

混合粒径河床の土砂移動 (二礫混合の場合)

建設省土木研究所 正員 土屋 昭彦

〃 〃 〇山 本 晃 一

1 はじめに

従来、河床の変動を予測するに当って、流砂量公式として、土研公式⁽¹⁾、Einstein 公式⁽²⁾などが使われ成果を上げてきた。しかしこの河床の変動の計算も、河床が混合粒径である場合には問題点があり、特にダム下流等上流からの供給土砂量がストップしたような場合、河床砂の混合特性が河床変動に大きく作用し各公式を修正していかななくてはならない。

Einstein 公式は一応混合粒径河床でも、混合粒径による効果を補正係数 ϵ で表わし流砂量が計算できるようになっている。(この ϵ について平野⁽³⁾や神谷⁽⁴⁾は Einstein の与えた値より小粒径では小さくならないと云っている。)又土研公式を、小粒径に対して掃流力が増すと考えて流砂量公式を補正して流砂量計算を平野は行なっている。混合砂礫の代表粒径に対する限界掃流力については、土屋義人がかなり突っこんだ論議をしている。

本研究は混合粒径河床と言っても、大小二粒径から成る単純な河床を想定し、大粒径礫の存在によって小粒径砂に働く掃流力の減少を量的に把握し、そのメカニズムを明らかにし、一般の多種の粒径から成る河床の土砂移動特性へのアプローチとする。

2 実験装置および実験概要

実験は巾80cm、長さ19mの鋼製水路で行なった。水路に約5~10cmに砂をしき、その上に前もって決めた間隔にしたがってビー玉(直径D2.9cm)を規則正しく配置し、その後通水し、流量(三角ぜきによって測られる。)、水深、水面勾配(初め水面をポイントゲージで測定したが、後、水面変動を消すため、水路側壁を通して静圧を誘導し、この水面をポイントゲージで測った。)を測定する。水路の中央8mが移動床になっており、その上流部、下流部は固定床となっている。実験砂は図-1に示すように50%粒径0.29cm A砂、0.21cmのB砂の二種が使用された。ビー玉は、図2のように格子状に置かれた。ℓとしては15cm、12.5cm、10cm、7.5cm、5cmの5種が成された。

3 砂面に働く有効せん断力

良く知られているように均一粒径の河床で無くても、適当な座標原点、相当粗度などを考えれば、河床近くをのぞき

$$u_{*'} = Ar + 5.75 \log_{10} (z_{ks}) \dots \dots \dots (1)$$

で流速分布を近似できる。Aは河床が荒らければ8.5と言われている。ここで U_{*} は河床に働くせん断力 τ によって決まり $\tau = \rho u_*^2$ である。著者の考えている河床では、 τ はビー玉に働く力と砂面に働く力によって決まる値である。今 τ_0 を河床全体の平均的なまざつ力、 τ_0^* を砂が占

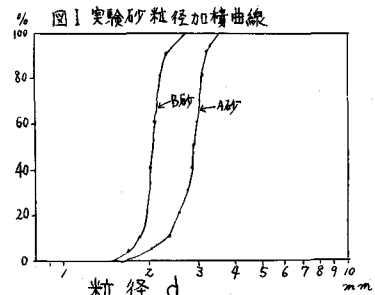
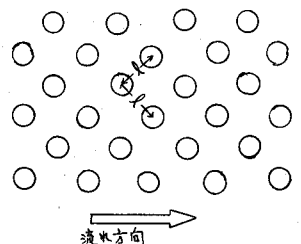


図2 ビー玉の配列



めている場所に働くまざつ力とすると、ビー玉の影響によって当然 τ_0 は1より小さくなる。これが混合粒径河床で限界掃流力が増大と言われる原因である。この普通に言われる限界掃流力とは、砂に働く実質のせん断力と異なったものであり、著者らは砂が動き出すのは、砂面に働くせん断力が限界掃流力状態になった時であると考えた。結局遮蔽係数 α と言われるものは τ_0/τ_0^* で見かけの掃流力の増加として現われるわけである。

次のような単純な条件下で考えて行こう。

- イ) 大粒径(ビー玉)は動かない。
- ロ) 図4のように球の背後の死水域では、有効せん断力が零で、そこでは砂は輸送されないとする。
- ハ) 球の横では、流速が速くなり、掃流力が増すが、すぐ局所的な深堀を起し、まわりの掃流力とほとんど変らない状態に落ちつくと考ええる。

