

空隙規模の分布による透水係数の評価について

大阪大学工学部 正会員 室 田 明

大阪府立高専 正会員 ○佐 藤 邦 明

1. 概 説

透水係数が多孔体構成粒体の代表粒径の2乗に比例し、粘性係数に逆比例することは周知のとおりであるが、代表粒径として d_{10} をとるといつた公式はまったく経験的なもので理論的根拠はないし、広範囲に分布する混合粒体からなる透水体の場合に、流れの物理的機構を考えるとなく行なわれる機械的平均操作は浸透流の実態を正しく表現しえないと思う。また、シルトあるいは粘土のごとく粒径が微細になれば、空隙率も増加するが、極端に微細な透水体ではいちじるしく透水係数が減少する事実もよく知られたところである。しかし、透水係数は空隙率の増加につれて増大するといわれているので空隙の多い粘土の透水性が悪くなるという事実と矛盾する。

浸透流は申すまでもなく、多孔体の空隙を通る流れであるから、透水係数に直接関与するのは空隙状態そのもので、たとえば空隙の平均規模といったものが定義あるいは計測されればよりの確な表現に到達しうるだろう。もちろん空隙規模を直接測定することは通常きわめて困難であるために、便宜上空隙構成粒体の代表値で表現せざるをえなかつたのであり、そのために代表粒径の選択にあいまいさがつきまとつてきたのである。本研究では、まず空隙規模の厳密な定義を行ない、ついで混合粒径よりなる多孔体の空隙規模を直接計測し、その分布の統計的特性を検討する。

上述のごとく、空隙状態そのもので透水性を議論することはほとんど工学上意味がないので、空隙状態と粒体特性との相互の関係を明確にしなければならない。われわれは数種の粒度分布をもつ透水体について、粒度分布と空隙規模の分布の間になんか統一的な関連を見出すことができた。なかでも構成粒体の粒度分布の如何にかかわらず、空隙規模分布が正規分布に近いという知見は工学上きわめて意義のあるものと考え。透水係数に及ぼす他の重要な因子である粘性係数については、とくに粘土のごとき微細な粒体の場合に、界面現象としての分子吸着効果を無視することができない。

電氣的吸着の生ずる原因については後に概説するが、その効果によつて構成材の固体表面の流動はいちじるしく拘束される。浸透流に関する限り、見掛け上固体表面付近でいちじるしく粘性が増加したと考えてよい。このような観点から極微な空隙はすべて吸着分子の連接による完全拘束領域となり、いかなる圧力こう配のもとでも間隙内流動の起こりえないような限界状態、すなわち最小空隙規模といったものが定義されるだろう。なお、吸着効果は、微細粘土の非透水性の問題のみならず、浸透に関する有効空隙の減少という観点からも重要な問題である。

われわれは、考案した実験手法によつて吸着領域の定量化に成功したのでここに報告する。

今回は特に乱れを含まない流れに限定してのべる。

2. Unit Volume による空隙規模の定義とその測定

混合粒体からなる透水体において、粒径 d の粒体の度数分布が $f(d)$ で与えられるものとする。

試料の容積の内にある Particles の数を N , その実容積を V_s とすれば空隙率 λ はつぎのごとくである。

$$\lambda = 1 - \frac{V_s}{V} = 1 - \frac{C_0}{V} \int_0^{\infty} d^3 f(d) dd = 1 - \frac{C_0}{(V/N)} \int_0^{\infty} d^3 P(d) dd, \quad (1)$$

ただし、 C_0 は数値定数、 $P(d)$ は粒体分布の密度関数で、 $\int_0^{\infty} P(d) dd = 1$ である。

$V/V_s = V_u$ を Unit Volume とよび、粒体 1 個が占める平均的な空間の範囲を示し、 $V_u = \pi \bar{d}^3 / 6$ が空隙領域であり、これを平均的空隙規模 (Mean Pore Size) という。

