# 貯水池下流の河床低下と Armouring 現象について

九州大学工学部　正員　平野 宗夫

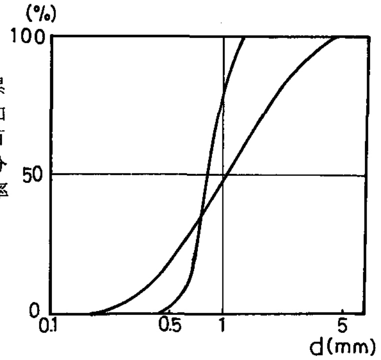
## 1. 緒言

流砂のある河川に貯水池が築造されると上流からの流送土砂が貯水池によって遮断されるため，貯水池下流の河床は次第に低下し，貯水池が充分大きい場合には，河床の各点で掃流力が限界掃流力に等しい静的平衡河床に漸近すると考えられる。その際，河床を構成している砂礫のうち細かいものは粗いものに比し移動しやすいから早く流出し，河床は低下とともに次第に粗い砂礫で覆われるようになり，いわゆるarmouring 現象を呈する。このarmouring が顕著であるという点が貯水池下流の河床変動の特徴であり，従来から現地河川における調査や，河村[1]やHasan[2]らによる実験的研究がなされている。しかし，armouring に関してはまだ不明の点が数多く残されている。

本論文においては，均一砂河床の低下に関する簡略式と，不均一砂河床における河床と粒度の計算式が示されており，いずれも実験結果との比較がなされている。

## 2. 実験装置と方法

実験に用いられた水路は長さ15m，幅60cmで，上流部5mは固定床，下流部10mが移動床となっており，下流端に床止めが設置されている。河床砂としては均一砂（中央粒径 $d_{50}$ = 0.83mm，標準偏差 $\sigma$ = 1.24）および不均一砂（$d_{50}$ = 0.98mm，$\sigma$ = 2.31）の2種類が使用されており，それらの粒度曲線は図－1のようである。

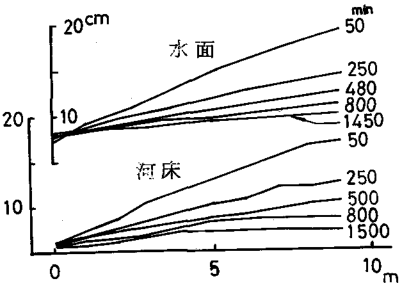



図－1　実験用砂の粒度曲線

実験中は流量は一定に保たれており，適当な時間間隔で水面形状，河床形状および水路下流端における流砂量が測定されている。不均一砂の実験では，armouring の状態を調べるため実験途中で河床砂が採取されている。実験条件は，均一砂で単位幅流量 q = 117, 93, 243cm²/s の3種類，不均一砂で q = 293, 127cm²/s の2種類，初期河床勾配はいずれも0.015，通水時間は720〜3000分である。

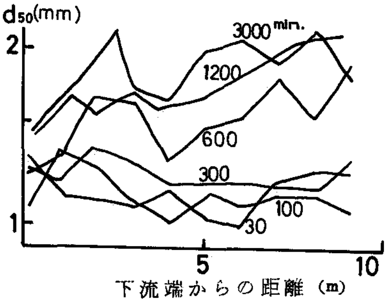
## 3. 実験結果

通水開始と同時に水面および河床は急激に低下を始め，時間がたつにつれて低下の割合は次第に減少する。水面および河床形状は図－2に示されているようにほぼ直線状をしている。不均一砂の場合は河床の低下とともに河床の粒度は次第に粗くなるが，実験初期の河床低下の著るしい間は粒度の変化は小さく河床低下の割合が小さくなるにつれてarmouring が顕著になってくる。（図－3参照）。これは，掃流力が大きい場合 粗砂も細砂も一様に流送されるのでarmouring が起りにくいが，掃




