

火力または原子力発電所より放出される 温噴水の湾内拡散

中央大学理工学部 正会員 林 泰 造
" " 首 藤 伸 夫
" 学生員 ○吉 田 茂

1. 緒 言

放出口附近における温噴水の拡散の現象を前報¹⁾に継続してここに取り扱う。前報においては、放出水軸を横切る方向 (y 方向) の流速, 水温を表わすべきベキ級数が, y について収束性がわるくて苦しんだので, 本報においては この点の改良を通して前報の理論の改善を行うこととした。

2. 理 論 的 考 察

理論的考察のうち前報第 15 回海岸工学講演会と重複する部分については, 説明を省略し, 基本となる式のみを掲げる。まず考える水域と座標軸を図-1 のようにとる。 x 方向の運動方程式は,

$$u \partial u / \partial x + v \partial u / \partial y = \epsilon \partial^2 u / \partial y^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

次に表層の運動に伴って, 下層から冷水が連行される事を考慮した連続の式は,

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = E \sqrt{u^2 + v^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

前報では(2)の右辺を, Eu で扱ってきたが, 本報では v の影響を考慮して(2)式のように置く。Ellison-Turner の研究によれば, E は内部波 Froude 数の関数, 図-2 のように与えられている。

いま $E = E \left(\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho} g h}} \right)$ と考え, 若干の書き直しの後

$$E = \alpha \left(F_{ro} \sqrt{\frac{\theta_o}{\theta}} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{U_o} \right)^m \quad \text{と仮定して, (2)式に代入すれば,}$$

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \alpha F_{ro}^m \cdot \left(\frac{\theta_o}{\theta} \right)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{u^2 + v^2})^{m+1}}{U_o^m} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また, 放出口に近い水域を考えれば, $u \gg v$ と考えられるので, (3)式は近似的に,

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \alpha F_{ro}^m \cdot \left(\frac{\theta_o}{\theta} \right)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{u^{m+1}}{\theta^{\frac{m}{2}}} \cdot \left(1 + \frac{m+1}{2} \cdot \frac{v^2}{u^2} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

次に熱拡散の方程式は,

$$\partial(u\theta) / \partial x + \partial(v\theta) / \partial y = K \partial^2 \theta / \partial y^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

以上, (1)式, (4)式, (5)式が噴口に近い水域での基本式である。

u, v, θ の y 方向の分布形状に, 各々相似性を仮定して, 次の

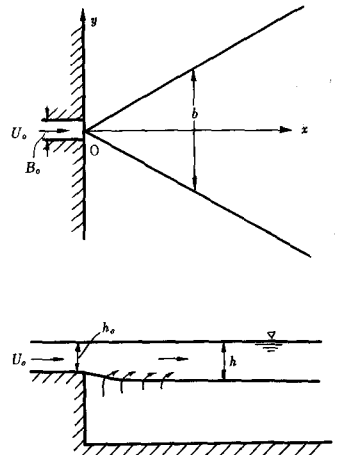


図-1 水域と座標軸

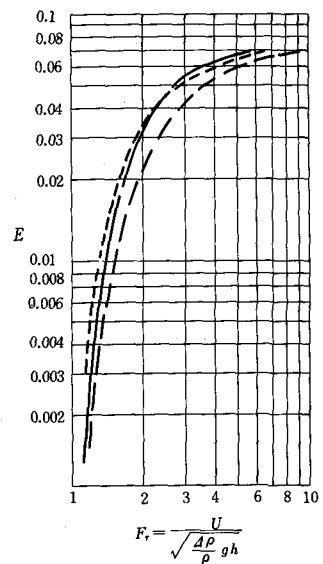


図-2 連行係数 (Ellison-Turner)

ようにおく。

$$u = U_s (x/s)^p F(\eta), \quad v = (1/\sigma) U_s (x/s)^p \cdot G(\eta), \quad \theta = \theta_s \left(\frac{x}{s}\right)^r \cdot T(\eta) \quad (6)$$