図-3のような水路を考える。①、②断面間に働く外力は、釣り合っている。又流れは十分に発達し、対数流速分布が成り立つものとする。流れが等流とすると、

$$\Sigma C_D \cdot \frac{1}{2} \rho U_d^2 \cdot A_d + \tau_0^* (A - A_{loss}) = \tau_0 A \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで C_D ; 礫(ビー玉)の抗力係数、 A ; ①、②断面間河床面積、 A_d ; 礫に流体力が作用する断面積、 A_{loss} ; 礫によって生ずる死水域、 U_d ; 礫の頂点の流速である。(2)式は左辺第一項の礫に作用する力と、第二項の砂面に作用するせん断力の和が、右辺の河床に働く平均せん断力と釣り合っているという関係を表わしている。(2)式を A で割ると

$$\frac{1}{2} \rho \Sigma C_D U_d^2 A_d / A + \tau_0^* (1 - A_{loss}/A) = \tau_0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

となる。

今礫は、その重さと、砂の支持力、流体力によって、ある釣り合い状態で突出高(砂面より) h_0 で存在するとし、又 N を $A \text{ cm}^2$ 中に存在する礫の個数とする。

$$A_{loss}/A = C_1 \cdot \frac{\pi}{4} D^2 N/A = C_1 \pi D^2 N/4A \quad \dots \dots \dots (4)$$

D は礫の直径、(4)式の C_1 は $Re = U_d \cdot h_0 / \nu$ の関数と考えられるが、筆者らの実験の範囲の Re 数では一定として良いだろう。

$$\Sigma A_d/A = C_2 \cdot \frac{\pi}{4} D^2 N/A = C_2 \pi D^2 N/4A \quad \dots \dots \dots (5)$$

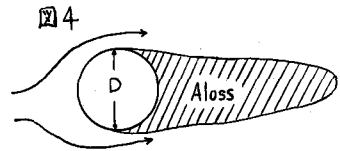
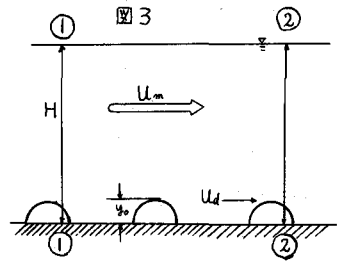
で、 C_2 は 0.5 に近い定数である。又 $S = A/N$ (1個礫の支配面積)、 $F = \frac{\pi}{8} D^2$ (1個の礫に流体力が作用する断面積を表現するもの) とすると

$$P = \frac{S}{F} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{A}{\pi D^2 N} = 8A/\pi N D^2 \quad \dots \dots \dots (6)$$

は水路床上の礫の相対密度を表わす。河床近くの流体分布を(1)式で表わすには問題があるが、 $Z = h_0$ を代入して

$$U_d = (8.5 + 5.75 \log_{10} \frac{h_0}{K_s}) \cdot U_* \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、河床面をどこに取るか問題があるが、均一粒径で理論河床が、球の頂上から下 $1/2$ 粒径ぐら



いであることを考えれば、砂面を河床面としても問題はなかろう。(4)、(5)、(6)、(7)式を(3)式に代入すると

$$C_2 = C_D \cdot \rho u_*^2 \cdot \alpha x^2 / P + \tau_o^* (1 - 2C_1 / P) = \tau_o \dots \dots \dots (8)$$

$$\rho u_*^2 = \tau_o \text{であり } \alpha x = 8.5 + 5.75 \log_{10} (y_o / k_s) \text{ を考えれば、(8)式を変形すると}$$

$$L = \tau_o^* / \tau_o = (P - C_2 \cdot C_D \cdot \alpha x^2) / (P - 2C_1) \dots \dots \dots (9)$$

となる。結局 $L (=1/\xi)$ は P と相当粗度 k_s と 突出高 y_o の関数と考えられる。

4 実験結果および考察

(9)式を確かめるために表1の5種の P で実験が、行なわれた。
ここで、 C_1 、 C_2 、 C_D 、 y_o を評価しなくてはならない。

○ y_o について

y_o は 1 case ごとに約 25 個のビー玉の突出高 y_o を計った。図5は $dm = 0.29 \text{ cm}$ の場合の突出高の度数分布で、(データ数は 715) P にかかわらずすべての実測値 y_o の度数分布である。約 1.7 cm のまわりに散らばっている。図6は P によって y_o が変化するかを調べたもので、 y_o は P によってそれほど変動しない。

