

水平噴流による洗掘機構について (第一報)

山口大学工学部 〇 齊 藤 隆
九州大学工学部 椿 東 一 郎

まえがき

局所洗掘現象の基礎的な問題として、噴流による洗掘の問題はH.Rouse 以来主として次元解析的な方法を用いた実験的研究がおこなわれ、また、初期洗掘過程について理論的な解析を加えた最近の岩垣¹⁾、土屋、今村の研究などがあるが、現象の複雑性のため充分な解明をみていない点が多い。

著者らは水平噴流による洗掘過程をモータードライブによる写真撮影などを用いて追跡した結果、洗掘開始より平衡状態に至る間の洗掘過程は流れおよび砂粒の移動形態よりみて3つの過程をたどることが認められた。このうち1期、2期(後述)は短時間で終了し、工学的に最も重要と思われる3期洗掘においては洗掘穴前面の噴流高さ位置附近に段が形成され、砂粒の移動はこの点において掃流から浮流型式に急激に変化することが大きな特徴である。本文は主として3期の洗掘機構について考察し、そのモデル化を試みたものである。

1 実験装置と現象の概要

図-1に示す両面有機ガラス張り水槽にほぼ均一な下記の3種の砂をしき、巾 $2B_0 = 1.4\text{ cm}$ と 2.6 cm のノズルから噴出速度 U_0 をできるだけ広範囲に変化させて実験をおこなった。また、水深 H は20, 30, 40, 50 cmの4種にかえて実験したが、水深の小さい場合には洗掘途中において下向き噴

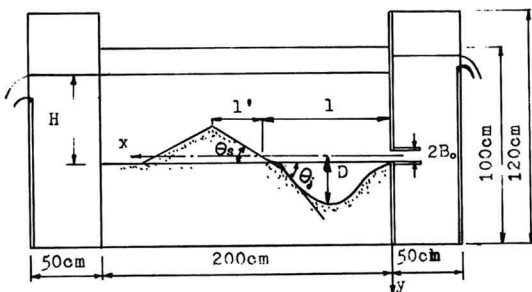


図-1 実験装置

流が上向きに変化するなどの現象を呈するので、ここでは典型的な下向き噴流の洗掘形状および砂移動の概要についてふれておきたい。

1期洗掘; 洗掘のごく初期においては噴流流れはほぼ直進し、掃流砂量の変化による洗掘が起り、洗掘深さに較べて洗掘長が大きい洗掘形状を呈する(写真-1)。

粒径	限界摩擦速度	沈降速度	θ_s
$D(\text{cm})$	$U_{*c}(\text{cm/sec})$	$W_0(\text{cm/sec})$	(度)
0.141	2.92	12.29	$31^\circ 10'$
0.077	2.06	8.33	$31^\circ 10'$
0.027	1.58	3.59	$31^\circ 10'$



写真-1 1期洗掘

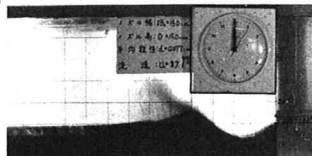


写真-2 2期洗掘

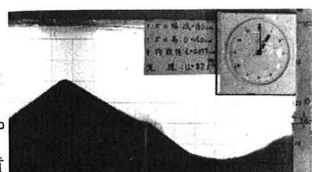


写真-3 3期洗掘

2期洗掘; 上述の状態である程度洗掘が進むと、噴流流れと洗掘砂面との間にいわゆるBead (or Positive) Rollerと呼ばれるものができ、噴流は洗掘穴の方に曲げられる。洗掘穴内の砂粒はこのわん曲した噴流および流れによつて砂堆頂まで一気に掃流され砂堆頂裏側に堆積する。この時期における洗掘は流れ方向よりも深さ方向への洗掘ははげしくなり、噴流前方の斜面は洗掘の進行に伴なつて急になつていく(写真-2)。

3期洗掘; 洗掘深さが増加していき、洗掘砂面に衝突し曲げられる噴流が砂面におよぼす力に対して前方斜面の傾斜がある程度以上になると

砂面の安定がくずれ、水中安息角 θ_s の面より上部にある砂が滑落するようになる。この状態ではほぼ初期砂面と洗掘断面との交点附近に写真-3にみられるような段が形成されて流れは砂面より剝離し、段の上部に死水領域が発生する。また、洗掘穴より掃流された砂粒はこの段のために掃流形式より浮流形式の状態に急激に移行する。浮遊した砂は流れによつてはこばれて一部は砂堆頂を越えるが、残りは砂堆の洗掘穴側に落下、さらに砂面をずり落ちて段の上面に砂段を形成し、噴き上げ角 $\theta_j (\geq \theta_s)$ のもとに再び噴き上げられる。 θ_j および q_j は1~2秒程度の周期で動揺しているが、噴き上げによつて浮遊した砂のかなりの部分はたえず洗掘穴内を循環しており、砂堆頂を越えて出ていく砂量が洗掘を進行させているものと考えられる。

