

段波状流れの不連続面におけるれきの移動

京都大学防災研究所 矢野 勝正
大阪府立工業高等専門学校 ○大同 淳之

1. はしがき

豪雨に伴つて、溪谷で直径1米前後の巨れきが移動する現象がしばしばみられる。この巨れきの移動の説明に、

1. 砂れき層全体の流動による移動
2. 流れの中に完全に没した状態での移動
3. 図1に示すように巨れきの上下流で流れの不連続面が生じている場合の移動。

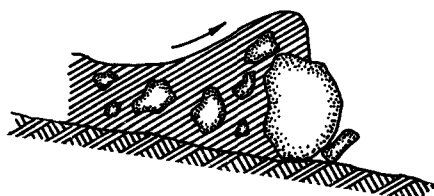


図1 土石流にみられる巨れきの移動

が考えられる。1の現象は、普段水流の作用を受ける河床

では、まず起らないと考えられる。2については、限界掃流力の考えを用いて、移動限界を求めることができる。しかし実際には、限界掃流力以下の水流作用しか受けなかつたと想定できるにもかかわらず、れきの移動がみられることが多い。この説明はどこに求めるべきであろうか。

一方、土石流の流下の際には、図1に示すように段波状に盛上つた流れによつて巨れきが移動すると報ぜられている。このような流れの盛上りは、土石流でなくても溪谷では出水の初期などにしばしば観測される。また溪谷で巨れきが河床に露出するときは、流れの断面の減少からせき上げが生じ、れきの上下流で甚だしく水位差が現れる。このような流れの不連続面にれきが置かれたとき、れきの受ける力は、流れの中に完全に没している場合よりも大きいと推定できる。溪谷における巨れきの移動の説明の一助として、3の場合について、れきの移動限界を考察しよう。

2. 巨れきに作用する力

(1) れきの周辺の流れ

れきの上下流で著しい水位差が生ずるのは、急激な出水に伴う段波あるいはれき自身のせき上げによる場合である。前者の水位差は段波の規模によつて与えられる。後者は水路のこう配および流路幅とれきの大きさに関係し、断面縮小部における限界流のエネルギー E_c と、同所における等流のエネルギー E_n の大きさによつて、図2に示す水面形を生ずる。Froude数が大きくなると、一般に下流側の水位低下が大きくなり、水路に円筒を立てた実験では、低下が水路床に達する場合がある。不定流の場合には、このせき上げ現象は増加するであろう。

(2) れきに働く力

れきに働く力は、上下流の水位差による静水圧、流れの加速度によつて生ずる仮想質量力、流れによる形状抗力と造波抗力および揚力である。流

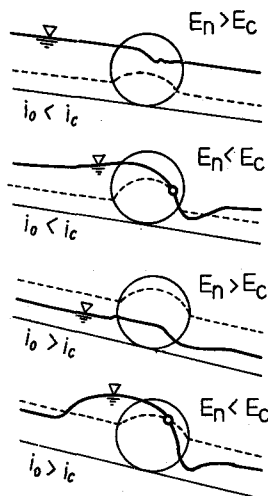


図2 縮小断面における水面形

れがれきに衝突した瞬間では、これらの力が同時に働き、時間がたつて上下流の流況が定常になると加速度による力は消滅し、さらに上下流の水位差が著しくないときは、静圧の効果も造波抗力に含ませて取り扱われるようになる。定常な流れにおける抗力抵抗 F_f および造波抗力 F_w は、つぎの式で表される。

$$F_f = (\rho/2) C_f A_f U^2 \quad (1)$$

$$F_w = (\rho/2) C_w A_w U^2 \quad (2)$$

ここに、 C_f は形状抗力係数、 C_w は造波抗力係数、 A_f はれきの流れ方向の投影面積、 A_w はれき在水面で切つた断面積である。

さて、れきの受ける力が大きくなるのは、段波の初期の上下流の水位差の大きい場合であろう。この場合の抗力を(1)式および(2)式で表わすことはもちろん可能であるが、著しい水位差が流れの非定常から生じるものであることを考えると、そこに生じる静圧は、流れの抗力と別にするほうがのぞましいといえる。

(3) 流れの不連続面におかれたれきに作用する力

図1の現象を、図3のように簡単化して取り扱うことにする。

(1) 仮想質量力

流れの加速度による力は、つぎのように表わされる。

$$F_M = \rho C_M M'(t) du/dt \quad (3)$$

ここに、 C_M は仮想質量係数、 $M'(t)$ はれきの浸水体積である。この力を、れきのすぐ前面で流れが急激にせき上げられるような状態に対しては、つぎのように表わすことが許されるであろう。