実際の Pore Size の定量化はつぎのごとくである。

多孔体の任意の切断面が、かりに図-1 のようであれば粒体切断面の中心を直線で結びこれらの線分

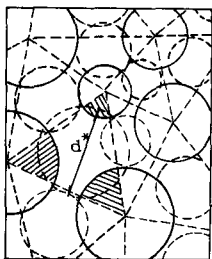


図-1 多孔体の切断面

で作られる三角形から斜線部分の扇形の粒子断面を差し引いたものを独立した Pore と考え、この空隙面積と等価な円断面の直径 d^* で Pore Size を表わす。

図-1 のごとき空隙状態の Visualization はつぎのような実験方法によつた。

球径が 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 25, 30, 40 mm

であるような球を黒色粘土と石灰を混合したもので作り、これを
実線の円は粒体切断面を点線 図-2 に示す粒度累加曲線をもつ 8 種類の混合粒体に配合し、内径
の円は仮想独立空隙を示す。 9cm, 高さ 12cm のビーカーにつめる。

空隙を固定するため液状石こうを流し込み適当な時間の後に固化した試料をビーカーから取り出し、カッターで 5mm 間隔でスライスしてその切断面を接写する。

その写真の例が Photo-1, 2 であり、見られるごとく空隙は白く明瞭に観察される。Photo-1 は平均粒径 $\bar{d} = 2.5\text{mm}$, 標準偏差 $\sigma = 1.04\text{mm}$ であり平均粒径が小さいため Pore Size も小さいが、Photo-2 は $\bar{d} = 7\text{mm}$, $\sigma = 1.7\text{mm}$ であるので Pore Size も大きいことがただちに観取される。

3. 多孔体の粒径分布と空隙規模の関連

こうした Visualized face を図-1 の方法により、個々の空隙について Pore Size d^* に換算し、その分布を示したのが図-3 である。図中、実験値の記号は図-2 の記号に対応する。(図-4, 図-5 も同じ)

図-3 は d^* を正規確率紙にプロットしたものであるが、いずれの粒度分布の試料についても小空隙径の範囲をのぞき直線上にあり、このことから Pore Size d^* の分布は粒度構成の如何にかかわらず正規分布をするものと見なしうる。正規分布であればその平均値 $\bar{d}^*$ と標準偏差 $\bar{\sigma}^*$ のみで統計的性質が記述できるので都合がよい。概説でのべたごとく、こうした $d^*, \bar{\sigma}^*$ と粒体特性とを結びつけ、終局的には後者によつて表現することが実際面で必要である。

Pore Size に関する無次元量 $d^*/\bar{d}$ と粒体に関する量 $\bar{d}/\sigma$ との関係を示したのが、図-4 であり、十分の精度でつぎの一般的な関係がえられる。

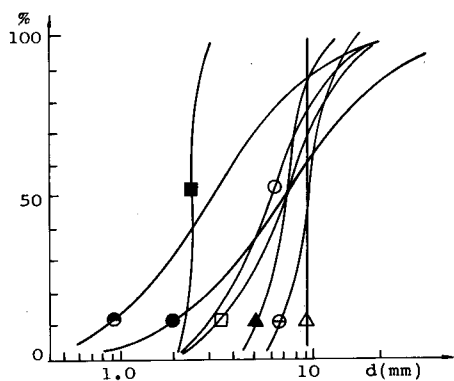


図-2 粒径累加曲線

粒径分布の特性値表

	(mm)	
	$\bar{d}$	σ
●	11.8	2.6
○	7.8	1.7
●	5.2	2.5
⊖	10.0	1.2
△	9.0	1.0
□	9.2	1.7
■	2.6	1.04
▲	7.5	1.3