つぎに、モータードライブを用いて撮影した洗掘形状より図-1に示した座標でもつて最大洗掘深さ D および洗掘長 l の時間的変化を無次元形(後述)で表示したのが図-2, 3である。上述のように最大洗掘深と洗掘長とはほぼ対応して片対数上で勾配の違った3つの直線上に変化しているのがわかる。1期より2期および2期より3期への境界時間は無次元時間 τ で $0.7 \sim 2 \times 10^3$ および $3 \sim 10 \times 10^3$ 程度である。

2 3期における洗掘形状と流れ
前に述べてきたように、3期洗掘過程における砂の移動性状、洗掘形状

は非常に複雑であるから、3期洗掘深さ y を x および時間 t の関数として一般的に求めることはきわめて困難である。したがつて次章に述べるモデルも最大洗掘深の時間的変化を対象としているので、こゝでは3期洗掘過程における洗掘形状、噴き上げ角 θ_j 、砂段の位置における噴き上げ流速 U_j および最終最大洗掘深 D_f などについて実験的に知られた特性について一括して述べておく。

i) 洗掘形状、3期洗掘の状態に入つた資料を用い、横軸には洗掘長 l を縦軸には最大洗掘深さ D を基準長として洗掘形状を表示したものが図-4, 5である。この表示によると、洗掘形状は噴流の条件や底質にはほぼ無関係で、時間的にも一様であり

$$y / D = f (x / l) \quad (1)$$

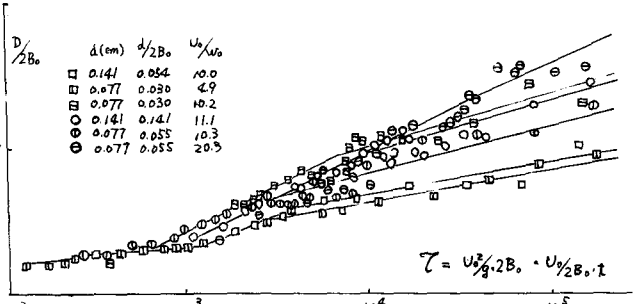


図-2 最大洗掘深の時間的変化

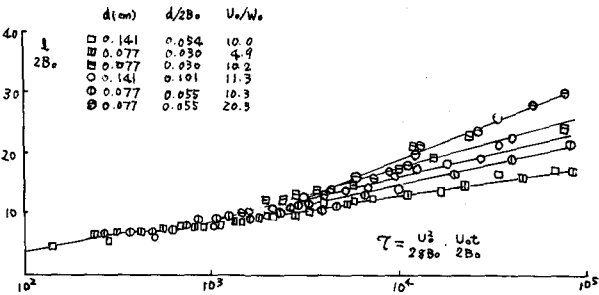


図-3 洗掘長の時間的変化

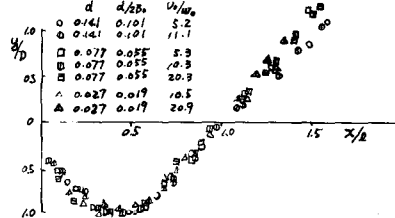


図-4 洗掘形状

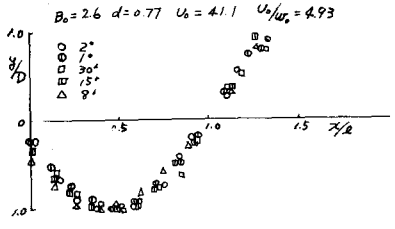


図-5 洗掘形状

で表わされる。なお、 ℓ 、 D 、 x 、 y 、はノズル出口
中心を原点として測られている。つぎに3期洗掘にお
ける最大洗掘深と洗掘長との関係を図示したものが図
- 6である。3期洗掘過程においてはほぼ

$$\ell \div 4.0 D$$

(2)