$dm = 0.29 \text{ cm}$ の時 $y_o = 1.7 \text{ cm}$
 $dm = 0.21 \text{ cm}$ の時 $y_o = 1.53 \text{ cm}$ とする。

○ C_2 について

$$dm = 0.29 \text{ cm} \text{ の時 } y_o = 1.7 \text{ cm より}$$

$$C_2 \approx \frac{1}{2} + 2.9 \times (1.7 - 1.45) / \frac{1}{4} \times \pi \times 2.9^2 = 0.715$$

同様に $dm = 0.21$ の時 $y_o = 1.53 \text{ cm}$ より $C_2 = 0.58$

○ C_1 について

C_1 の値の詳細な値を求めることは、後流に関する実験がないことから不可能であるが、 y_o の高低によって変化する値と考えられる。筆者は次のような測定を行なって C_1 の評価をこころみた。 $dm = 0.29 \text{ cm}$ の河床上に、ビー玉を一つ置き、その背後の流速を流れ方向 1 cm 間隔に垂直方向の流速分布を測定した。

表 1

L	15.0	12.5	10	7.5	5
S	22.5	156.3	100	56.3	2.5
P	68.23	47.3	30.29	17.02	7.57

図5 ビー玉の砂面よりの高さ y_o

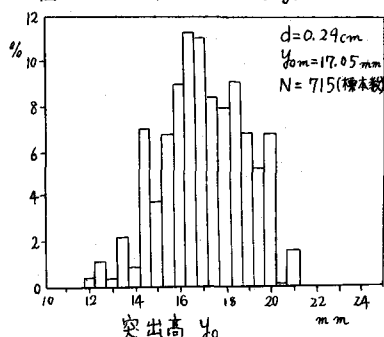


図6 y_o の P による変化

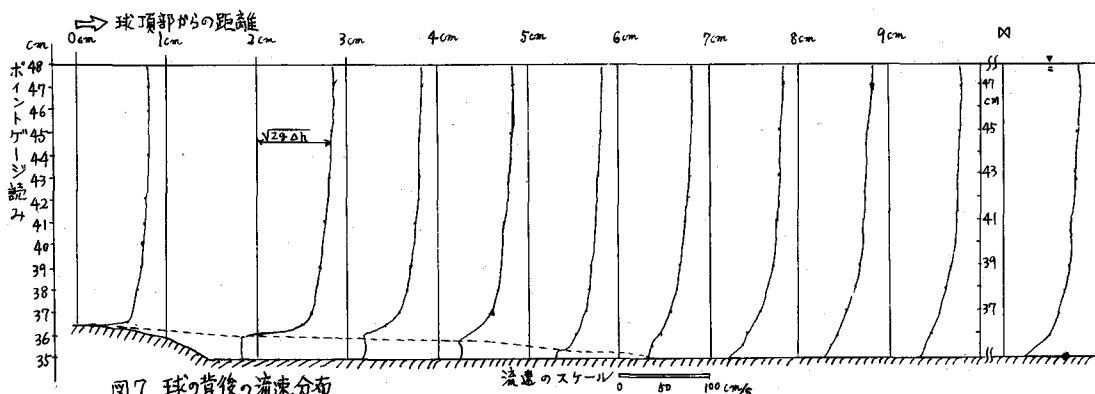
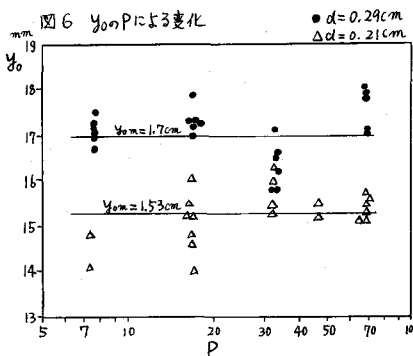