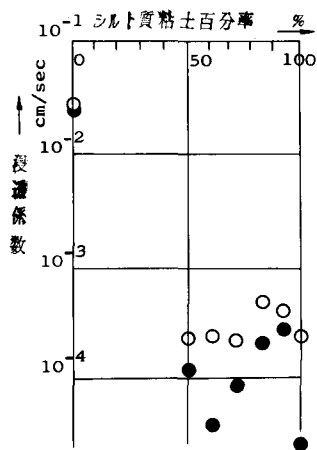


図-9 浸透係数実測値

○ベンゼンによる K_b , ●水の K_w

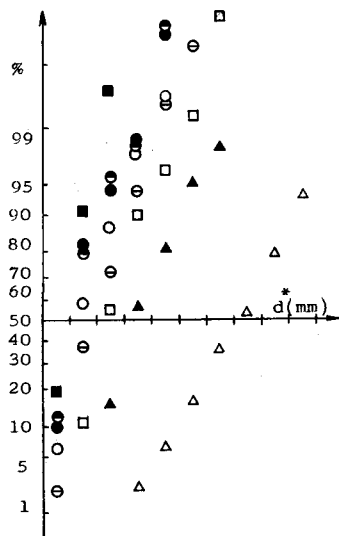


図-3 空隙規模の分布

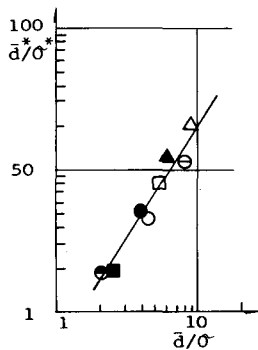


図-4 $\bar{d}^*/\sigma^* \sim \bar{d}/\sigma$ の関係 Photo-1, Pa (2.5, 1.04)

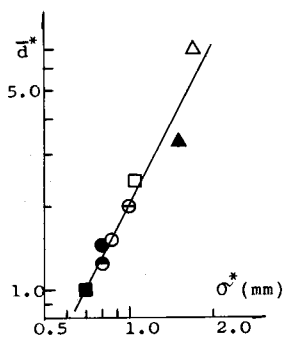
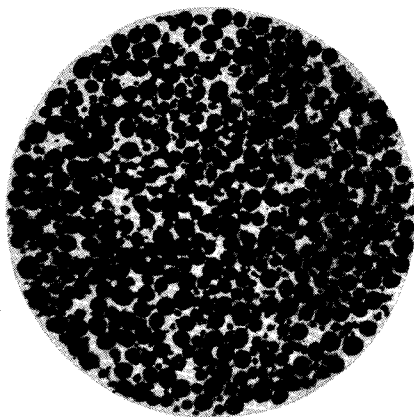


図-5 $\bar{d}^* \sim \sigma^*$ の関係

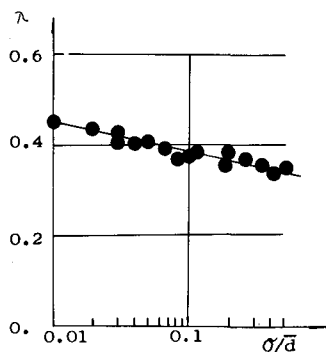


図-6 $\lambda \sim \sigma/\bar{d}$ の関係

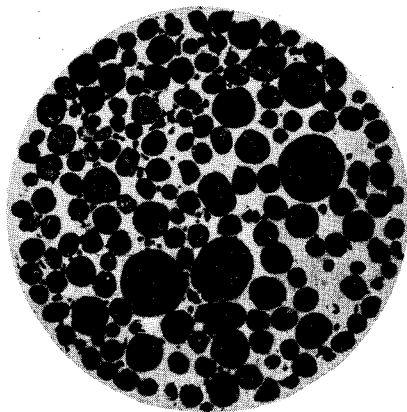


Photo-2, Pa (7.0 1.7)

$$\bar{d}^*/\sigma^* = K (\bar{d}/\sigma)^n, \quad K = 0.55, \quad n = 1.60 \quad (2)$$

