

浮遊による河床変動

建設省土木研究所 正員 土屋 昭彦

〃 〃 〇星 畑 国 松

1. はじめに

河川の流砂量をみると、浮遊砂量は量的に非常に大きいが河床砂との関係において多くの問題が残されており實際上考慮されない場合が多い。浮遊砂が河床変動において特に問題となるのは、細粒径砂からなる河口部や新川開削部およびダムの堆砂現象等と考えられるが、これらの問題に共通する問題は、上流から輸送された浮遊砂量と河床から浮上させる量との間にアンバランスの存在する非平衡時の問題であると考えられる。これらの問題については、Kalinske⁽¹⁾、合田⁽²⁾、矢野 etc.⁽³⁾等により数値解析的にまた半理論的に求められているが、浮遊による河床変動の傾向を把握する上にはなお困難である。浮遊砂による河床変動の問題は、上述の非平衡時に集約されるが、これらの取り扱いとは別にその解明を困難にしているのは浮遊砂量算定の問題である。

浮遊砂量については、Kalinske,⁽⁴⁾ Einstein⁽⁵⁾に代表される算定法が提示されており、その後も Laursen⁽⁶⁾や F・M・Chain⁽⁷⁾等による種々な研究が行われている。

ここでは、Kalinske と Laursen の考え方を折中した考え方をとり、浮遊砂量公式を算定し、その考え方をもとに非平衡時の河床変動問題を考察した。

2. 浮遊砂量式について

浮遊砂量については、a 点濃度 C_a が明らかになれば、濃度分布式と流速分布式をもとに

$$q_s = \int_a^h c u dz \quad (q_s: \text{単位巾当り浮遊砂量}, c, u: \text{各点の濃度, 流速}) \quad (1)$$

と算定される。この C_a としては、大別して掃流層内の濃度に接続するという Einstein の考え方と河床材料から渦乱により粒子が拾い上げられる割合は渦乱によって生ずる流速の垂直方向の成分に比例するという Kalinske の考え方の二つがある。その後の研究としては、 κ や C_a を量的に表示する事が困難であるとして、実験結果に物理的な考察を加えて実験式を提示した Laursen の研究と Einstein の考え方を踏襲しながら掃流、浮流の全量に対する流砂量式を提案している F・M・Chain 等の研究がある。Einstein, Kalinske の理論については問題点が種々あげられているが、Laursen, Chain についてみると、前者の考え方は河床砂からの浮上機構が明らかでない現状においては容認されるべきであるが、河床との関係の究明のためには濃度分布についての現在までの成果を導入したいものである。後者については、Geological Survey の膨大なそして綿密な実験結果にもとづくもので、実河川のデータも含めてよい適合を示している。しかし、使用している係数にはなお粒径効果が残っているようである。

現在提案されている浮遊砂量式には以上のような問題点がみられるが、以下のような考え方に立って浮遊砂量式を考えてみた。

- 1) 平衡時の浮遊砂濃度分布においては、濃度分布の底層から河床へ沈降する量と河床から浮遊砂として供給する量とが等しいはずである。
- 2) 細粒径砂の移動床実験を観察すると、Flat または Antidune の場合には流れ方向にほぼ一様な

浮遊砂濃度の分布がみられるが、

- 3) 砂漣または砂堆形成時には、通常の Saltation 運動はそれ自身で完結しており浮遊砂との交換がみられないが、三次元的な河床形が形成されると、かなりの高さまでまきあげられる。
- 4) 3 の観察結果によると、1 の河床砂からのまきあげ砂量と浮遊砂からの沈降砂のバランスについても各点ごとにバランスしているというよりはある範囲でバランスしていると考えざるを得ない。また、この場合には掃流と浮遊とが連続していると考えすることも困難になる。
- 5) このような観察結果によると、浮遊砂量に関する検討の方向としては、Laursen の考えに近づいてくるが、浮遊砂の濃度分布については実験および現地観測においても対数分布することが認められており、また一方、河床砂との交換を考える場合に河床濃度で取り扱えば、Kalinske⁽¹⁾ がみたごとく非平衡の評価が容易になる。このような観点から何とか河床濃度で取り扱いたい。
- 6) 以上のような考え方から、Kalinske⁽⁸⁾ の