図7. 球の背後の流速分布

図7はピトー管の動圧と静圧の差 Δh より $\sqrt{2g\Delta h}$ の変化を図示したものである。死水域ではマンノメーターに現われる静圧、動圧は、実際の静圧、動圧ではなく、この図は直接流速を表わしていない。この図から、 $\sqrt{2g\Delta h}$ が急に变化する点線以下の部分を死水域と考えて良いだろう。今死水域が軸対称であると考えると

$$A_{loss} = 14.13 \text{ cm}^2 \text{ となり}$$

$$C_1 = 14.13 / (3.14 \times 2.9^2 / 4) = 2.14$$

となる。 C_1 の値は2～2.5位の値と考えられる。

○ 相当粗度 k_s について

相等粗度 k_s は流速分布を測定し、片対数紙上に表わせば、その直線部分を延長し、 $U = 0$ の交点を Z_0 とすれば $k_s = 30.2Z_0$ として求まる。図8に●で示したものがそれである。又 k_s はエネルギー勾配

I_e より $U_* = \sqrt{g H I_e}$ を求め

$$V_m / U_* = 5.75 \log_{10} (12.27 H / k_s) \dots\dots\dots 00$$

より求めることができる。 V_m は平均流速である。ここで H は側壁の影響をとりぬくため Einsteinの方法によって補正した補正水深である。 H_0 を実測水深とすれば

$$H = H_0 (1 - 2 R_w / B_0) \dots\dots\dots 00$$

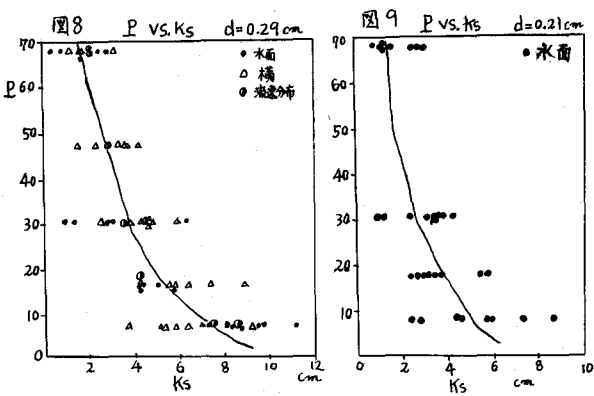
$$R_w = (N_w \cdot V_m / \sqrt{I_e})^{1.5} \dots\dots\dots 00$$

B_0 は水路巾、 N_w は側壁の Manning の粗度係数 (0.014)、 Δ 、 $\bullet$ がこの計算より求めたものである。

●は直接水面から水面勾配を計ったものであり、 Δ は側壁から静圧を誘導したものより計ったものである。図をみると P の減少につれて k_s は増加傾向にある。しかしかなりのばらつきがあり、これは測定誤差が大きく影響しているのだろう。足立⁽⁵⁾によれば、イボ型粗度の場合、相当粗度は $k_s / h_g = 98.4 \times (S / F)^{0.94} (R / h_g)^{-0.84}$ としている。筆者らの場合には、粗度の密度 (S / F) と水深の影響 (R / h_g) の項のほか、砂面の抵抗を表わす因子が加わるはずである。それらの相互関係は測定精度の問題測定量の少なさから明確ではない。ただ河床の粒径が小さければ、 K_s は同一 P に対して小さくなるようである。筆者の実験は水深12～17 cmの間でほとんどが行なわれ、水深 H の影響はそれほど大きくないものと思われる。図中の曲線でもって K_s と P の関係としておく。

○ L の測定について

河床に働く実質せん断力 τ_0 と河床に働く平均的なせん断力 τ_0^* の比 $L = \tau_0^* / \tau_0$ は直接には求めることができない。求めることができるのは τ_0 のみであり。筆者は次のよう考えて τ_0^* を求めることにした。河床面の砂が動き始める限界は、河床面上に働く実質せん断力が、限界掃流力状態になった時動き始めるはずである。砂の限界掃流力は、均一粒径の場合、岩垣によって求められている⁽⁵⁾。我々は、礫が存在する場合でも砂の移動限界は、岩垣によって示された掃流力で動くと考えた。つまり、礫に働く抗力による energy は砂の移動に寄与せず、砂面に働く実質せん断力だけによって動くと考えるわけ