図－2　水面と河床の時間変化

流力が小さくなると粗砂が細砂に比し移動しにくくなるためであろう。




図－3　中央粒径の変化

## 4. 均一砂河床の低下

均一砂河床の低下は，流れの運動方式，流砂量の式および河床の連続の式を連立させて解く普通の河床変動計算により解くことができる。しかし，本実験のように初期流れが射流で，河床の低下とともに次第に Froude 数が減少して常流に遷移する場合には，運動方程式を解くのが非常に困難になる。また，将来の河床低下の概略を簡単な計算で推定できれば便利である。このような観点より筆者ら[8]は①energy 勾配が河床勾配に等しい。②河床は直線である。という2つの仮定を用いて河床低下の簡略式を導いたが，その過程を簡単に説明すると次のようである。

まず，一様断面における河床の連続の式を $X=0$ から $X=l$ まで積分し，上流端 $X=0$ において流砂量を0，河床が直線であるという仮定より $\partial Z/\partial t$ の平均値を近似的に $1/2\cdot\partial(I\cdot l)/\partial t$ とおくと河床の連続の式は次のようになる。

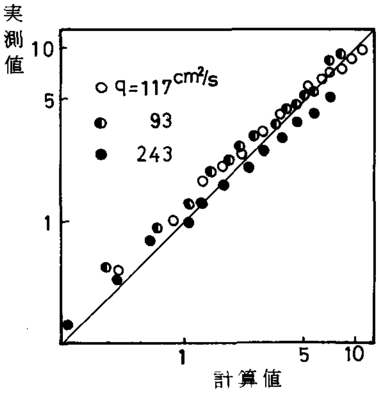
$$\frac{dI}{dt}=-\frac{2q_B}{(1-\lambda)l^2} \qquad (1)$$

ここに，$I$：河床勾配，$q_B$:下流端における流砂量，$\lambda$：河床砂の空隙率である。流砂量の式として次式

$$\frac{q_B}{u_* d}=K\left(\frac{u_*^2}{sgd}\right)^m\left(1-\frac{u_{*c}^2}{u_*^2}\right) \qquad (2)$$

を用い，河床勾配と energy 勾配が等しいとおいて式(1)に代入すると

$$\frac{dI}{dt}=-\frac{2Kd}{l^2(1-\lambda)(sgd)^m}\left(\frac{gqI}{\varphi}\right)^{\frac{2}{3}(m-\frac{1}{2})}\left\{1-\left(\frac{I_K}{I}\right)^{\frac{2}{3}}\right\} \qquad (3)$$




図－4　計算値と実測値の比較

となる。ここに，$d$：粒径，$u_*$：摩擦速度，$u_{*c}$：限界摩擦速度 $K$，$m$：定数，$s$：砂の水中比重，$q$：単位幅流量，$\varphi=q/u_*h$，$h$:水深，$I_K$：限界摩擦速度における勾配，である。式(3)が河床低下の基礎式である。本実験において流砂量の実測値より求められた式(2)の定数は $K=27$，$m=1$ で，指数 $m$ の値は佐藤・吉川・芦田公式におけるものと同じである。式(3)において $m=1$，$q$ および $\varphi$ は一定とすると簡単に積分できて、

$$\frac{I^{2/3}-I_K^{2/3}}{I_0^{2/3}-I_K^{2/3}}=\exp\left(-\frac{4}{3}\frac{Kqt}{l^2(1-\lambda)s\varphi}\right) \qquad (4)$$

ここに，$I_0$：$t=0$ における河床勾配

となる。Hasan ら[2]は貯水池下流の河床勾配は時間 t に対して指数関数的に逓減すると述べているが，式(4)において $I \gg I_K$ の場合 $I$ は $t$ の指数関数になる。式(4)による計算曲線は実測値の傾向と平均的にはよく一致する。しかし，本実験においては $\varphi$ の値は一定ではなく時間とともにやや増大しているため，式(4)は実験の前半に対してやや過大，後半に対してやや過小な $I$ を与える。従って

