

粗度近傍における流れの特性

名古屋大学 正員 足立 昭平

名古屋大学 正員 ○伊藤 紘慶

1 まえがき

山地の急流河川においては、河床を構成する粗度が流水、流砂の運動に与える影響はきわめて複雑であり、とくに急勾配水路床は形状、大きさの異なる粗度で造られ、流水の運動は複雑な様子をしている。このような急勾配水路の流れの特徴は、粗度の大きさが水深に比較してかなり大であり、粗度要素が流れの運動に与える影響も大きいように思われる。この研究は、こうした急勾配水路における粗度近傍の流れの特性を明らかにするために、相対水深の小さい粗面乱流の構造を実験的に吟味したものである。実験模型として人工粗度による固定粗面上の流れを考え、これについて、基本的な流速分布を扱うことにした。さらに、著者らは球状粗度による粗面流の構造について試考したが球状粗度要素と底面との間隙の流れの存在は、相対水深の小さい場合には、かなり影響をおよぼすように、観察されたので、ここでは、棧型および円筒型（パイプ型）粗度粗面の速度分布について実験結果を列挙し、吟味を加えることにする。一方、こうした相対粗度の大きい粗面流の特性を明らかにし、さらに急勾配水路の浮流砂の濃度分布を考える場合の基本資料となれば、その意義が達せられよう。

2 実験装置および方法

(1) 装置

(a) 水路

長方形断面をもつアクリル製で、長さ13 m、巾30 cmの水路を用いた。

(b) 粗度

棧型および円筒型粗度要素は、それぞれ2種類であって、棧型は10 mm × 10 mm および 20 mm × 20 mm のアクリル柱材をそれぞれ10 mm および 20 mm 間隔に、円筒型はΦ18 mm および Φ32 mm の塩化ビニル管を、それぞれ18 mm、および 32 mm の間隔に配列したものである。

(2) 方法

粗面区間（棧型：2 m、円筒型：3 m）の中央点を流速の測定断面とし、その断面内の中央垂直線に沿う流速を、ピトー管傾斜マノメータによって測定をおこなった。同時に、その断面の前後50 cm 地点の水位をポイントゲージで測定し、流量計測は、三角堰計量槽を用いた。

3 実験結果と考察

(1) 実験結果

(a) 側壁効果の修正²⁾

流速の実験値を整理するにあたって、側壁の効果に対する修正は以下の方法によった。底面および側壁の支配面積 A_b および A_s を想定すれば、それらは、

$$A = A_b + 2A_s \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tau_b B = \rho g A_b S_f, \quad \tau_s H = \rho g A_s S_f \quad \dots\dots\dots (2)$$

を満足するものであるはずである。ここに、 A は水路全断面積であって、水路巾を B 、水深を H とする。また、 τ_b および τ_s は、それぞれ底面および側壁の平均せん断応力である。分割流水断面積 A_b, A_s の径深 R_b, R_s を

$$R_b = \frac{A_b}{B}, \quad R_s = \frac{A_s}{H} \quad \dots\dots\dots (3)$$

とおけば、 $A = BH$ であるから、(1)式から、 R_b は

$$\frac{R_b}{H} = 1 - 2 \frac{R_s}{B} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。さて、各分割断面における流水抵抗は、それぞれの潤辺の状態に依存するが、一方、そのままの断面形で単独には存在できないから、たがいにまったく独立ではないはずである。分割断面内の速度分布がその潤辺要素からの距離に対して対数則であらわせるものとして、分割断面に関する抵抗則を検討した著者の考察によれば、全断面積の平均流速 U に対する摩擦係数をとるとして

$$\frac{U}{U_{*b}} = \sqrt{\frac{8}{f_b}}, \quad \frac{U}{U_{*s}} = \sqrt{\frac{8}{f_s}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

とおくとき、 f_b および f_s は、それぞれの潤辺の粗さに対する摩擦損失係数と考えて実用上十分である。ここに、 U_{*b}, U_{*s} は、それぞれ底面および側壁の平均摩擦速度であり、 f_b および f_s は、摩擦損失係数 f に含まれる径深 R をそれぞれ R_b および R_s でおき代えたものである。いま、両側壁が滑面であるとすれば、滑面の対数抵抗則を適用して、

$$\sqrt{\frac{8}{f_s}} = A_s + \frac{1}{x} \ln \frac{U_{*s} R_s}{\nu} = 3.0 + 5.75 \log \frac{U_{*s} R_s}{\nu} \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、(2)式の設定から $U_{*s} = \sqrt{g R_s S f}$ であるから、(5)式の第1式は、

$$U = (3.0 + 5.75 \log \sqrt{g B S f} \cdot B + 8.61 \log \frac{R_s}{B}) \sqrt{g B S f} \left(\frac{R_s}{B} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と書きあらわされる。(7)式において、 $\sqrt{g B S f} \cdot B$