ここで, $\eta = \sigma s^{n-1} y/x^n$ (7) $p, r, n, \sigma, U_s, \theta_s, s$ はこれから定めるべき定数である。さて(6)式及び(7)式を, (1), (4), (5)の各式に代入し, そのベキを比較することにより,

$$n = 1, \quad m(p - \frac{1}{2}r) = -1 \quad (8)$$

これらの条件だけでは, p, r, m , は定まらないが, 放出口に近い水域を考えれば, 任意断面で, 運動量及び通過熱量は一定であると考えてもさしつかえないと考えて, それぞれ $h \int_{-\infty}^{\infty} \rho u^2 dy = \text{const.}$

$$\text{及び, } c_p h \int_{-\infty}^{\infty} \rho u \theta dy = \text{const.} \quad \text{に(6)式を代入すれば, } p = -\frac{1}{2}, \quad r = -\frac{1}{2} \quad (9)$$

が得られる。(9)を(8)の関係式に代入すれば, $m = 4$ と定まる。一方 Ellison-Turner (図-2)によれば, 実用上重要な $0 < Fr < 3$ 程度の範囲内で, 近似的に $m = 4$ とみなし得るので, 以後はその m の値で計算を進める。以上定められた定数, n, p, r を(6), (7)式に代入すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u &= U_s (x/s)^{-\frac{1}{2}} \cdot F(\eta), & v &= (1/\sigma) \cdot U_s (x/s)^{-\frac{1}{2}} \cdot G(\eta) \\ \theta &= \theta_s (x/s)^{-\frac{1}{2}} \cdot T(\eta), & \text{ここで } \eta &= \sigma y/x \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

そこで(10)式を基本式(1), (4), (5)に代入し, そして $\sigma = \sqrt{U_s s / \epsilon_s}$ と選べば, (1), (4), (5)式は, それぞ

$$\text{れ, } -(1/2)F^2 - FF'\eta + GF' = F'' \quad (11)$$

$$-(1/2)F - F'\eta + G' = M[1 + 5G^2/(2\sigma^2 F^2)]F^5 T^{-2} \quad (12)$$

$$(\epsilon_s/k_s)[-FT - (FT)'\eta + (GT)'] = T'' \quad (13)$$

となる。ただし $M = E_s s / h$, さて, (6)式の仮定から, F, G, T は, 明らかに次の条件を満足しなければならない: $F(0) = 1, \quad F'(0) = 0, \quad T(0) = 1, \quad T'(0) = 0, \quad G(0) = 0$, かつ, F, T は偶関数, G は奇関数。そこで関数形を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} F(\eta) &= e^{-\eta^2} [1 + a_2 \eta^2 + a_4 \eta^4 + a_6 \eta^6 + \dots] & G(\eta) &= e^{-\eta^2} [b_1 \eta + b_3 \eta^3 + b_5 \eta^5 + \dots] \\ T(\eta) &= e^{-\eta^2} [1 + c_2 \eta^2 + c_4 \eta^4 + c_6 \eta^6 + \dots] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

これらの右辺をベキ級数に展開し, (11), (12), (13)式に代入して, 未定係数法を用いれば, 係数 $a_2, a_4,$

..... $b_1, b_3, \dots$; $c_1, c_3, \dots$ が次のように求まる。(ただし $\epsilon_s = k_s$ の場合):

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= 3/4, & a_4 &= (1/12)[a_2(2b_1 + 9) - 2b_1 - 3] \\ a_6 &= (1/60)[a_4(8b_1 + 50) - a_2(5a_2 + 20b_1 - 4b_3) - 4b_3 + 8b_1], \dots \\ b_1 &= M + (1/2), & b_3 &= (1/6)[(5a_2 + 6b_1 - 5) + M\{10a_2 - 4c_2 - 6 + (5b_1^2)/\sigma^2\}] \\ b_5 &= (1/20)[18a_4 - 36a_2 + 20b_3 - 10b_1 + 9 + 2M\{10a_4 + 20a_2(a_2 - c_2 - 2) + 6c_2^2 + 12c_2 \\ &\quad - 4c_4 + 9\} + 10M\{b_1^2(3a_2 - 2c_2 - 3) + 2b_1b_3\}/\sigma^2], \dots \\ c_2 &= (1/2)(b_1 + 1), & c_4 &= (1/4)[c_2(b_1 + 3) - a_2 - 2b_1 + b_3] \\ c_6 &= (1/6)[c_4(b_1 + 5) - c_2(a_2 - b_3 + 2b_1 + 1) - a_4 + 3a_2 + b_5 - 2b_3 + 2b_1 - 1], \dots \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