$$\bar{C} = P C_0 \quad (2)$$

ここに、 $\bar{C}$ は平均濃度、 C_0 は河床濃度、 P は C_0 を $\bar{C}$ に結びつける変換関数である。の関係のみをいかし、ただ実験的に C_0 を算定することが困難であるから $\bar{C}$ に関する実験結果より、Laursen が $\bar{C}$ の算定に用いたと同様な考え方により

$$\bar{C} = P C_0 = P f_1 \quad (\text{水理量}) \quad (3)$$

の関係で C_0 を算定することを考える。

以上のように考えて、総流砂量に関する Geological Survey の実験データ⁽⁹⁾により以下のように流砂量式を導びいた。このデータは、さきの〔?〕の研究に用いたデータで、その研究においては、中間に掃流砂量を介したとはいえ全流砂量で検討したものであり、総流砂量公式より濃度分布の関数型を除けば a 点濃度を算定しうるものであるが、 a 点の評価が困難であるため(3)式の形で検討をすすめる。紙面の都合上、検討の経過の概要を述べると、

- (1) 総流砂量を u_* (マサツ速度) で整理すると、5～6 乗にのるがかなりバラツキがある。
- (2) この u_* のかわりに、篠原・椿⁽¹⁰⁾による砂粒運動に寄与する掃流力 τ_e 。

$$\tau_e / \tau_0 = \varphi / \varphi_0, \quad \varphi = u_* / u_{*c}, \quad \varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log(h/k_0) \quad (4)$$

を用いて整理すると、各粒径毎に 5 乗の関係で整理できた。

- (3) 次に粒径効果を消していくことを考えると、 $\tau_{e*} (= \tau_e / (\sigma - \rho) g d, \sigma, \rho: \text{粒子, 水の密度, } g: \text{重力加速度, } d: \text{粒径, } \tau_e: \text{有効掃流力}), u_* / w_0 (w_0: \text{沈降速度}), \tau_e / \tau_{ec} (\tau_{ec}: \text{限界掃流力}), d/h (h: \text{水深})$ 等が考えられるが、(3)式のように考えると河床にかかる力としては u_* / w_0 や d/h よりは、 τ_{e*} または τ_e / τ_{ec} の方が直接的であり、それらの力によって河床から浮上させられたものを拡散させ、浮遊させる過程として u_* / w_0 または P を考える。
- (4) P は u_* / w_0 のある範囲では、 u_* / w_0 と 1 乗の関係であり、そう考えると C_0 を生ぜしめる力としては u_{*c} の 4 乗になるが、この力については掃流運動を生ずる力と相似なものとも考えられ、佐藤・吉川・芦田⁽¹¹⁾等がとらえたように 3 乗が妥当とも考えられるが、河床砂に有効に力のかかる面積の割合等なお掃流力に関係すると考えられる不明な要素を含めて 4 乗の関係で検討する。
- (5) 以上のように考えて、総流砂量より算定した平均流砂濃度と $p \cdot \tau_{e*} \cdot (\tau_e / \tau_{ec} - 1)$ を図示する

と，図-1のごとくである。 $\bar{C}$ に関する平均線をひくと，

$$\bar{C} = 4 \times 10^4 \cdot P \cdot \tau_{e*} \left(\frac{\tau_e}{\tau_c} - 1 \right) \quad (\bar{C} \text{は p.p.m. 単位}) \quad (5)$$

と表わされる。濃度の低いところでの適合が不十分であるが，これらについてはなお検討していきたい。

(6) (5)式の関係に(2)式を代入して，河床から浮上させる河床濃度 C_0 は

$$C_0 = 4 \times 10^4 \cdot \tau_{e*} \left(\frac{\tau_e}{\tau_c} - 1 \right) \quad (6)$$

と表現される。

(7) 図-1に記載したデーターの範囲は， u_* / w_0 が1.2以上である。当初は1以下についても検討を加えたが，それらのデーターは主として0.0045, 0.047, 0.093 cmからなるものであり，上方に群をなしてはなれており，粒径効果が残っているものかと考えられたが， u_* / w_0 でしらべてみると≠1以下の群であり，粒径効果ではなく u_* / w_0 の効果であり，(5)式の表現をとりうる範囲としては $u_* / w_0 > 1.2$ と考えている。