および $U = U$ (4)が既知であれば、 R_s/B が定まるから、その値を(4)式に代入することによって R_b が決まり、底面の平均摩擦速度

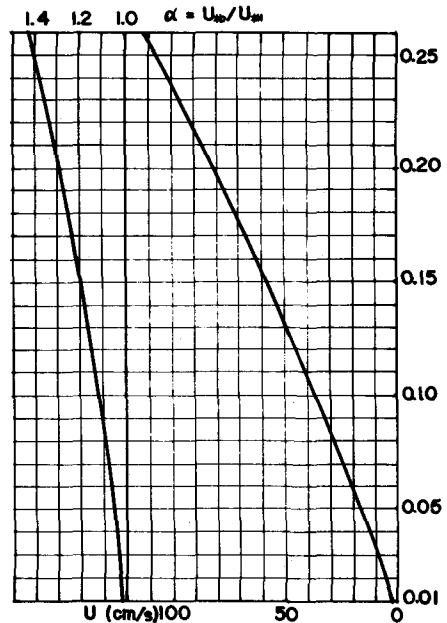
$$U_{*b} = \sqrt{g R_b S f}$$

を見出すことができる。右図は、 $B = 30 \text{ cm}$ 、 $S f = 0.01$ 、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $g = 980 \text{ cm}/\text{sec}^2$ に対して、 $U \sim R_s/B$ 曲線と、(4)式の $\frac{R_b}{H}$ と $\frac{R_s}{B}$ との直線関係を用いてそれを $U \sim \frac{R_b}{H}$ 曲線に変換したものである。

(b) $U/U_{*b} \sim y/k$, y/D

まず修正された U_{*b} を用いて、流速分布を $U/U_{*b} \sim y/k$, y/D であらわし、それらを相対水深 h/k , h/D の値によって分類し、図-1、2、3に示す。

(i) $h/k, h/D \leq 1$ 場合 (図-1)



相対水深が1より小さいときの流速分布の状態を稜型粗度1種類、円筒型粗度2種類について図示したもので、分布形そのものに対数形と異なる傾向がみられる。

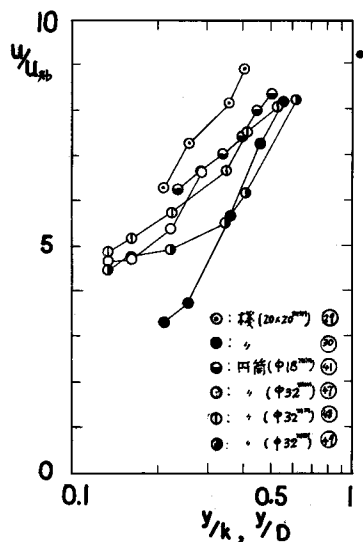


図-1 $h/k, h/D \leq 1$

(ii) $1 < h/k, h/D < 1.5$ 場合

(図-2)

この場合は稜型と円筒型いずれも2種類についての値を図示したものであって(i)の場合よりも片対

数紙で、直線上に並ぶ。しかしながら、その勾配は砂粒粗度に対して得られている従来の実験結果にくらべて大きくあらわれている。

(iii) $h/k, h/D \geq 1.5$ 場合(図-3)

稜型 $k=10\text{mm}$ および 20mm 、さらに円筒型 $\phi=18\text{mm}$ の速度分布の代表的なものを図-3に示した。この場合のそれはいずれも(i)および(ii)の場合に比較して、実験値のちらばりが少なく、片対数紙上の直線性はさらに明りょうである。しかしながら、その勾配については、図-2と同様に砂粒粗度のそれよりも急である。