粗度の変化を式中に導入する方が望ましい。移動床における粗度はまだ未解決の問題であるが，本実験において得られた実験式 $\varphi = 7.2(u_*^2/sgd)^{-0.25}$ を用いて $m = 1$ とすると，式(3)は次のようになる。

$$\frac{q_{B0}\cdot t}{(1-\lambda)l^2} \Big/ I_0^{1.2}\left\{1-\left(\frac{I_K}{I_0}\right)^{0.8}\right\} = \frac{4}{5}\frac{1}{I_K^{1/4}}\log\left[\frac{(I_0/I_K)^{1/5}-1}{(I/I_K)^{1/5}-1}\Big/\frac{(I_0/I_K)^{1/5}+1}{(I/I_K)^{1/5}+1}\right]$$

$$+2\tan^{-1}\left(\frac{I_0}{I_K}\right)^{1/5}-2\tan^{-1}\left(\frac{I}{I_K}\right)^{1/5} \quad (5)$$

ここに，$q_{B0}$は $I = I_0$ における流砂量である。上式による計算値と実測値の比較が図－4に示されている。かなり簡単な仮定が用いられたにもかかわらず，両者の一致は良好である。

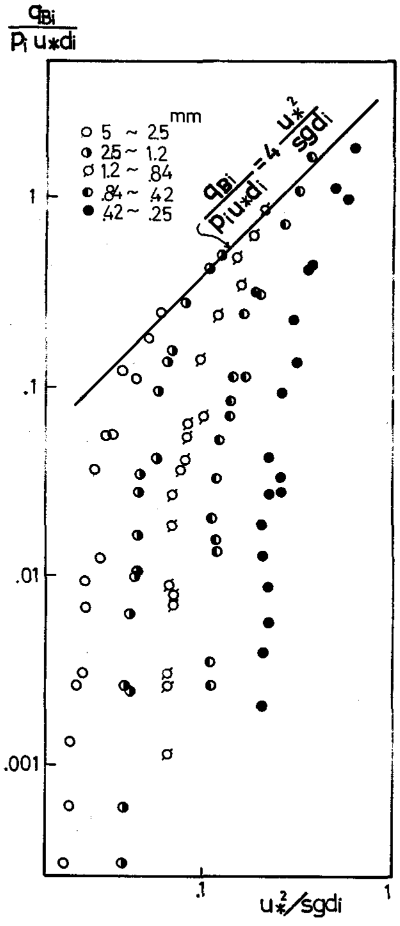
## 5. 不均一砂河床における掃流砂量と限界掃流力

混合砂の掃流砂量式としてEinstein 公式が著名であるが，同式による掃流力の補正は細砂に対して過大であることが指摘されている。ここでは次式の形を仮定して考察を進めることにする。

$$\frac{q_{Bi}}{u_* d_i} = p_i K \psi_i^m f(\psi_{ci}/\psi_i) \quad (6)$$

ここに，$d_i$：与えられた粒径範囲の平均粒径，$q_{Bi}$：粒径 $d_i$ の砂の単位幅掃流砂量，$p_i$：粒径 $d_i$の砂の河床砂中に占める割合，K，m：定数，$\psi_i = u_*^2/sgd_i$，$\psi_{ci} = u_{*ci}^2/sgd_i$ $u_{*ci}$：粒径 $d_i$の砂の限界摩擦速度，$f(\psi_{ci}/\psi_i)$ は $\psi_{ci}/\psi_i$ が0に近づくと1に収れんし，$\psi_{ci}/\psi_i$ が大きくなると0に近づく。式(6)の妥当性を検討するために実測値より $q_{Bi}/p_i u_* d_i$ と $\psi_i$の関係をplotしたものが図－5である。図より $\psi_{ci}$ は粒径の小さい程大きいことが明らかである。また，$\psi_i$ の大きい範囲では描点はほぼ一本の線上にまとまるようであり，式(6)におけるKおよびmは粒径に無関係な定数としてよいようである。図よりこれらの値を求めると $K = 4$，$m = 1$ となり佐藤・吉川・芦田公式における値と一致する。また，Kの値も同公式に本実験における粗度係数の平均値 $n = 0.0155$を代入して計算すると $K = 3.3$ となり本実験における値に近いものになる。