(8) 限界掃流力は岩垣式，沈降速度は鶴見公式を使用した。

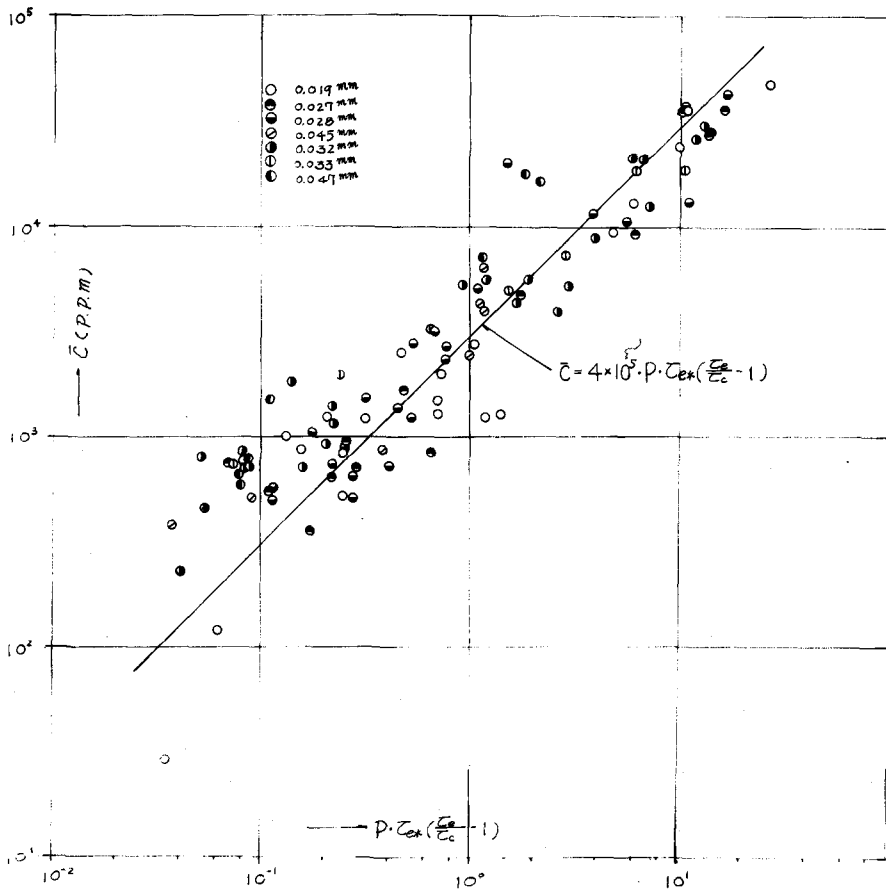


Fig.1-Comparison of the estimated and measured total bed material discharge

3. 浮遊による河床変動

以上, 2 を通して, $\bar{C}$ および C_o に関する実験式を検討してきた。ここでは, C_o と河床砂との関係を考察し, 一次元の河床変動式を提案する。

さて, 一樣な河床材料が無限に続いている河道を想定する。上流からの浮遊砂濃度によって洗掘または堆積が局部的に生じたとしても無限の下流においては, ある平均的な意味において河床からもちあげる浮上量 q_{Bs} と浮遊砂から河床へ沈降する量 $C_o \cdot w_o$ とが等しくなるものと考えられる。2. において追求してきた C_o は, このような

$$q_{Bs} = C_o \cdot w_o \quad (7)$$

を満足させる, 換言すると河床からの浮上量を表わす濃度である。従って, この C_o は流れによって場所的に規定されるものであり, 今後は C_o を浮遊砂の基底濃度としてではなく浮上濃度と呼ぶことが適当であると考えられる。一方, 上流条件, 例えば供給濃度等に規定されて, その濃度分布より規定される基底濃度を河床濃度と呼ぶ。このように浮上濃度と河床濃度を定義すると, 平衡状態は,

$$C_o = C_{so} \quad (8)$$

の場合と定義される。次に, 非平衡時の場合であるが, この場合は上流から流下してくる浮遊砂濃度の底 C_{so} が C_o と相違する場合である。この非平衡な場合が, 浮遊砂が河床変動において大きく影響する場合であり, 非平衡時の濃度変化, 河床変化がどのように生じるかが検討の望まれている問題である。この場合, まず, 上流から定常的な流入土砂のある 非平衡現象を考えると, 浮遊砂量の縦断的な変化を表わす式は, ある時点において