以上の実験結果を要約すると、相対水深が1.5より小さくなると乱れの混合の様相がかなり異なり、粗度要素の直接的影響があるものと思われる。

(2) 考察

(a) 粗面流に関する思考

乱流の Reynolds 応力 τ が、Prandtl の運動量輸送理論で与えられ、

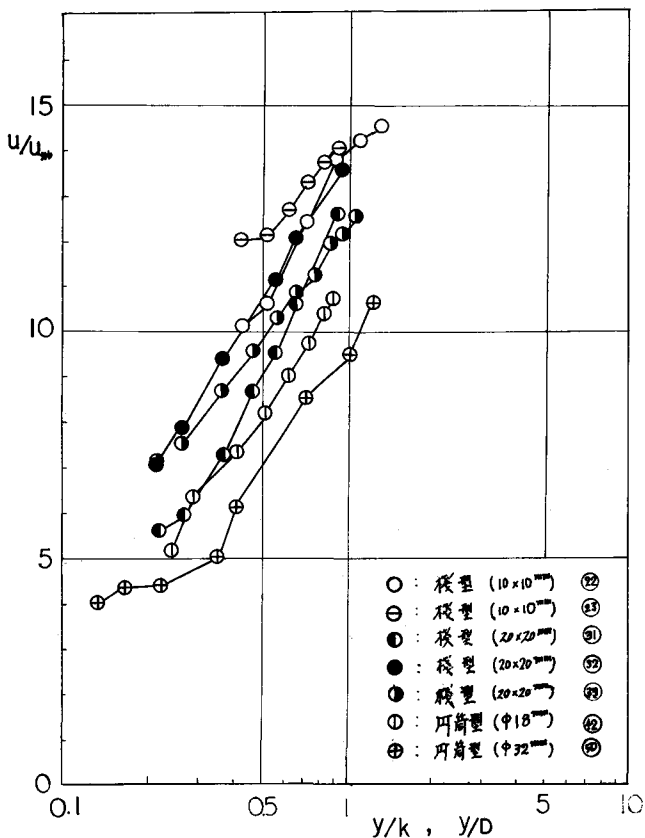


図-2, $1 < h/k, h/D < 1.5$

$$\frac{\tau}{\rho} = l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \dots\dots\dots (8)$$

であるとすれば、開水路等流では τ が床面からの距離 y に比例すること u/u_* から、

$$l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = u_*^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right) \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここに、 l は混合距離、 h は水深、 u は乱流の平均速度、 u_* は摩擦速度である。

さて、粗度要素に接する流れの領域では、粗度要素の形状、寸法に決定づけられるような渦が卓越すると考えられるから、そこでは混合距離を一定と見なすことができるであろう。このような領域を粗度領域と名付け、その厚さを δ 、混合距離を l_0 とおけば、(9)式から

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{l_0} \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (10)$$

となる。その原点を粗度要素の頂部にとり、 $y = 0$ における u の値を u_0 とおけば、(10)式を積分して、

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} + \frac{2}{3} \frac{h}{l_0} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。³⁾ $y = 0$ が完全な固体境界面であれば、 $u_0 = 0$ であるが、粗面の場合には、相隣る粗度要素間の凹部に流れが存在するから、 $u_0 \neq 0$ と考えるべきであろう。粗度領域の外側における乱れの混合距離が、Von Kármán の速度分布の相似の仮説に従って、

$$l = \kappa \left| \frac{du}{dy} / \frac{d^2u}{dy^2} \right| \dots\dots\dots (12)$$

で与えられるものとすれば、(6)式を(2)式に代入して積分すれば、

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{2\kappa h} \frac{1}{c_1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (13)$$

および

$$\frac{u}{u_*} = c_2 + \frac{1}{\kappa} \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{c_1}{\kappa} \ell_0 \left\{ c_1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

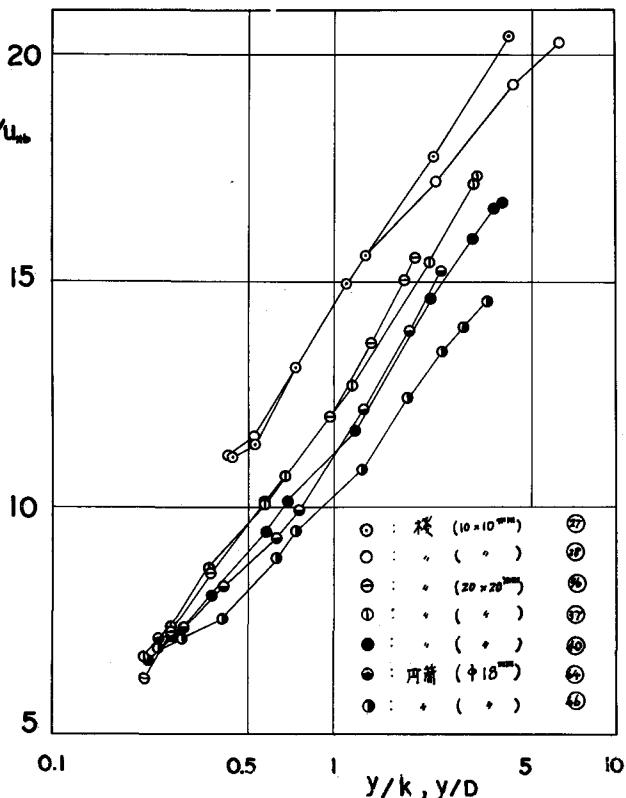


図 - 3 $h/k, h/D \geq 1.5$

となる。(13)および(14)式がそれぞれ、 $y = \delta$ において、(10)、(11)式に接続するものとすれば、(13)、(14)式の積分常数 C_1 、 C_2 は、