これらのことより，粒径ごとに適当な限界掃流力を与えることができれば，粒径別掃流砂量は既存の均一砂に対する掃流砂量公式により計算できるのではないかと考え




図－5　流砂量と掃流力の関係

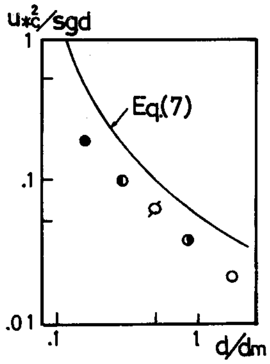
られる。

次に，図－5より粒径ごとに限界掃流力を求めて，平均粒径 dm と粒径 di との比 dm/di に対してプロットすると図－6のようである。図には Egiazaroff[5]の式

$$\psi_{ci}=0.1/(\log_{10}19\frac{d_i}{\bar{d}})^2 \quad (7)$$

ここに，$\bar{d}$：河床の代表粒径

において $\bar{d}=d_m$ とした計算曲線も記入されている。測定された $\psi_{ci}$ は粒径が小さい程大きくなっており，Egiazaroffの式よりやや値は小さいがほぼ同じ傾向を示している。しかし，Egiazaroffの式は流速分布に対数則を適用して導びかれているため di/dm が 0.3 以下になると $\psi_{ci}$ が急激に増大するが，石原ら[6]が指摘しているように，流砂のある場合河床の近くでは流速分布が対数則からはずれて一様に近くなる傾向があるので，di/dm の小さい範囲では過大な $\psi_{ci}$ を与えるのではないかと思われる。




図－6　限界掃流力と粒径の関係

## 6. 不均一河床における連続の式

実験結果によると，河床が低下するにつれて河床の粒度は次第に粗くなるが，粒度が変化するのは河床表面近くのごくうすい層だけで，それより下では粒度は変化していない。従って，流砂はこのうすい層にのみ起因し，この層からとび出した砂粒が掃流砂となって移動した後再びこの層に落着くという具合にこの層と掃流砂との間で砂粒を交換しながら河床と粒度の変動が進行すると考えられる。

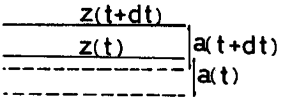
さて，河床が低下する場合には，このうすい層（以後この層のことを交換層とよぶことにする）はその下の河床を層内にくりこみながら低下するので，交換層の粒度はそれより下の河床砂の粒度に関係するが，河床が上昇する場合には無関係であるから，河床が上昇する場合と低下する場合とでその取扱いに若干の差を生ずる。交換層内においては深さ方向に粒度と空隙率が一定であると仮定して，河床が上昇する場合と低下する場合の連続の式を求めると次のようである。

1) 河床上昇の場合

時刻 t における河床高を Z，交換層の厚さを a，交換層における空隙率を λ，単位幅流砂量を $q_B$，ある粒径範囲の砂の流砂量および交換層内において占める割合をそれぞれ $q_{Bi}$ および $p_i$ 河床幅を B とすれば，図－7のモデルより河床および粒度の連続の式は次のように求められる。

$$\frac{\partial z}{\partial t}=-\frac{1}{(1-\lambda)B}\frac{\partial(q_B\cdot B)}{\partial x}+\frac{a}{(1-\lambda)}\frac{\partial\lambda}{\partial t} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial t}=-\frac{1}{a(1-\lambda)B}\left\{p_i\frac{\partial(q_B\cdot B)}{\partial x}-\frac{\partial(q_{Bi}\cdot B)}{\partial x}\right\} \quad (9)$$