$$\frac{dq_s(x, t)}{dx} = C_o(x, t) w_o - C_{so}(x, t) w_o \quad (9)$$

と表現される。 q_s は総浮遊砂量であり, 添字 t は非平衡時には各地点の河床高, 水理量が定常的な流入に対しても時間変化するためにつけられたものである。この q_s は, 平衡時には,

$$q_s = p q C_{so} \quad (10)$$

と表現しうるが, 非平衡時には矢野等⁽³⁾が指摘しているように平衡時とは変化するものと考えられる。従って, q_s としては深さ方向を含めた二次元的な取り扱いを要し, その解法が複雑になる。ダムの堆砂等の水理量の変化が大きいときには, q_s をそのように取り扱うことが必要であるが, 通常の河道内においては水理量の変化が除々に行われるため, 近似的に(10)式の取り扱いが可能なものと考えられ, また, 問題が残されたとしても一次のオーダーとして浮遊砂が河床変動におよぼす影響のオーダーを調べる上では, 有効なものと考えられる。

このように考えて(10)式を(9)式に代入すると C_{so} に関する一階の常微分方程式が導びかれる。

$$\frac{dp(x, t) q(x) C_{so}(x, t)}{dx} + C_{so}(x, t) \cdot w_o = C_o(x, t) w_o \quad (11)$$

この C_{so} が各種の境界条件に対して求められると, 浮遊砂の河床変動問題を解きうることになる。しかし, 一般の場合には不等流計算を実施して各地点の水理量, C_o p を求めて, (11)式の差分式に

$$\frac{(p q C_{so})_2 - (p q C_{so})_1}{\Delta x} + \frac{C_{so1} + C_{so2}}{2} \cdot w_o = \frac{C_{o1} + C_{o2}}{2} w_o \quad (12)$$

(添字 1 は上流側)

より, 上流端条件 C_{s0} に対して各地点の浮遊砂量が求められるものと考えられる。

一般の場合は上述の通りであるが, ④式が簡単に解きうる場合として, 川巾が一様で (q : 一定) p, C_0 の位置および時間的な変化が無視しうる場合について展開する。この場合, 基本式は

$$d C_{s0}(x) / dx + w_0 / qp \cdot C_{s0}(x) = C_0 \cdot w_0 \quad (13)$$

となり, 一般解は,

$$C_{s0}(x) = C_0 + A \cdot e^{-\frac{w_0}{qp} x} \quad (14)$$

と表わされる。この解を 2, 3 の場合について調べる。

イ. 上流端から浮遊砂を含まない流れが流入する場合

この場合は, $x = 0$ で $C_{s0} = 0$ より

$$C_{s0}(x) = C_0 (1 - e^{-\frac{w_0}{qp} x}) \quad (15)$$

この関係を図示すると, 図-2 の通りである。この関係より初期の変化の大きさを知ることが

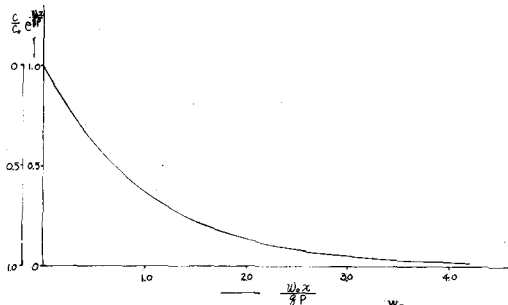


Fig.2 Function (15) and $e^{-\frac{w_0}{qp} x}$

できる。④式の関係によると河床濃度の変化の仕方は浮上濃度 C_0 によらないが, 実際は上流部の変化の大きい部分では C_0 が時間的小さくなり, この形が下流部に移動していくものと考えられる。

一応の変化の範囲として, C_{s0} が C_0 の 9 割になるところをとらえると

$$x \div \frac{2qp}{w_0} = \frac{2hvp}{w_0} \quad (v: \text{流速}) \quad (16)$$

$v/w_0 \div 100$, $P = 0.1$ とすると, 変化の範囲は水深の約 20 倍であり, この程度の範囲で浮遊砂濃度が浮上濃度に支配されるものとするれば, 浮遊による河床変化が, 非常に早いものであることがわかる。このような場合, 本例のように p, C_0 を一定とする取り扱いは適当でなく, ④式のような差分による方法で検討することが望まれるが, 浮遊砂による河床変動が懸案されるシヨートカット等においては詳細な検討が必要なることを示すものである。