そこでは、摩擦こう配が省略できて、運動方程式はつぎのようになる。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u_m^2}{2g} \quad (4)$$

連続方程式は、幅一様な長方形断面に対しては

$$u_m \frac{\partial h}{\partial x} = -h \frac{\partial u_m}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5)$$

である。そこで、流れの流速を段波の波頂附近の立ち上りの部分について、近似的に、

$$u_m = \frac{h^{2/3}}{n} \sqrt{i - \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)} \quad (6)$$

とすると、 $\partial u / \partial t$ は、(4)式および(5)式より

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} = \frac{h^{2/3}}{n} \sqrt{i - \frac{\partial h}{\partial x}} \left\{ \frac{2}{3} \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{1}{2} \left(i - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial h}{\partial x^2} \right\} \left\{ 1 - \frac{hg}{(R^{2/3}/n)^2 \left(i - \frac{\partial h}{\partial x} \right)} \right\} - \frac{g}{(R^{2/3}/n) \sqrt{i - \frac{\partial h}{\partial x}}} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7)$$

と表される。任意時間の浸水体積 $M'(t)$ は

$$M'(t) = M'_0 + \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) \Delta t \eta_w (\pi D^2/4) = \kappa (\pi D^3/6), \quad \kappa = \left(\xi M'_0 + \frac{2}{3} \frac{\partial h}{\partial t} \Delta t \eta_w \right) \quad (8)$$

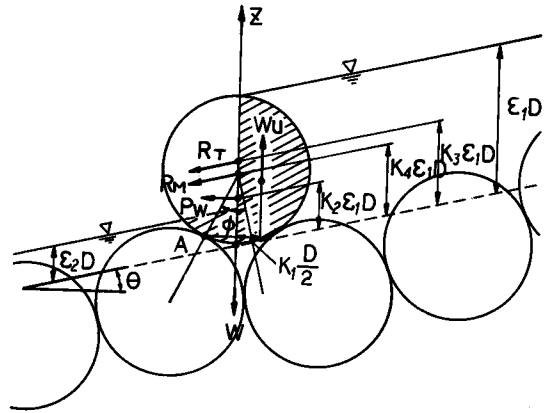


図3 れきの受ける力とその方向

で与えられる。ここに M_0' は初期の浸水体積で η_0 は M_0' 時におけるれきも浸水面で切断したときの断面積係数、 f_{M_0} は M_0 が全体の体積中に占める割合、 D はれきの粒径である。したがって(8)式は、

$$\partial u / \partial t \quad \text{に(7)式を用いて} \quad (9)$$

$$F_M = \rho C_M \kappa (\pi D^3 / 6) (\partial u / \partial t)$$

となる。この力の作用点は、流速分布の複雑さを考えて、 M' の重心に働らくと考えるのが妥当であろう。これを河床から

$$Z_{CFM} = K_4 \varepsilon_1 D \quad (10)$$

と表現する。作用する方向は河床に平行である。

(II) 動 圧

流れがれきによつて阻止され、流れの方向の運動量を減じることから、流速を u 、高さ z におけるれきの幅を b とすると、れきに働らく流れの力は、つぎのように表される。

$$R_T = \rho \int_0^{\varepsilon_1 D} \psi u^2 b dz \quad (11)$$

ここに ψ は、抗力の流れ方向の効率 ψ とれき前面の流体力が他のれきでしゃへいされない割合 ζ の積であると考える。 $\varepsilon_1 D$ ($\varepsilon_1 \leq 1$) は流れの水深である。河床上に突起した障害物のまわりの流速は複雑で、鉛直方向の流れも観測されることから、(11)式はこれを平均して取り扱い、

$$R_T = \rho \psi \zeta (\pi D^3 / 4) \cdot U_m^2 \quad (12)$$

とする。ここに ζ はれきの流れ方向の投影面積が他のれきによつてしゃへいされない割合、 $\pi D^3 / 4$ は水深 ED のときのれきの流れ方向の投影面積である。平均流速 U_m は、(6)式を変形して、

$$U_m = A_* U_* \quad (13)$$

と表わすことにする。ここに A_* は流れの水深と粗度に関する量で、 U_* は摩擦速度である。この力の作用点は、流速分布の不明確さから、河床から

$$Z_{CTR} = K_3 \varepsilon_1 D \quad (14)$$

とする。ここに K_3 は係数である。作用する方向は河床に平行である。

(III) 静 圧

れきの上下流の水深を $\varepsilon_1 D$ 、 $\varepsilon_2 D$ で表わし、れきを球状とみなすと、上下流の圧力差は、

$$P_i = \rho g \int_0^{\varepsilon_1 D} b (\varepsilon_1 D - z) dz = \rho g \beta_i (\pi D^3 / 8)$$