である。よって砂が動き始める時（岩垣の判定法を使った。）のせん断力 τ_0 を求め、岩垣式で計算した τ_{0c}^* との比 $\frac{\tau_0^*}{\tau_0}$ は L と考えられる。図10、図11は縦軸 P 、横軸に $L=(\frac{\tau_0^*}{\tau_0})$ を取って、実験値を図示したものである。図10は $d_m=0.29\text{ cm}$ 、図11は $d_m=0.21\text{ cm}$ の場合である。この図を見ると実験値はかなり散乱している。測定誤差の大きさと同時に、限界掃流力状態の判定の問題が、このように実験値を散乱させるのであろう。傾向的には P の減少につれて $\frac{\tau_0^*}{\tau_0}$ は減少していくことを示している。

○実験値と理論式⁽⁹⁾との比較

実験式と⁽⁹⁾式を比較するに当って、もう一つ C_D の値が明らかにならなくてはならない。 C_D の値は速度勾配の無い流れの中に置かれた球の場合、レイノルズ数 $Re=U\frac{D}{\nu}$ の関数として求まっている。 Re が 10^4 から球の回りの境界層が乱れない 2×10^5 位までは、ほぼ一定で0.44である。図12の右図のように、底にはりつけた半球の場合 $W \cdot S \cdot CHEPIL$ ⁽⁶⁾によって直接測定され速度として $y=0.35D$ をとると揚力係数 $C_L=0.068$ としている。又揚力 L と抗力 F の比 $\frac{L}{F}=0.81$ としている、これより、 $y=0.5D$ の速度を使い断面が $\frac{1}{2}$ を考えると $C_D=0.121$ となる。ところで筆者の実験の場合、球の存在状態を見ると図12の左図のごとくであり $W \cdot S \cdot CHEPIL$ の実験状態とかなり異なり、球の前面で局部的洗掘があり、下向きの流れが存在する。むしろ球のまわりの流れに近い。筆者としては C_D として球だけの形の抵抗のみならず、河床の凹凸も形の抵抗の中に入れるべきであると考え、今 $d_m=0.29\text{ cm}$ （A砂）の場合、 $C_1=2.14$ 、 $C_2=0.715$ 、 K_s を図9の曲線で代表させ、 C_D の値を変化させ実験値と合う C_D を求めてみよう。 $C_D=0.44$ 、 0.35 、 0.3 の場合⁽⁹⁾式で計算したものが図10に描いてある。 $C_D=0.35$ 位が一番実験値と計算値は合うようである。 $d_m=0.21\text{ cm}$ （B砂）の場合、突出高 m が変化しているため、 $C_1=2.14 \times \frac{1.53}{1.7}=1.93$ 、 $C_2=0.58$ として C_D を変化させると図11に描いたようになる。 $C_D=0.3$ 位が一番実験値に近いようである。

4 礫のある場合の流砂量について

流砂量については、佐藤、吉川、芦田⁽¹¹⁾は、流体が河床の砂礫に与える力積は掃流層内の砂礫に与える力積に等しいと考えて

$$Q^B = \varphi \cdot F \left(\frac{\tau_0}{\tau_c} \right) \cdot \left(\frac{\tau_0 \rho}{\sigma_p - 1} \right) g \dots\dots\dots 03$$

をあたえている。これを変形して礫が存在する場合には、

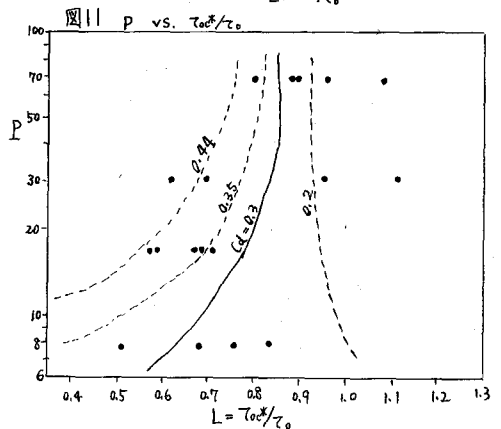
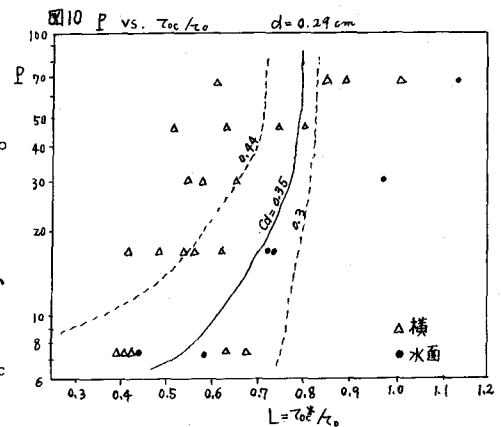
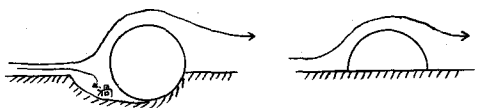