さらに $\bar{d}^*$ と σ^* の相関を示したものが図-5である。われわれの実験の範囲でつぎの関係がえられる。

$$\bar{d}^* = K_0 \sigma^{n_0} \quad K_0 = 2.0, \quad n_0 = 2.0 \quad (3)$$

なお、こういつた粒子が構成するマクロ的な空隙率と粒径分布の平均径 $\bar{d}$ とその標準偏差 σ の比 $\sigma/\bar{d}$ との関係が図-6に示されている。この関係は

$$\sigma/\bar{d} = R e^{r\lambda} \quad R = 5.01 \times 10^4, \quad r = -34.65 \quad (4)$$

で示されよう。以上の関係によつて、混合粒子の特性値 $\bar{d}$, σ が与えられれば Pore Size の $\bar{d}^*$, σ^* が換算される。円管内の粘性流の類推から透水係数 K は $\bar{d}^*$ の密度関数 $P(\bar{d}^*)$ によつてつぎのように表わされる。

$$K = \frac{C}{\mu_0} \int_{(\bar{d}^*)_{\min}}^{\infty} \bar{d}^{*2} P(\bar{d}^*) d\bar{d}^* \quad (5)$$

ここで、 C は多孔体の空隙特性および粒子形状による定数を含む広義の定数である。また、 μ_0 は粘性係数である。式(2)(3)を上式に代入すればはじめにのべられたごとくもつとも合理的な透水係数の表現がえられることになる。積分下限 $(\bar{d}^*)_{\min}$ がいわゆる最小空隙規模であつてそのことについてつぎにのべられる。

4. 吸着効果による浸透流の最小空隙規模

水分子は酸素原子と水素原子の共有結合で構成されるが、酸素原子の重量が水素のその16倍もありその比は原子核重量の比で定まるのであるが、核のまわりの負電荷の電子群は重量の大きい酸素核の付近に強く拘束されそのため対称性がくずれて、酸素原子が負に、水素原子が正に荷電した双極分子となり、電氣的に不安定となる。双極化されない中性分子は全分子数の27%程度にすぎずしたがつて電氣的に不安定のため双極分子が固体表面に吸着される傾向があるといわれている。

多孔体の粒子付近のミクロ的な様子を模式的に示せば図-7(a)のごとくであろう。すなわち、固体界面に近づくほど、吸着効果のため分子密度が高くなる。分子数が多ければ多いほど分子粘性係数は大きくなり、完全に固体面に吸着された水分子は極めて強固な層を形成するから絶対に流動しない。

いいかえれば、界面で粘性係数は無限大と考えられ遠ざかるにつれて通常の粘性係数 μ_0 に収れんすると思われる。しかし、距離によるその低減の様子について知識がないので、固体表面付近の厚さ t の薄膜の内部で吸着現象が顕著であり、その領域で見掛けの粘性係数 μ_a をつぎのようにおき、 α をかりに吸着係数とよぶと、つぎの関係をうる。

$$\mu_a = \alpha \mu_0, \quad \alpha > 1 \quad (6)$$

吸着効果の卓越する範囲(吸着膜の厚さ t)、および吸着係数 α のオーダーを求めるため、われわれはつぎのような実験手法を考案した。

もし、分極化されない液体を用いれば吸着領域が現われないであろうから、(図-7(b) 参照) 空隙率は水の場合より増加する。双極化された水の値に添字 w を、まったく分極されない液体 (いまの場合 Benzol) の値に添字 b をつけるものとし、便宜上、Rose-Fair-Hatch の公式を用いれば空隙率 λ の比は次式で与えられる。

$$\frac{\lambda_w}{\lambda_b} = \left(\frac{K_w}{K_b} \cdot \frac{\nu_w}{\nu_b} \right)^{1/4} \quad (7)$$

$$\text{一方、} \quad \lambda_w = 1 - \frac{N}{V} \frac{\pi}{6} (\bar{d} + 2t)^3, \quad \lambda_b = 1 - \frac{N}{V} \frac{\pi}{6} \bar{d}^3 \quad (8)$$