$$\beta_i = (\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \left[1 + \frac{8}{\pi} \left\{ (\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \sqrt{\kappa_i} + \frac{1}{4} \sin^{-1} (\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \right\} + \frac{2}{3} \frac{8}{\pi} \sqrt{\kappa_i^3} \right]$$

$$\kappa_i = \frac{1}{4} - (\varepsilon_i - \frac{1}{2})^2 \quad (15)$$

$$\text{より} \quad \Delta P = \rho g \lambda (\pi D^3 / 8), \quad \lambda = \beta_1 - \beta_2 \quad (16)$$

で与えられる。力の作用点 Z_{cap} は $Z_{cap} = (P_1 Z_{cpw_1} - P_2 Z_{cpw_2}) / \Delta P = K_2 \varepsilon_1 D \quad (17)$

$$P_i Z_{cpw_i} = \int_0^{\varepsilon_i D} p z dz = \lambda (3 \pi D^4 / 64)$$

$$\lambda = \frac{1}{3\pi} \left[8(\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \left\{ \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} 2(\varepsilon_i - \frac{1}{2}) + 4(\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \sqrt{\kappa_i} \right\} - \left[\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} 2(\varepsilon_i - \frac{1}{2}) + 16 \sqrt{\kappa_i} \left\{ (\varepsilon_i - \frac{1}{2})^3 - \frac{1}{8} (\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \right\} \right] - \frac{64}{3} 2(\varepsilon_i - \frac{1}{2}) \sqrt{\kappa_i^3} \right]$$

である。作用する方向は水平である。揚力はれきが大きいため無視する。

8. れきの安定限界

(1) 転動に対する安定

図 3 に示したように、ほゞ一様にならんだ球状のれきの上にのつた 1 箇のれきを対象に、転動に対する安定を求めることにする。一列に並んだれきの平均こう配を θ とし、れきの中心において、河床の法線方向および A 点の方向のなす角を ϕ とすると、 A 点のまわりのモーメントは、つぎのようである。

表 1 A 点のまわりに働く力の大きさとその腕長

		力の大きさ	腕 長	働く方向
れきの重量	W	$\sigma g (\pi D^3/6)$	$(D/2) \sin(\phi - \theta)$	-
れきの浮力	W_U	$\rho g \xi (\pi D^3/6)$	$(D/2) \{ \sin(\phi - \theta) + \alpha_1 \}$ $\alpha_1 = K_1$	+
静水圧	P_W	$\rho g \lambda (\pi D^3/8)$	$(D/2) \{ \cos(\phi - \theta) - \alpha_2 \}$ $\alpha_2 = (1 - 2K_2 \varepsilon_1)$	+
動水圧	R_T	$\rho \psi \zeta \eta U_m^2 (\pi D^3/4)$	$(D/2) \{ \cos \phi + \alpha_3 \}$ $\alpha_3 = (2K_3 \varepsilon_1 - 1)$	+
仮想質量力	R_M	$\rho C_M (\partial U / \partial t) \kappa (\pi D^3/6)$	$(D/2) \{ \cos \phi + \alpha_4 \}$ $\alpha_4 = (2K_4 \varepsilon_1 - 1)$	+

* ξ, η は水深が εD であるときに、それぞれ体積比、面積比を表わし、図 4 に示すとおりである

$$\begin{aligned} \rho \psi \zeta \eta A_*^2 U_*^2 (\cos \phi + \alpha_3) &= \frac{2}{3} \frac{\sigma}{\rho} g D \sin(\phi - \theta) - \frac{2}{3} \xi g D \{ \sin(\phi - \theta) + \alpha_1 \} \\ &\quad - \frac{1}{2} g \lambda D \{ \cos(\phi - \theta) - \alpha_2 \} - C_M (\partial U / \partial t) \kappa (\cos \phi + \alpha_4) = 0 \quad (18) \end{aligned}$$

上式に、 $U_*^2 = g \varepsilon D \sin \theta$ を代入すると、

$$\varepsilon = \frac{\frac{2}{3} \frac{\sigma}{\rho} \sin(\phi - \theta) - \frac{2}{3} \xi \{ \sin(\phi - \theta) + \alpha_1 \} - \frac{1}{2} \eta \{ \cos(\phi - \theta) - \alpha_2 \} - C_M \frac{\kappa}{g} \frac{\partial u}{\partial t} (\cos \phi + \alpha_4)}{\psi \zeta \eta A_*^2 \sin \theta (\cos \phi + \alpha_3)} \quad (19)$$