となつている。

ii) 噴き上げ角度 θ_j ：5～20秒間隔で撮影した洗掘形
状3～4枚から平均形状を作つて噴き上げ角度 θ_j を読
みとり、砂の粒径 d とノズル巾 $2B_0$ との比によつて分
類して図示したものが図-7である。 θ_j は洗掘深さが
大きくなつていくにつれて小さくなつていく。また、

$d/2B_0$ が同じときには U_0/w_0 (w_0 ：洗降速度) が大きい
ほど、また、 U_0/w_0 が同じならば $d/2B_0$ が大きいほど θ_j は大きくなつていく。なお図中の実線は後で
述べる計算曲線である。

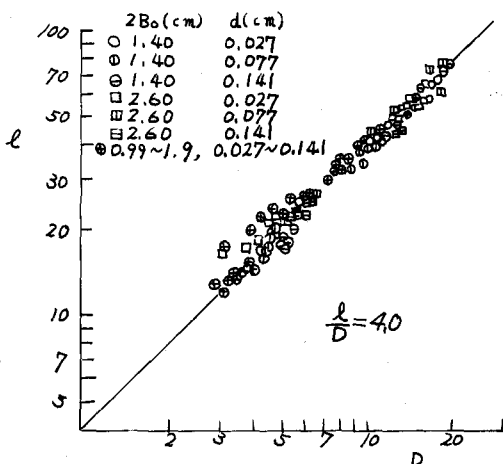


図-6 最大洗掘深と洗掘長の関係

iii) 最終洗掘深さ D_f ：時間が充分経過した後に洗掘深さが変化しなくなつたと思われたときの最大洗掘深さを最終洗掘深さとして最終洗掘深さ $D_f/2B_0$ を $d/2B_0$ をパラメーターとして U_0/w_0 の関数として示したのが図-8である。 $D_f/2B_0$ は U_0/w_0