$$C_1 = \frac{\ell_0}{2xh} \left(1 - \frac{\delta}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(1 - \frac{\delta}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (15)$$

$$C_2 = \frac{u_\delta}{u_*} - \frac{1}{x} \left(1 - \frac{\delta}{x}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{C_1}{x} \ell_0 \left\{ \frac{\ell_0}{2xh} \left(1 - \frac{\delta}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\frac{u_\delta}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} + \frac{2}{3} \frac{h}{\ell_0} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\delta}{h}\right)^{\frac{3}{2}} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

のように与えられる。

以上、(10)および(13)式によって渦度の分布が、(11)および(14)式によって速度の分布が、 $\frac{\ell_0}{h}$ 、 $\frac{\delta}{h}$ および $\frac{u_0}{u_*}$ をパラメーターとして導かれたわけであるが、 δ は ℓ_0 に依存するものと考えるのが自然であるから、

$$\frac{1_0}{\delta} = \alpha, \quad \frac{\delta}{h} = \beta, \quad \frac{y}{h} = \eta \dots\dots\dots (18)$$

において、(11)および(14)式を書き直せば、 $\eta \leq \beta$ に対して、

$$\frac{u - u_0}{u_*} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\alpha\beta} \left\{ 1 - (1 - \eta)^{\frac{3}{2}} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$\beta \leq \eta \leq 1$ に対して、

$$\begin{aligned} \frac{u - u_0}{u_*} &= \frac{u_\delta - u_0}{u_*} + \frac{1}{x} \left\{ \left(1 - \eta\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \beta\right)^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &+ \frac{C_1}{x} \ell_0 \left\{ 1 + \frac{2x}{\alpha\beta} (1 - \beta) - \frac{2x}{\alpha\beta} (1 - \beta)^{\frac{1}{2}} (1 - \eta)^{\frac{1}{2}} \right\} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\text{ここに、} \quad \frac{u_\delta - u_0}{u_*} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\alpha\beta} \left\{ 1 - (1 - \beta)^{\frac{3}{2}} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

$$C_1 = \frac{\alpha\beta}{2x} (1 - \beta)^{-\frac{1}{2}} + (1 - \beta)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (22)$$

となる。

(b) 実験値への考察

前項の思考は von Kármán の defect law が $\frac{du}{dy}$ の境界値として、 $y = 0$ において、それを ∞ といている点を、粗度領域の存在を設定して修正したものである。その2・3の数値例によれば、(19)式は対数関係に類似し、 α が小さい値をとるときに、その勾配は $\frac{1}{x}$ よりも急になる。しかしながら、いまの場合、それらの適用には、なお若干の疑念が残るので、ここではもっぱら、壁面近くの粗度領域の存在を確かめることに主眼をおく。

図-4は、(19)式に従って、 $\frac{u}{u_*} \sim \left\{ 1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^{\frac{3}{2}} \right\}$ を示したものである。いま、(19)式の粗面領域が存在するとすれば、この図において、実験点は直線上になければならない。図に