次に定数, U_s, θ_s, s , 及びそれらが決まれば得られる u, v, θ , さらに, これらを水面に於ける値に書き直した, U, V, θ , 等の決定方法及び式の形は, 前報と同じなので, 最後の結果だけを記すと。次のようである。

$$U = \frac{m_1}{\beta_1} \cdot \sqrt{\frac{h_o}{h} \cdot \frac{U_o B_o}{\epsilon_o}} \cdot U_o \cdot \frac{1}{\sqrt{x/B_o}} \cdot F(\eta) \quad (16)$$

$$V = \frac{m_1}{\beta_1} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{U_0 B_0}} \cdot \frac{h}{h_0} \cdot U_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{x/B_0}} \cdot G(\eta) \quad ; \quad \Theta = \frac{m_2}{\beta_2} \cdot \frac{h_0}{h} \cdot \sqrt{\frac{U_0 B_0}{\epsilon_0}} \cdot \theta_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{x/B_0}} \cdot T(\eta) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{ここへ} \quad \eta = (\sigma y)/x \quad ; \quad \sigma = (U_0 B_0 / \epsilon_0) \cdot (h_0 / h) \cdot (1/\beta_1) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{ただし} \quad m_1 = U/u \quad ; \quad m_2 = \Theta/\theta \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\beta_1 = \int_{-\infty}^{\infty} F^2(\eta) d\eta, \quad \beta_2 = \int_{-\infty}^{\infty} F(\eta) T(\eta) d\eta$$

さて、前報までの $F(\eta)$, $T(\eta)$, 等の冪級数的な仮定は、収束が悪く一つの問題点でもあった。本報に於いては、収束を考慮に入れて、試みに(14)式の如く仮定した。(17)式中の β_1 及び β_2 の値は、従って前報と違うのでそれを求めてみると(各4項までは)

$$\beta_1 = (\sqrt{2\pi}/2) \{ 1 + (a_2/2) + (3/16)(a_2^2 + 2a_4) + (15/32)(a_2a_4 + a_6) + \dots\dots\dots \} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\beta_2 = (\sqrt{2\pi}/2) \{ 1 + (a_2 + c_2)/4 + (3/16)(a_2c_2 + a_4 + c_4) + (15/64)(a_2c_4 + a_4c_2 + a_6 + c_6) + \dots\dots\dots \} \quad \dots\dots\dots (21)$$

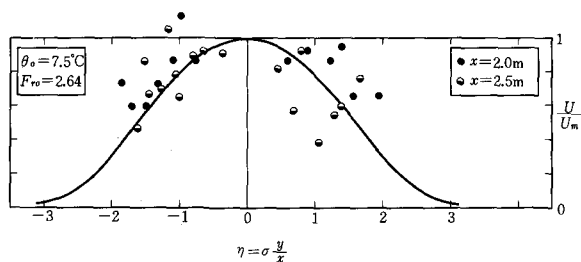


図-3 流速のy方向の変化

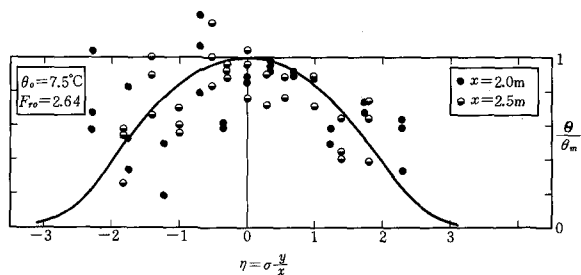


図-4 水温のy方向の変化

3. 実験値との比較

図-3, 図-4 は $\theta_0 = 7.5^\circ\text{C}$, $Fr_0 = 2.64$ に於ける流速及び水温上昇の各比值(中心線上の値を1とする)の横断方向の分布を、無次元化した横軸 η について示したものである。図中の実線は(14)の関数に於いて、 η^8 の項までとって計算したものである。ただしその関数の係数には、 M 及び σ が含まれており、 $M = (E_0 s / h)$ の値としては、噴口に於ける Froude 数に対する E を、Ellison-Turner