の1.16乗に比例し、比例係数は $d/2B_0$ の

2/3乗に比例する。したがつて

$$D_f/2B_0 = 3.37 (d/2B_0)^{2/3} (U_0/w_0)^{1.16}$$

$$\text{or } D_f/d = 3.37 (d/2B_0)^{-1/3} (U_0/w_0)^{1.16} \quad (3)$$

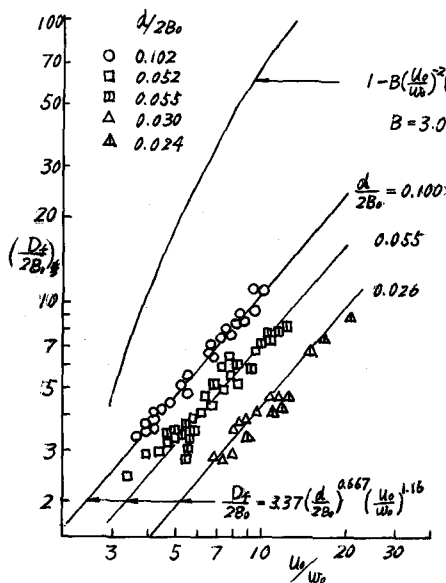


図-8 最終洗掘深さ

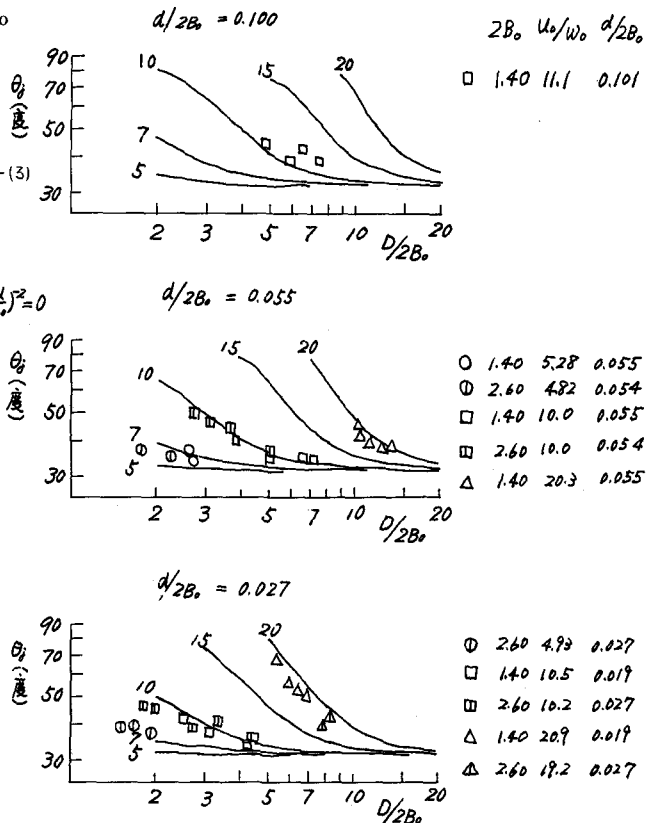


図-7 噴き上げ角度

と表わせる。

iv) 噴き上げ流速 U_j ; 流速分布の測定結果より, 最大洗掘深断面までの流れの様子は段落ちをもつ固定床噴流における下方にわん曲した Reattached jet の流況, 流速分布に適合している。最大洗掘深断面より下流においては前方の斜面に衝突するため流れの集中を起す傾向がみられ, 剥離点(砂段)より下流においてはほぼ様な流速分布をもつ噴き上げ流れとなつてゐる。

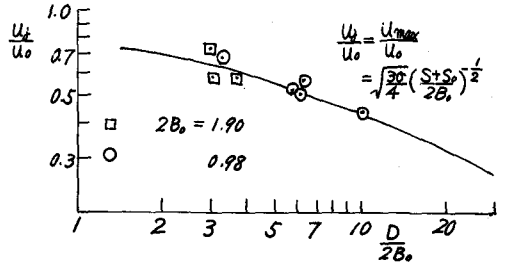


図 - 9 噴き上げ流速

また, その大きさは最大洗掘深断面におけるわん曲噴流の最大流速にほぼ等しく, 結局最大洗掘深さと等しい段落ち境界をもつ噴流が境界面に衝突するときの最大流速

$$U_j/U_0 = (3\sigma/4)^{1/2} (S+S_0/2B_0)^{-1/2}, \quad S = R \theta_R \quad (4)$$

で近似される。ここに R はわん曲噴流の曲率, θ_R は噴流が境界面に衝突する角度である。

3 3期洗掘機構についての考察

i) 洗掘機構および砂循環モデル;

流れが剥離する砂段の位置, 噴き上げ角 θ_j などは平均的なものを想定して, 以下のような洗掘, 砂移動のモデルを考える。まず, 流れについてはノズル前方の斜面に衝突した後,

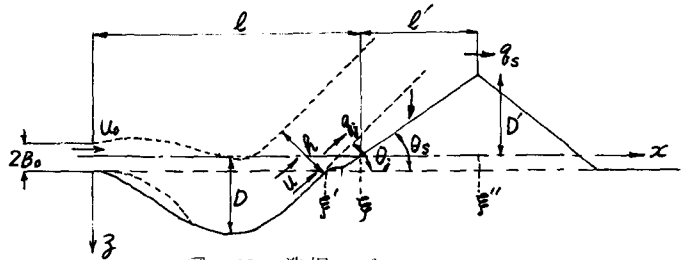


図 - 10 洗掘モデル

(4)式で与えられる流速 U_j が巾 $h = 2B_0 U_0 / U_j$ の範囲を噴き上げているものとする。砂移動については, 流速 U_j に規定され θ_j なる斜面を掃流されてきた流砂量 q_j が砂段のところで噴き上げられて浮游形式に移行し, そのうち $(q_j - q_s)$ がBC面上に落ち, 斜面CEをずり落ちてきて砂段ABCを形成する。この砂段ABCは等速で滑落していき, その速度は噴流が砂段におよぼす θ_s 方向の成分と砂段の滑落しようとする力によつて決まる。検査面としてノズル出口とA断面とをとり運動量の定理を適用すると, 力の釣合は次式のようになる。

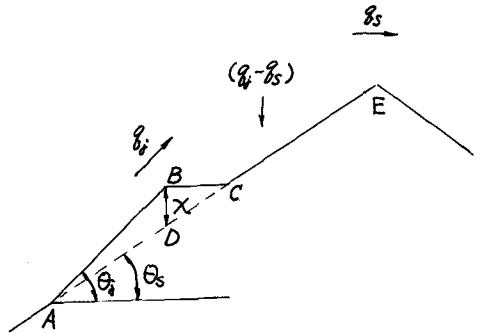


図 - 11 砂循環モデル

$$s' g x^2 \frac{\sin \theta_j}{\sin(\theta_j - \theta_s)} \cdot \frac{\cos^2 \theta_s}{\sin \theta_s} (\sin \theta_s - \mu' \cos \theta_s) = \rho 2B_0 U_0^2 \cos \theta_s \left\{ 1 - \frac{U_j}{U_0} \frac{\cos(\theta_j - \theta_s)}{\cos \theta_s} \right\} \quad (5)$$