図－7　河床上昇のモデル

2) 河床低下の場合

交換層の下の河床における空隙率およびある粒度範囲の砂の占める割合をそれぞれ $\lambda_0$ および $p_{i0}$ とすると，河床上昇の場合と同様にして

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{1}{1-\lambda_0}\left\{\frac{1}{B}\frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} - a\frac{\partial\lambda}{\partial t} + (\lambda_0 - \lambda)\frac{\partial a}{\partial t}\right\} \tag{10}$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{1}{a(1-\lambda)B}\left\{p_{io}\frac{\partial(q_B \cdot B)}{\partial x} - \frac{\partial(q_{Bi} \cdot B)}{\partial x}\right\} + (p_i - p_{io})\left(\frac{1}{1-\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial t} - \frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial t}\right) \tag{11}$$

河床の連続の式(8)において $\partial\lambda/\partial t = 0$ とし，式(10)において $\partial\lambda/\partial t = 0$ および $\partial a/\partial t = 0$ または $\lambda = \lambda_0$ とすれば，両式は従来の河床の連続の式に一致する。一般には空隙率の変化は無視して差支えないであろう。しかし，河床低下の実験においては，河床低下終了後もなおいくらかの流砂量が存在すすが，これは，小さい砂粒は大きい砂粒の空隙を埋めているだけであり，それらが流出しても河床は空隙が増加するだけで低下しないためである。従ってこのような場合には空隙率の変化は無視できないと考えられる。

## 7. 河床および粒度変動の計算

河床および粒度の時間および流れ方向の変化は，流れの運動方程式，流砂量の式および連続の式(10)，(11)を連立させて解けば得られる。しかし，本実験の範囲では流れ方向の粒度の変化は時間的変動に比し小さいので，粒度として流れ方向の平均値をとり，均一砂河床の場合と同様の簡略化を行なって計算することにする。まず，河床および粒度の連続の式は，交換層の厚さを一定とすると式(1)と同様にして

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{2}{(1-\lambda_0)l}\left(\frac{q_B}{l} - a\frac{d\lambda}{dt}\right), \quad \frac{dp_i}{dt} = \frac{1}{a(1-\lambda)l}(p_{io}q_B - q_{Bi}) + \frac{p_i - p_{io}}{1-\lambda}\frac{d\lambda}{dt} \tag{12}$$

流砂量の式としては，式(6)において $m=1$，$K=4$ とした次式

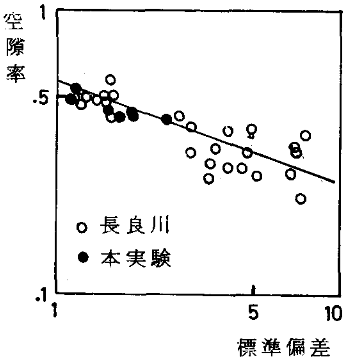
$$\frac{q_{Bi}}{u_* d_i} = 4p_i\frac{u_*^2}{sgd_i}(1 - \psi_{ci}/\psi_i) \tag{13}$$

限界掃流力としてEgiazaroffの式(7)を実測値に合うように修正した次式

$$\psi_{ci} = 0.055/\left(\log_{10} 19\frac{d_i}{d_m}\right)^2 \tag{14}$$

を用いる。

次に，河床砂の空隙率は前述のように時間的に変化すると考えられるが，その計算式としては河村や栗津の実験式がありいずれも平均粒径が大きくなると空隙率は小さくなるとしている。しかし，粉体の実験によると，粒子が小さい場合は粒子が小さい程空隙は大きいが，粒子がある程度以上になると空隙は粒径に無関係になることや，一般に平均粒径の大きい河床砂ほど粒度範囲が広いことを考えると，河床砂の場合粒径の影響は二義的ではないかと思われる。とくに河床がarmourされつつある状態では，細砂が流出して平均粒径が大きい