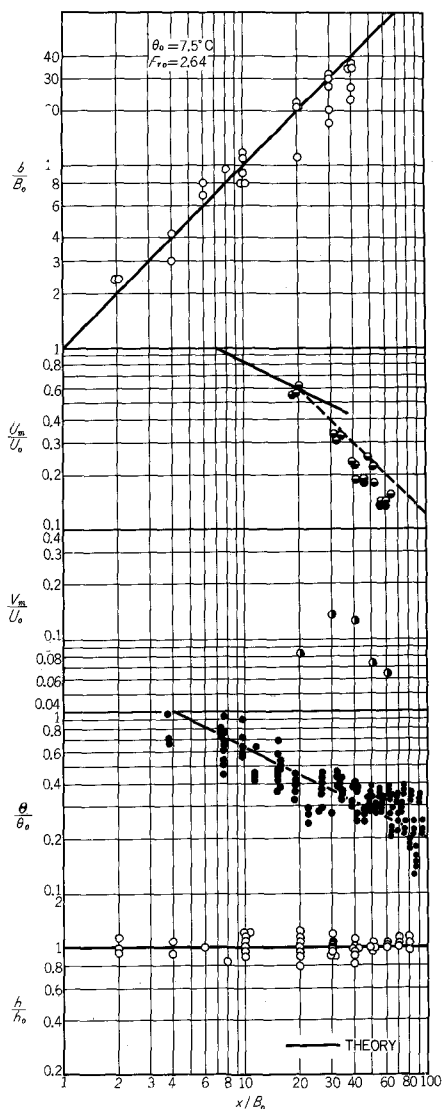


図-5 ジェット軸上x方向の変化

のグラフから読み、 s は $0.97B_0$ ととり、また躍層厚さについては、実験的にほぼ一定であるので、 $h = h_0$ として、値を求めてみると、 $M = 0.044$ 、 σ は式(8)で与えられるが、 ϵ_0 は、正確には、実験で定められるべき定数であるので、 σ もまた実験から定められるべき定数となっていると考えて、図-3及び4に於いては、実験値が理論曲線とできるだけ合ってくるように σ の値を定めた。その σ の値は、3.5、またこの σ の値に対する ϵ_0 は、(8)式により、 $\epsilon_0 = 4.78 \text{ cm}^2/s$ 、となる。図-5は、図-3及び4と同じ条件($\theta_0 = 7.5^\circ$ 、 $F_{r0} = 264$)の場合で、ジェット中心線上の諸値を示したものである。図-5について、実線で示されている U_m/U_0 及び θ/θ_0 は、(10)式、(11)式により計算されたものである。式中の β_1 、 β_2 の値は、(8)式で5項までとって計算を行い、各々、 $\beta_1 = 2.268$ 、 $\beta_2 = 2.367$ を得た。

ただし、 m_1 、 m_2 については、今のところわからないので、ここでは、実験値に合うような、 $m_1 = 2.1$ 、 $m_2 = 1.7$ をとった。なお本報に於ける、放水口での諸値、 h_0 、 B_0 、 Q_0 は、前報と同じく、 $h_0 = 5.0 \text{ cm}$ 、 $B_0 = 5.3 \text{ cm}$ 、 $Q_0 = 0.19 \text{ L/s}$ 、としている。

図-5に於ける (U_m/U_0) の変化は、本報に於ける取り扱いからして、もっと噴口近くの実験を補足しなければ、今の所、理論との比較が出来ない。実験値では、 $(x/B_0) = 20$ 位になると、明らかに拡散の現象が変ってきて、図中の点線のような傾向を示し、本報に於ける噴口近くの取り扱いは、 $(x/B_0) > 20$ の範囲では適当でなく、その範囲においては、別の取り扱いをしなければならない。これについては、目下計算中である。一方水温、及び噴水の拡がり幅は、かなり良い一致を示している。

4. 結 論

本報に於いて、前報と違う所は、連続の式の一部を修正したことと、収束を考慮した、 $F(\eta)$ 、 $G(\eta)$ 、 $T(\eta)$ の仮定による計算であった。前者については、躍層面下部の冷水が表層中に連行される現象を、ほぼ忠実に表現していると思われる。また、 F 、 G 、 T については、前報に比較して、非常に収束が良く、この点で前報の理論は著しく改善されたと考えられる。

5. 引 用 文 献

- 1) 林・首藤・川上： 火力または原子力発電所より放出される温噴流の湾内拡散，土木学会海岸工学講演会講演集，1968年12月，pp. 317-323.