となる。この式は、れきの粒径に無関係に、そのれきが転動し始める水深比とこう配の関係を示す。

この解析の途中に用いた係数かどのような値をもつかということについては、自由水面に 1 部露出した球状体のまわりの流れの研究が、いままで行なわれていないので、全く未知である。問題はむしろ、これらの係数の決定にあるといえる。

ここではとりあえず、類似の研究から係数を決定して、(19) 式の傾向をみることにする。

簡単のため、下流側に水深のない場合 ($\varepsilon_2 = 0$) を考え、しかもれき全体が浮力を受けているものとし、仮想質量力は省略することにする。

抗力係数 ψ の値は、れきによつて流れの方向の運動量が完全になつたとき $\psi = 1$ である。またれきが完全に流れの中に没した状態を考えると、れきの抵抗係数 $C_D/2 (= \psi)$ は 0.1 とみなされることから、両者の平均をとつて $\psi = 0.55$ と仮定できる。また他のれきによる流体力のしやへい係数

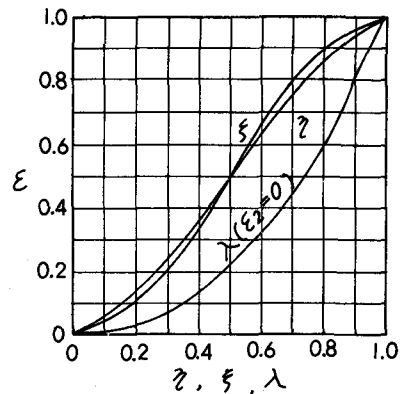


図 4 ε と η, ξ および λ の関係

は、岩垣²⁾、土屋³⁾の限界掃流力の考察を参照して $\psi_2=0.3$ とする。したがって $\psi=0.165$ と仮定できる。

ζ の値は、れきの 0.1 D の部分がしやへいされたとすると、 $\zeta=0.915$ とすることができる。 A_* は平均流速に対数則になりたち、 R_* は $D/2$ と仮定して求めることにする。

以上の仮定のもとに、 $\phi=45^\circ$ (ここで用いる ϕ は、れきの中心と点を結ぶ線が水平軸となす角 ϕ 。との間に、 $\phi_0=90^\circ-\phi+\theta$ の関係がある) について計算した結果は表 2 に示すとおりである。

(2) 滑動に対する定定

巨れきが滑動するということは、転動より困難と考えられるが、図 3 の状態において滑動に対する安定条件はつぎのとおりである。

$$P \cos \theta + R_T + R_M + W' \sin \theta = \mu \cdot W' \cos \theta \quad (2)$$

ここで用いた記号は(1)と同じで、 W' は浮力を考えに入れたれきの重さで $W'=(\sigma-\rho\zeta)g(\pi D^3/6)$ である。 μ は滑動に対する摩擦係数で、 $\mu=\tan \phi_1$ と表される。 ϕ_1 は摩擦角である。これを整理すると、

$$\rho \psi \zeta \pi A_*^2 u_*^2 = -\rho g \frac{\lambda}{2} \cos \theta - \rho \frac{\kappa}{2} G_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + (\sigma - \rho \zeta) g \frac{2}{3} (\mu \cos \theta - \sin \theta) \quad (2)$$

となり、 $u_*^2 = g \varepsilon D \sin \theta$ を代入すると

$$\varepsilon = \frac{\cot \theta}{\psi \zeta \pi A_*^2} \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{\sigma}{\rho} - \zeta \right) (\tan \phi_1 - \tan \theta) - \frac{\lambda}{2} - \cos \theta \frac{G_1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\kappa}{2} \right\} \quad (2)$$

となる。これは(1)式と同じように、任意の粒径に対して、その粒径が動きうるこう配を示すものである。(1)の場合と同じ数値をとり、 $\phi_1=55^\circ$ について計算した結果は表 3 に示すとおりである。 ϕ と ϕ_1 は性格がちがうので比較はできず、実際河川の ϕ の評価も困難であるが、いずれにしても、 10° 内外のこう配のところでは、ほぼ粒径の 0.8 倍程度の水深が与えられると、いかなる粒径のものでも動くことを示す。(1)、(2)を含めて、流れの加速度が働らくときには、更にこう配はゆるくなる。

4. 実験的考察

以上の考え方でれきの移動を説明するためには、関係式中に用いた係数をできるだけ正しく決めることが必要である。著者らはこの値をきめるため、若干の実験を実施中であるが、解析に必要な値が 2, 8 測定できていないため、係数をきめるに至っていない。ここでは、その測定の 1 部をのべる。