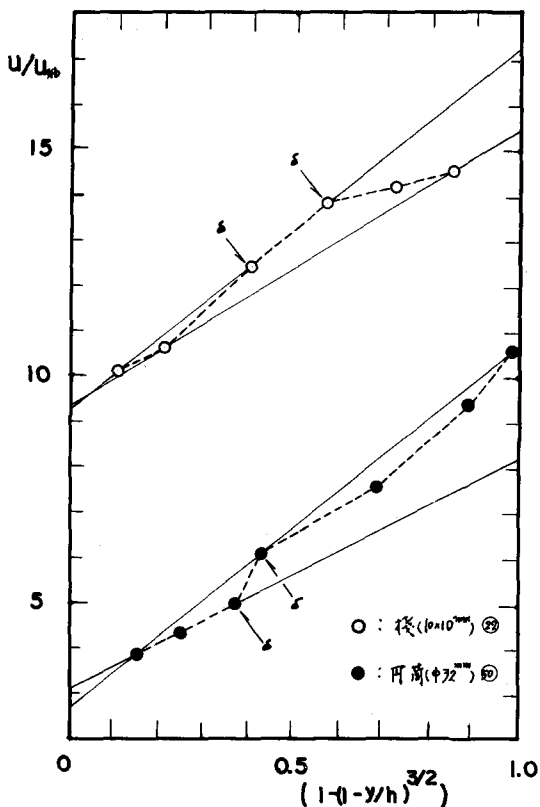


図-4

$\frac{l_0}{K}$, $\frac{u_0 l_0}{\nu}$, $\frac{\delta}{K}$ は増大する傾向を示している。

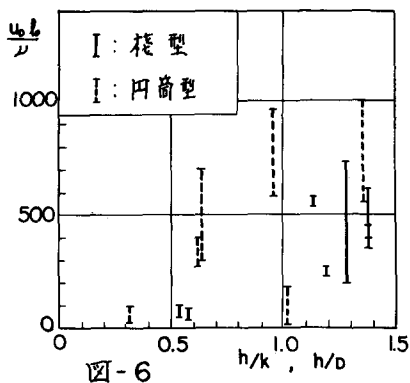


図-6

4 む す び

以上、本実験において、これらの粗面領域に関するパラメーターを、相互に決定的な関係式で、関係づけられることは、なお問題が残されているように見えるが、 $\frac{h}{k}$, $\frac{h}{D} \leq 1.5$ なる場合の速度分布形に対して、粗度要素自身の大きさが問題になると結論づけても良いであろう。

示されているように、粗面領域の存在が推定される $\frac{h}{k}$, $\frac{h}{D} \leq 1.5$ の実験資料について、実験点の直線性はかならずしも完全ではないが、考えられる上、下限直線の勾配から、 $\frac{l_0}{h}$, $\frac{u_0}{u_{*b}}$ を求めた結果を

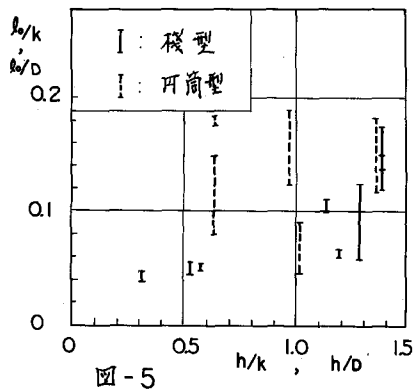


図-5

整理したものが、図-5、-6であって、直線性が失われると判断される点から δ を求めて、整理したものが、図-7である。いずれも、相対水深の大きいほど、

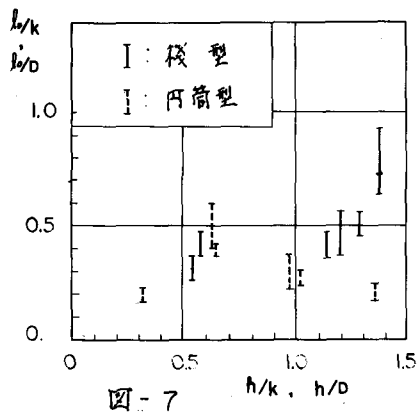


図-7

参考文献

- 1) 足立昭平、伊藤絃慶：球状粗度の実験的研究 昭和43年度土木学会第23回年次学術講演会講演集第Ⅱ部、PP95～96
- 2) 足立昭平：長方形断面水路の側壁効果に関する研究、土木学会論文集、第81号（昭37）PP17～24
- 3) 足立昭平、伊藤絃慶：相対粗度の大きい流れについて、昭和44年度土木学会第24回年次学術講演会講演集第2部、PP65～66

記号の説明

A : 水路全断面積	$R_s := A_s / H$
A_b : 底面支配面積	S_f : エネルギー勾配
A_s : 側壁支配面積	u : 流速
B : 水路巾	u_0 : $y=0$ の流速
C_1 : 積分定数	U : 平均流速
C_2 : 積分定数	U_* : 摩擦速度
D : 粗度の外径	U_{*b} : 底面摩擦速度
f : 摩擦損失係数	U_{*s} : 側壁摩擦速度
f_b : 摩擦係数（底面）	y : 座標
f_s : 摩擦係数（側壁）	τ_b : 底面せん断応力
g : 重力の加速度	τ_s : 側壁せん断応力
h : 水深	ρ : 密度
H : 水深	ν : 動粘性係数
k : 粗度の大きさ	χ : Karman 常数
l : 混合距離	δ : 粗度領域の厚さ
l_0 : 壁面の混合距離	$\alpha := l_0 / \delta$
R : 径深	$\beta := \delta / h$
$R_b := A_b / B$	$\eta := y / h$