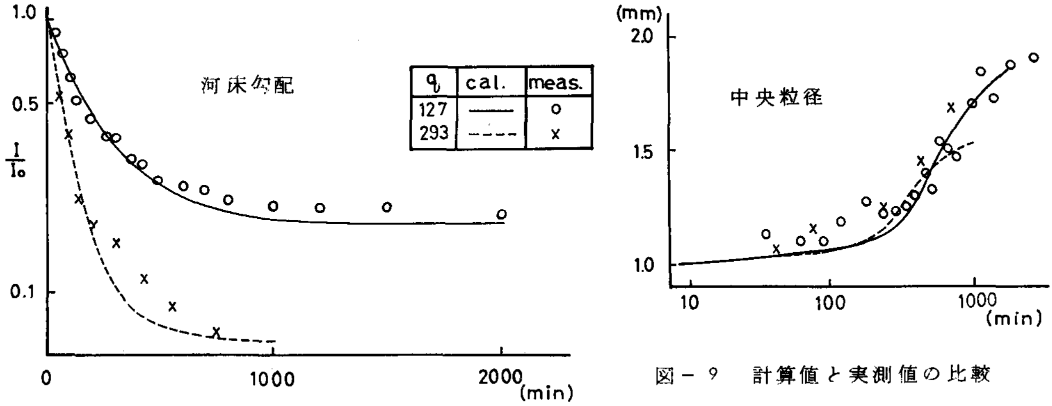

図－8 空隙率と標準偏差の関係

河床砂ほど粒度範囲が広いことを考えると，河床砂の場合粒径の影響は二義的ではないかと思われる。とくに，河床が armour されつつある状態では，細砂が流出して平均粒径が大きくなるとともに空隙率も増加していると考えられるから，空隙率は主として粒度組成によって規定されると考えるのが妥当であろう。そこで，粒度組成を表わす量として標準偏差σを用い，本実験および長良川の資料より空隙率λとσの関係をプロットすると図－8のようになる。これより実験式を作ると，

$$\lambda = 0.56\sigma^{-0.35} \quad , \quad \sigma = \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} \qquad (15)$$

となる。なお図中の資料の中央粒径の範囲は 0.3～37 mm である。

式 (12) ～ (15) を用いて河床勾配および中央粒径の時間的変化を計算し，実験値と比較すると図－9のようになる。この計算において $q$ は一定とし，実験における平均値を用いている。また，交換層の厚さ a は粒度組成や掃流力によって規定されると思われるが，本実験における観察によると最大粒径の２倍程度あるので a＝0.75 cm としている。図－９によると，粒径の計算値はかなりよく実測値の傾向と一致しており，前節で導びいた粒度の連続の式が有用なものであることを示していると考えられる。




図－９　計算値と実測値の比較

終りに，終始御指導を賜わった九州大学椿東一郎教授に深く感謝するとともに，実験および計算の一部を担当していただいた岐阜県小山弘純氏，九州大学碇謙三氏に謝意を表します。

参　考　文　献


1）河村：ダム下流流域における河床変動の研究，１９６９.

2）Hasan ,Garde：Discussion of "River-Bed Degradation Below Dams",proc,of ASCE Vol 93, HY3, 1968.

3）平野，碇，小山：貯水池下流の河床低下について，第２４回年次学術講演会概要，1969.

4）浅田，石川：回流水路における混合砂礫の流送実験，第２３回年次学術講演会概要，1968.

5）Egiazaroff:Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations,proc,of ASCE, HY4, 1965.

6）石原，岩垣，末石：On the Effect of Bed-Load Movement in Thin Sheet Flow, proc,3rd Japan National Congress for Applied Mechanics,1954.

7）栗津：河床物質の二，三の性質とその応用，土木学会論文集，第３６号，1956.