図 5 は抗力係数の決定のため、球に非定常性の流れを作用させて、球の受ける力を測定したものである。この測定は、幅 1.3 cm、長さ 4 m の水路中に、直径 3 cm の真鍮製の球をつらし、球の受ける力を球を支持する棒の一部に設けたリゲージで測定したもので、同時に球の上下流の水位を水位計で、れきのすぐ前後の静圧差を水路床に設けた静圧孔からとり出した圧力で求めた。

表 2 転動限界の試算

ただし $\phi = 45^\circ$
 $\psi = 0.165$
 $\zeta = 0.915$
 $R_M = 0$

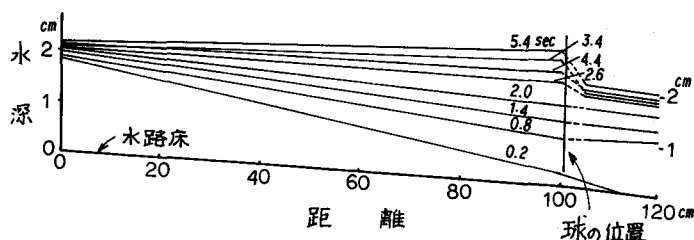
ε	限界こう配
1.0	$3^\circ 20' (0.058)$
0.8	$9^\circ 21' (0.162)$
0.5	$27^\circ 30' (0.461)$

表 3 滑動限界の試算

ただし $\phi_1 = 50^\circ$
 $\psi = 0.165$
 $\zeta = 0.915$
 $R_M = 0$

ε	限界こう配
1.0	$4^\circ 36' (0.08)$
0.8	$10^\circ 10' (0.176)$
0.5	$29^\circ 30' (0.492)$

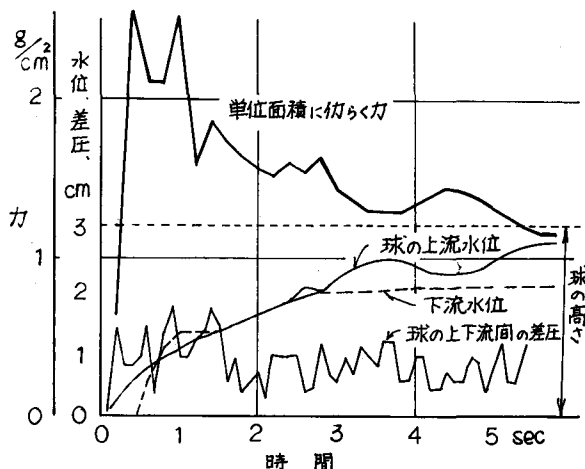
図5のa図はそのときの同時水位曲線で、この実験では球がおかれていないときは流れは射流の領域に属するが、球がおかれると、上流側ではせき上げによつて常流に属するものである。



(a) 同時水位曲線

れきに衝突する流れの前面の水深は数mmできわだつて段波状は示していない。水位の立ち上り部の伝ば速度は 1.0 m/sec である。れきの受ける力を単位面積当りで表わすと、水位がまだ十分上昇していない立ち上り部分で1番大きく、最高水位ではすでに定常流の値に近いことを示した。

これらの資料を用いて求めた係数値については、発表の際報告する予定である。



(b) 力、水位および差圧の時間的变化

5. むすび

この報告は、溪谷に生ずる巨れきの移動の説明に、溪谷では段波状の流れが

発生しやすいことおよび溪谷の幅がせまく、れきによるせき上げ効果でれきの上下流で水位差が甚だしくなり、そのためにれきが流れの中に没する場合よりも、れきの受ける力が大きいと考えて、この流れの不連続面にれきがおかれたときの安定を求めた。関係式の係数の決定には至っていないが、従来の研究を参考に定めた値で求めた結果は、例えば粒径の0.8倍程度の水深があると、 10° 程度のこう配でれきが移動することを示した。新潟県大日原、長野県松川入において、ほぼ粒径の0.8倍程度の出水で1米前後の石が移動しているが、巨石の堆積原のこう配が 5° 内外であることを考えると、以上の考え方で、かなり説明できるのではないかと考えられる。また、水流の作用による堆積のこう配が 10° 以内であることも、これによつて説明されるのではないかと考えられる。

参考文献

- 1) T. Hsieh, Resistance of Cylindrical Piers in Open-Channel Flow, Proc. of A.S.C.E. HY.1, Jan. 1964
- 2) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第41号1～21 1956
- 3) 岩垣雄一：土屋義人：砂面上におかれた礫の限界掃流力について，土木学会論文集，第41号22-33 1956

1956