ここに, s' は砂の水中重量, μ' は面ACにおける摩擦係数, $x = BD$ である。式中, 砂段の高さ x は砂粒が流れと共に h/w_0 の時間に飛んだ距離を砂粒が斜面を転落してくる間にB点に沈降した砂量に比例するものと仮定する。また, 砂面上を砂粒が転落する速度はその粒子の沈降速度に比例したようなものであろう。

$$x = \int_0^{A_1} \frac{h w_0}{u h} \frac{q_j w_0}{u h} dt / (1 - \lambda) = A_2 \frac{q_j}{w_0} \quad (6)$$

なお、 q_j については流砂量式として指数形を用いると、代表流速 U_j を用いて次の様にする。

$$\frac{q_j}{\sqrt{sgd^3}} = K \left(\frac{U_0^2}{\varphi^2 sgd} \right)^n \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^{2n} \left(\frac{1}{\sin \theta_j + \mu \cos \theta_j} \right)^n \left\{ 1 - \frac{\varphi^2 U_{*c}^2}{U_0^2} \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^{-2} \right\} \quad (7)$$

(5)式に(6)、(7)式を代入し $\sqrt{sgd} = W_0/A_s$ 、 $U_{*c} = A_6 W_0$ を置いて整理すると、 θ_j を規定する関係は次式で与えられる。

$$\frac{\sin \theta_j}{\sin (\theta_j - \theta_s)} \left\{ 1 - \frac{U}{U_0} \frac{\cos (\theta_j - \theta_s)}{\cos \theta_s} \right\} = A \left(\frac{d}{2B_0} \right)^{-1} \left(\frac{U_0}{W_0} \right)^{2-4n} \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^{-4n} \left\{ 1 - B \left(\frac{U_0}{W_0} \right)^{-2} \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^{-2} \right\} \quad (8)$$

ii) 洗掘深さを規定する関係：河床変動の基礎式は $dy/dt - 1/(1-\lambda) \cdot dq/dx = 0$ で与えられる。この式をノズル出口より砂堆頂まで積分する。その際、(1)式の積分を $\int_0^x f(x/\ell) dy = \alpha D \ell$ と置き、初期砂面より上に堆積している砂の斜面は θ_s の角度であるものとする。

$$\frac{d}{dt} \left\{ \left(\frac{D}{2B_0} \right)^2 \left\{ \alpha \frac{\ell}{D} - \frac{1}{2} \tan \theta_s \left(\frac{\ell'}{D} \right)^2 \right\} \right\} = \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_j}{2B_0} \cdot \frac{q_s}{q_j} \quad (9)$$

上式における q_s/q_j を求めるため、かなり大きな仮定ではあるが、噴き上げられた瞬間の砂の濃度 C は y 方向に一様分布であると仮定して、 x 、 y を砂段の A 点を原点として流れ方向およびそれと直角方向にとつたときの濃度 C の拡散を与える次の拡散方程式

$$(U_j - W_0 \sin \theta_j) \frac{\partial c}{\partial x} = \epsilon_j \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + W_0 \cos \theta_j \frac{\partial c}{\partial y} \quad (10)$$

をとき、砂段 A 点より砂堆頂 E の範囲に落下する砂量を求める。この際、流れの巾 $h = 2B_0 U_0 / U_j$ の上縁では砂粒の出入はなく、流れの下縁では剝離領域の存在のため沈降した砂粒は再び流れに入らないとの境界条件を用いている。この計算によつて q_s/q_j は次式で与えられる。

$$\frac{q_s}{q_j} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\alpha_n^2 \zeta'^2 U_0}{(\alpha_n^2 + \zeta'^2)^2 \cos \theta_j} \cdot \frac{\alpha_n \zeta - \exp(-\zeta) \cdot \{ (\alpha_n^2 + \zeta'^2) \sin \alpha_n - 2\alpha_n \cos \alpha_n \}}{\alpha_n (\alpha_n^2 + \zeta'^2 + 2\zeta')} \cdot \left[1 - \exp \left\{ - \frac{(\alpha_n^2 + \zeta'^2) U_j \ell'}{4\zeta' B_0 U_0} \right\} \right] \quad (11)$$

$$2 \cot \alpha_n = \frac{\alpha_n}{\zeta} - \frac{\zeta}{\alpha_n}, \quad \zeta = \frac{W_0 h \cos \theta_j}{2\epsilon_j}, \quad \zeta' = \frac{U - W_0 \sin \theta_j}{U_0}, \quad 2\epsilon_j = \beta U_j h$$