図12 球の存在状態

筆者の実験の場合

W.S.CHEPILの場合



$$Q_B = \rho \cdot F \left(\frac{\tau_c^*}{\rho} \right) \cdot \left(\frac{\tau_c^*}{\rho} \right)^{3/2} / (\eta_p - 1) g \times l_A \dots 04$$

である。ここで $\tau_c^* = \tau_c \times L$ であり、 $l_A = (1 - A_{loss}/A)$
 $= 1 - 2C_1/p$ である。

ところで土研公式は、実用算定流砂量公式として

$$\left. \begin{aligned} n > 0.025 \text{ で } \varphi &= 0.623 \\ n \leq 0.025 \text{ で } \varphi &= 0.623 (40n)^{-3.5} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 05$$

としている。ここで n はマンングの粗度係数。この φ には、砂れん等の河床の irregularity の影響等が、すべて n に押しこまれた形になっている。礫の存在する場合の φ_1 としてこの φ を使うことは、明らかに間違いであり、 φ の物理的

意味の解明が成されなくてはならない。土研式は、平らの河床の場合の理論展開から

$$\varphi = \frac{2.517}{2\sqrt{2\pi}} r \cdot b \cdot C_L a^2 \dots \dots \dots 06$$

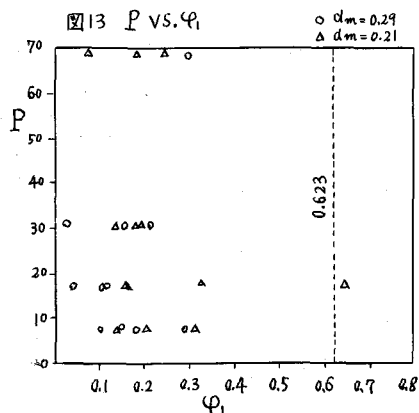
としている。掃流差の移動速度に関する b は岸、福岡⁽⁷⁾ らによって評価されているが、砂れん等の発生した場合の φ の意味は明確ではない。Einstein 公式は河床の irregularity と砂移動に寄与するせん断力とに分割する形となっていて、砂移動に作用する力としては、土研式より明確になっている。

ここでは、流砂量から φ_1 を逆算し、図 13 に示し、 φ の物理的意味はのちの問題として残しておく。ただ φ の値が、かなり小さくなっていることを述べておこう。

5 あとがき

以上、大礫が掃流力におよぼす効果を述べた。今後の課題として、このような考え方をいかに一般の混合粒径の河床に発展させるか、又 φ の物理的意味の考察、 k_s の諸物理量間の関係の明確化が残されている。最後に実験に多くの労をかけた、島貫、伊藤技官、及びこの研究に有益な助言をいただいた浜谷研究員に深甚な謝意を表わす次第であります。

図13 P vs. φ_1



参考文献

- 1) 佐藤清一, 吉川秀夫, 芦田和夫; 河床砂礫の掃流運搬に関する研究 土研報告第101号
- 2) H. A. Einstein; The bed-load function for sediment transportation in open channel flow. U. S. Dept. of Agri. Tech. Bull 1026, 1950
- 3) 平野宗夫, 碓謙三; 分級作用を伴う河床変動 第25回年次学術講演会講演集
- 4) 神谷降太郎; 流送土砂調査・昭和36年度報告書, 土木技術資料4-11
- 5) 足立昭平; 人工粗度の実験的研究 土木学会論文集 第104号
- 6) W. S. Chepil; The use of evenly spaced hemispheres to evaluate aerodynamic forces on a soil surface Transaction American Geophysical Union Vol 39 1958
- 7) 岸力, 福岡捷二; 河床粒子の Saltation の機構と流砂量 土木学会北海道支部技術資料第22号