であるから、 λ_b と λ_w の差は近似的に、

$$\lambda_b - \lambda_w = \frac{f_n}{f_1} \left[\left(1 + \frac{2t}{\bar{d}} \right)^3 - 1 \right] \doteq 6 \frac{t}{\bar{d}} \frac{f_n}{f_1} \quad (9)$$

となる。ここで、 f_n は孔体の単位体積重量、 f_1 は真の粒体重量である。

K_w, K_b および λ_w, λ_b を実測し、吸着領域のない Benzol の場合は λ_b が直接計測されるから、式(7)から λ_w が定まる。 $f_n, f_1, \bar{d}$ は簡単に求まるので、式(9)から結局、吸着膜の厚さ t が計算できる。

われわれは K_w, K_b の実測にベンゼンの蒸発を防止しうる特殊な変水位式試験器 (試料円筒径、7 cm 長さ 15 cm) を用い、また、液体として純水と純度 98% のベンゼンを、多孔体としてシルト質粘土、($\bar{d} = 0.002$ cm) と細砂 ($\bar{d} = 0.01$ cm) の混合体を使つた。実測結果はシルト質粘土と細砂の百分率によつて図-9 に示されている。予想したごとく、細砂のみの多孔体について吸着効果は無視しうるが、水による浸透係数 K_w はベンゼンによる K_b より全体的に小さく、その傾向はシルト質粘土の含有率に関係していることが分かる。いま、これら実測値を用いて、平均的な吸着係数 $\bar{\mu}$ と吸着膜の厚さ t を見積もる。シルト質粘土のみの多孔体による K の実測値、 $K_w = 2.85 \times 10^{-5}$ cm/sec, $K_b = 1.9 \times 10^{-4}$ cm/sec また、 $\nu_w = 1.2 \times 10^{-2}$ cm²/sec, $\nu_b = 8.5 \times 10^{-3}$ cm²/sec (15°C), さらに $\lambda_b = 0.64$ を式(7)に代入し、 $\lambda_w = 0.45$ をうる。つぎに、 $f_n = 0.94$ g/cm³, $f_1 = 2.6$ g/cm³ が測定されるから、これらの値を用いて、式(9)から $t = 1.8$ ミクロンが求まる。吸着係数 μ は式(7)で ($\lambda_w/\lambda_b = 1$ とおき、 $\nu_w = \frac{1}{\rho} \bar{\mu} \mu_0$ (ρ は水の密度である) として上述の K_w, K_b によつて、 $\bar{\mu} = 4.7$ となる。

以上の簡単な実験から、シルト質粘土の場合、吸着膜の厚さは平均粒径の約 10% 程度であり、

浸透流に伴う抵抗に立脚すると吸着水の効果は見掛上流場内の粘性係数が平均的に約 4.7 倍増加したものと見なしうる。

また、式(5)でいう最小空隙規模 (a^*)_{min} は結果的に 1.8 ミクロンの

数分の一程度と推測される。

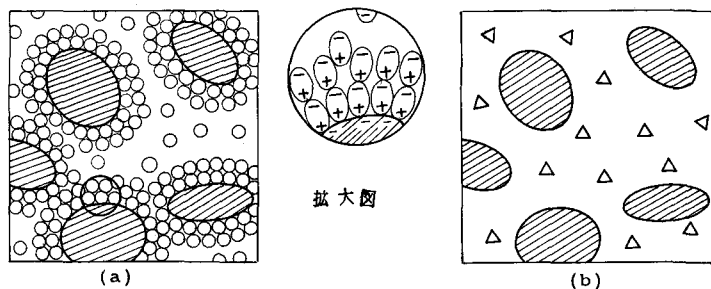


図-7 微粒体内の流場想定図

○ - 水分子

△ - ベンゼン分子

陰影の部分 - 微粒体

陰影の部分 - 微粒体

5. 空隙規模の分布による透水係数の表現

一般的に、吸着効果を含んだ広義の透水係数は、空隙規模の分布 $P(d^*)$ を用いて、

$$K = \frac{C}{\mu_0(1+\bar{\alpha})} \int_{(d^*)_{\min}}^{D^*} d^{*2} P(d^*) dd^*, \quad (10)$$