ロ. 上流端から C_s の濃度の流入がある場合

これは, 浮上濃度により洗堀および堆積の両者が考えられるが, 対象としては浮遊砂区間での浚渫後の堆積過程等が考えられる。この場合は,

$$C_{s0}(x) = C_0 + (C_s - C_0) e^{-\frac{w_0}{qp} x} \quad (17)$$

次にイ.ロ.の場合について, 河床変動を考えてみよう。河床変動の連続式

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

に, イ.ロ.の場合の各点流砂量を, それぞれ

$$q_s = q_p C_{s0}(x) = q_p C_0 \left(1 - e^{-\frac{w_0}{q_p} x}\right) \quad (19)$$

$$q_s = q_p C_{s0}(x) = q_p \left\{ C_0 + (C_s - C_0) e^{-\frac{w_0}{q_p} x} \right\} \quad (20)$$

従って、河床変動式は、それぞれ

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{C_0 w_0}{(1-\lambda)} e^{-\frac{w_0}{q_p} x} = 0 \quad (21) \quad \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{(C_s - C_0)}{(1-\lambda)} w_0 e^{-\frac{w_0}{q_p} x} = 0 \quad (22)$$

と表わされる。前述のごとく、 C_0, p は時間的に変化することが想定されるが、変化を無視すると、それぞれ各地点の初期河床 $z_0(x)$ より

$$(1) \text{ の場合 } z(x, t) = z_0(x) - \frac{C_0 w_0}{1-\lambda} e^{-\frac{w_0}{q_p} x} t \quad (23)$$

$$(2) \text{ の場合 } z(x, t) = z_0(x) - \frac{(C_s - C_0)}{1-\lambda} w_0 e^{-\frac{w_0}{q_p} x} t \quad (24)$$

と算定される。

これらの算定結果をもとに今一度3.のはじめにのべた非平衡時の $q_s = q_p C_{s0}$ についてふりかえると、この仮定は厳密には認められないものであるが、1.の考察にのべたように浮遊砂濃度はかなりすみやかに平衡状態にすすんでおり、23式のような差分化で扱う場合には p としては平衡時のものを十分に使用しうるように考えられる。しかし、これらの仮定については今後十分に検討していかなければならないものと考えられる。

4. お わ り に

浮遊砂量が、河床附近の濃度 C_{s0} を媒介にして、 $q_s = q_p C_{s0}$ として表わされるものとして、実験式を求め、さらにこの形をもとに非定常時の河床変動を論じた。実験式の式形、非平衡時の濃度分布、混合粒径など今後に残された問題も多い。最後に研究の過程において、貴重な助言をいただいた土木研究所須賀研究員、実験データーの整理に多くの労をかけた仲道技官および膨大にして詳細なデーターを公表された H. P. Guy, D. B. Simons, E. V. Richardson に対して深甚な謝意を表わす次第である。

〔 参 考 文 献 〕

- [1] Kalinske, A.A.: Trans. AGU(1940)
- [2] 合田 健: 土木学会誌, 第35巻第10号 (1950)
- [3] 矢野, 芦田, 田中: 京大防災研究所年報第7号 (S39.3)
- [4] Lane, E.W. and Kalinske, A.A.: Trans. AGU(1939)
- [5] Einstein, H.A.: Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No.1026(1950)
- [6] Laursen, E.M.: Proc. ASCE(1958)
- [7] Chang, F.M., Simons, D.B., and Richardson, E.V.: US Geol. Survey Water Supply Paper 1498-I
- [8] Lane, E.W., and Kalinske, A.A.: Trans. AGU(1941)
- [9] Guy, H.P., Simons, D.B., and Richardson, E.V.: Geol. Survey Professional Paper 462-1
- [10] Shinohara and Tsubaki: Rep. Res. Inst. for App. Mech. Kyushu Univ. Vol. VII, No. 25(1959)
- [11] 佐藤, 吉川, 芦田: 土木研究所報告第98巻 (S32.12)