 0.001$ ならば $n = 0.01056$ に過ぎないが、 $R = 2 \text{ m}$, $S = 1/20$ ならば n の値は 0.04147 に増加することを示している。

Magnitudes of $n \times 10^2$							
$\begin{matrix} R \text{ (m)} \\ S \end{matrix}$	0.02	0.05	0.10	0.20	0.50	1.0	2.0
0.001	0.9397	1.056	1.153	1.259	1.414	1.544	1.687
0.002	1.102	1.238	1.352	1.476	1.659	1.811	1.978
0.005	1.361	1.529	1.669	1.823	2.048	2.236	2.442
0.01	1.596	1.793	1.935	2.138	2.402	2.623	2.864
0.02	1.872	2.103	2.297	2.508	2.818	3.077	3.360
0.05	2.311	2.596	2.835	3.096	3.478	3.798	4.147
0.1	2.710	3.045	3.325	3.630	4.079	4.454	4.864
0.2	3.179	3.571	3.899	4.258	4.784	5.224	5.704
$K = 110, \quad n = \frac{8.320}{K} R^{0.127} S^{0.23} \quad (R \text{ in m})$							

表-1. n に及ぼす R と S との影響 ($K = 110$).

参 考 文 献

- (1) 杉尾：河川の平均流速公式と河床面形態との関係について；土木学会論文集，第77号，昭44/1
- (2) 杉尾・築田：沖積河床上の平均流速公式；土木学会第24回年次講演会，II-93，昭44/9
- (3) 岩垣：限界掘流力の流体力学的研究；土木学会論文集，第41号，昭31/