とかける。さて、積分領域 D^* の与え方で式 (10) は次の 3 つの形を持つ。

(a) $D^* < (d^*)_{\min}$ の場合

平均吸着係数 $\bar{\alpha}$ が無限に大きくなり、浸透流は発生しない。

$$K = \lim_{\bar{\alpha} \rightarrow \infty} \frac{1}{\mu_0(1+\bar{\alpha})} \int_{(d^*)_{\min}}^{D^*} d^{*2} P(d^*) dd^* \rightarrow 0, \quad (11)$$

(b) $(d^*)_{\min} < D^* < D_c^*$ の場合

D_c^* をつぎのように定義して、われわれは

$$\bar{\alpha} \mu_0 = \frac{1}{\gamma \lambda - e_a^* D_c^{*3}} \int_{(d^*)_{\min}}^{D_c^*} \mu_a \cdot d(\Delta V \lambda - C_0 d^{*3}), \quad D_a^* = \int_{(d^*)_{\min}}^{(d^*)_{\min}} d^* P(d^*) dd^*, \quad (12)$$

$$K = \frac{C_0}{\bar{\alpha} \mu_0} \cdot \int_{(d^*)_{\min}}^{D_c^*} d^{*2} P(d^*) dd^*, \quad \bar{\alpha} > 1 \quad (13)$$

をうる。ここで μ_a は任意の空隙内の粘性係数、 e_a^* , C_0 は定数、また、 ΔV は微小多孔体のポリュームである。透水係数は吸着水の効果で見掛上小さくなることを意味している。

(c) $D_c^* < D^* < D_t^*$ の場合

流水空隙規模に比べ吸着水膜の厚さが十分小さいので吸着係数 $\bar{\alpha}$ は考える必要なく、われわれは

$$K = \frac{C_0}{\mu_0} \int_{D_c^*}^{D_t^*} d^{*2} P(d^*) dd^*, \quad \frac{D_c^* D_t^* \bar{Q}}{\nu} \leq R_0 \quad (14)$$

をうる。ここで D_c^* は空隙規模と粒径の相互変換定数、 $\bar{Q}$ は平均流速、 R_0 は限界レイノルズ数である。

6. 結 論

われわれの採用した空隙規模の定義に関するかぎり、構成粒体の粒度分布の如何にかかわらず空隙規模の分布は正規分布に近く、さらに、粒径分布と空隙規模の分布の分布特性、つまり平均粒径 $\bar{d}$ 、平均空隙径 $\bar{d}^*$ 、粒径標準偏差 σ 、空隙標準偏差 σ^* の間に、 $\bar{d}^* \sigma^* = K(\bar{d} \sigma)^n$ 、 $K = 0.55$, $n = 1.60$ 。また $\bar{d}^* = K_0 \bar{d}^{R_0}$, $K_0 = 2.0$, $R_0 = 2.0$ さらに、空隙率について、 $(\sigma/\bar{d}) = R \cdot \bar{d}^{\lambda}$, $R = 5.01 \times 10^{-4}$, $r = -34.65$ という関係があることが分つた。微細な透水体内の浸透流に重大な影響をもつ吸着膜の厚さ t は実験に用いたシルト質粘土の場合に 18 ミクロンであり、その存在によつて平均吸着係数 $\bar{\alpha} = 4.7$ が認められた。なお、平均粒径 $\bar{d} = 10^{-2} \text{ cm}$ の細砂では吸着水の効果はほとんど認められなかつた。したがつて透水係数の表現は吸着水の存在を考慮し、平均粒径 $\bar{d}$ を用いて、大略 18 ミクロン $> \bar{d}$ の場合に式 (11), 1.8 ミクロン $< \bar{d} < 10^{-2} \text{ cm}$ の場合に式 (13) また、 $10^{-2} \text{ cm} < \bar{d}$ の場合に式 (14) の 3 ケースに分けられるべきである。