(9)式に(7)、(11)式を代入して整理すると、最大洗掘深さの時間的変化を与える関係は次のようになる。

$$\frac{d \left(\frac{D}{2B_0} \right)}{d\tau} = \frac{\left\{ 1 - B \left(\frac{U_0}{W_0} \right)^{-2} \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^{-2} \right\} \left(\frac{U_j}{U_0} \right)^3}{2 \frac{D}{2B_0} \left\{ \alpha \frac{\ell}{D} - \frac{1}{2} \tan \theta_s \left(\frac{\ell'}{D} \right)^2 \right\} - \left(\frac{D}{2B_0} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} \tan \theta_s \frac{d(\ell'/D)}{d(D/2B_0)} \frac{\ell'}{D} \right\}} \cdot \frac{q_s}{q_j} \quad (12)$$

$$\tau = \frac{K}{1-\lambda} \left\{ \frac{1}{\varphi^2 (\sin \theta_j + \mu \cos \theta_j)} \right\}^n \frac{\sqrt{sgd^3}}{(2B_0)^2} \left(\frac{U_0^2}{sgd} \right)^n t$$

4 実験結果との比較

i) 噴き上げ角度：(8)式に含まれる係数の数値的検討をおこなう。沈降速度として Rubey の式を用いると $A_5 = 0.5 \sim 0.75$ 。限界摩擦速度として Shield および岩垣公式を用いると $A_6 = 3 \sim 4$ 。流速係数 φ は流れが一様分布に近いので、河川の場合に較べて小さく6~7程度の値であろう。流砂量式中の係数 K および指数は掃流形式で運ばれてきたものが噴き上げられるのであるから H.A. Einstein の

曲線に近い $K = 7.6$, $N = 3/2$ の値を用いるのが妥当であろう。以上の値を用いると $B \approx 2 \sim 9$, および $A \approx (40 \sim 60)/A^2(\sin \theta_s - \mu' \cos \theta_s)$ となる。 A , μ' についての数値的推測は困難であるが, μ' は砂の静止摩擦係数 $\tan \theta_s$ に近い値であろうから, $(\sin \theta_s - \mu' \cos \theta_s)$ の値は非常に小さい値となるものと考えられる。従つて, 係数 A はかなり大きな値となるであろう。以上の推測より $A = 300$, $B = 3.0$ とし (8) 式を計算した結果が図-7 の曲線である。計算結果は図でわかるように, 実験結果を量的にもかなりの程度迄説明することができる。

ii) 最終洗掘深さ; 最終洗掘深さは $d(D/2B_0)/d\tau = 0$ で与えられるが, (9) 式よりこれを満足する条件としては限界掃流力に起因する $1 - B(U_0/W_0)^{-2}(U_j/U_0)^2 \rightarrow 0$ の他に $q_s/q_j \rightarrow 0$ なる 2 つの条件が考えられる。まず, 最終洗掘深さが $1 - B(U_0/W_0)^{-2}(U_j/U_0)^2 = 0$ のみによつて規定されるものとして最終洗掘深さを述べたのが図-8 の曲線である。明らかに, 実験結果よりかなりの値を与え, これから逆に q_s/q_j の項が最終洗掘深さにかなりの影響を与えることが予想され, また, この項からパラメータ $d/2B_0$ が $D_f/2B_0$ に関与していることが理解される。 q_s/q_j を求めるためには, (11) 式における拡散係数 β の値の推定が必要であるが, 現在のところ β の検討に手間どり, (11), (12) 式から定量的な結果を導くまでには到っていない。現在, 計算中であるので発表の際に報告したい。

なお, 引きつづき鉛直噴流による洗掘の実験をおこなっているが, この場合には, 水平噴流に較べて砂段の発生, 浮流砂の循環がさらに強くあらわれている。

おわりに, 本研究は代表者吉川秀夫教授の特定研究; 水理構造物の機能(その防災効果に関する総合的研究)による研究成果の一部であることを附記して謝意を表したい。

参考文献

- 1) 岩垣雄一, 土屋義人, 今村正考; 水門下流部における局所洗掘に関する研究
京都大学防災研究所年報 第8号 昭和40年度
- 2) 斉藤隆 境界の影響を受ける水平噴流の特性
第23回土木学会年次学術講演会 昭和43年