

利水を対象とした流量時系列の解析について

大阪大学工学部 正会員 室 田 明

大阪大学工学部 正会員 ○神 田 徹

1. まえがき

水資源開発システムの複雑化とともにシステムのモデル化による解析が行なわれ、河川流量の最適配分計画においてもシステム・シミュレーションが有力な手法となりつつある。その際、工学上もっとも基本的かつ重要な課題の一つは流量予測の問題である。流量の長期的予測の困難さは気象現象とくに降水の長期予報の困難さに起因すると考えられる。したがって、ある地点で観測された流量資料から流量の予報を行なうことは至難の事であるが、現状における降水予報の精度の問題および流出過程のメカニズムを避けて流量の生起過程を stochastic process と見做し、流量時系列の推計学的解析を行なう立場がある。stochastic process として取扱うかぎり、観測期間の短い既往流量資料は統計学的標本にすぎず、したがってシミュレートされた流量時系列に基づいて水資源計画の評価がなされる必要があろう。

本論文は、水資源計画において対象となる流量の長期的変動過程をシミュレートするために単位期間として1ヶ月を採用し、月流量の連続的生起過程を規定する自己相関関係を高水・低水流量集団について解析する。高水・低水流量のおおのの自己相関係数を導入したシミュレーション・モデルを構成し、作成された流量時系列によってこのモデルの適応性の検討および低水状態の確率評価を行なう。

2. 月流量の確率分布と正規化変換

解析に用いた流量資料は、淀川の支流・木津川の高山ダム地点における48年間(1918-1965年)の流量記録である。月流量の分布特性値は表-1の通りである。表中のKはピアソン型分布の適合性に関する判別基準値であり次式によるものである。

$$K = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4 (4\beta_2 - 3\beta_1) (2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)}$$

ここに、 $\beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3$ 、 $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2$ 、 μ_i はそれぞれ平均値のまわりのi次の積率である。K値によれば確率分布は5月を除いてピアソンⅠ型に属するが高水流量で適合性が劣り、分布の上限値が無限大であるピアソンⅢ型分布による適合性が高い。

図-1は、ヒストグラムおよび表-1の分布特性値によって定まるピアソンⅢ型分布曲線の1例である。2月および3月のヒストグラムはBimodal型となるが他の月はピアソンⅢ型分布のあてはめが可能である。

表-1 月流量の分布特性値

月	平均値 (m ³ ・day)	標準偏差 (m ³ ・day)	ひずみ度	とがり度	K
1	348.1	132.5	0.527	2.451	-0.120
2	372.1	180.7	1.291	4.071	-0.665
3	456.3	170.6	0.208	2.708	-0.021
4	511.4	169.2	0.448	2.858	-0.175
5	515.3	246.8	1.542	6.891	53.746
6	751.5	414.4	1.077	3.668	-0.539
7	811.6	437.8	0.922	4.421	-0.402
8	712.7	561.6	1.617	5.756	-1.606
9	1120.9	686.5	0.864	2.937	-0.293
10	861.7	479.1	1.512	4.544	-1.346
11	503.8	192.0	0.743	3.671	-1.557
12	363.9	135.3	0.472	3.618	-0.384

統計的手法は正規分布を前提として行なわれることが多く、確率分布を次式によって正規化しておくことが以下の解析に都合である。

$$X = \frac{6}{g} \left\{ \left(\frac{g}{2} k + 1 \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right\} + \frac{g}{6} \tag{1}$$

ここに、 $X : N(0,1)$ の正規変量、
 $k = (X - \bar{X}) / \sigma$: 流量の対数値の標準化変量、
 X : 流量の対数値、 $\bar{X}$: 流量の対数値の平均値、
 σ : 流量の対数値の標準偏差、
 $g = \mu_3 / \sigma^3$: ひずみ度

分布特性値および正規変量を与えると、(1)式の逆変換により流量Qは次式で求められる。

$$\log Q = \bar{X} + k\sigma \tag{2}$$

$$\text{ここに、} \quad k = \frac{2}{g} \left[\left\{ \frac{g}{6} \left(X - \frac{g}{6} \right) + 1 \right\}^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \tag{3}$$

(1)式によつて確率分布の正規化を行なった結果が図-2であり、ヒストグラムおよび曲線はそれぞれ図-1に対応する。曲線は正規分布曲線(N(0,1))とほぼ完全に一致し、またヒストグラムも正規分布と見なすことができる。

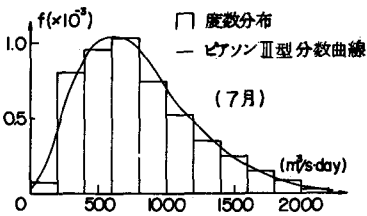


図-1 月流量の確率分布

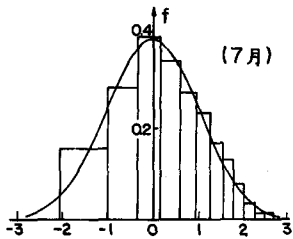


図-2 確率分布の正規化

3. 月流量の自己相関と高水・低水流量集団の分離

(1) 階層別自己相関係数

連続する月流量間の相関係数は表-2の通りである。連続する月流量をX,Yとし、X,Yを2次元正規母集団($\mu_x = \mu_y = 0, \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 1, \rho$)からの標本と仮定すれば、 $\rho = 0$ なる仮説はt-分布検定によつて検定することができる。48年間の流量標本に対して有意水準 $\epsilon = 5\%$ に対応する相関係数の値は $r = 0.29$ となるから、1~2月、2~3月、6~7月、10~11月、11~12月、12~1月の月流量間には相関があり、他の月流量間では無相関と言えるようである。

上記の検定は、連続する月流量が母相関係数 ρ をもつ同一の2次元正規母集団に属すると仮定して行なったものである。しかし、強度によって自己相関性の異なる種々の降雨型式から生起する流量についても階層別(強度別)に自己相関性を検討する必要がある。すなわち、強度が大きくランダム性の強い台風性降雨、集中豪雨等の応答としての高水流量と流域の流出特性にも関係する低水流量とは流況の持続性が異なるものと推定できる。

表-2 系列相関係数

月	系列相関係数
1 ~ 2	0.681
2 ~ 3	0.328
3 ~ 4	0.103
4 ~ 5	0.102
5 ~ 6	0.206
6 ~ 7	0.337
7 ~ 8	0.177
8 ~ 9	0.083
9 ~ 10	0.275
10 ~ 11	0.423
11 ~ 12	0.568
12 ~ 1	0.435

図-3のごとく、偶発性流量母集団と持続性母集団から構成されるモデルを仮定し、以下の方法によってこれを検証する。

持続性流量集団の特性は低水流量にあらわれやすいと考え、つぎのような流量標本の階層別抽出を行なう。 N 年間($N=48$ 年)の N 組の $i \sim (i+1)$ 月流量資料について相関係数を求めた後、 i 月の最大流量とこの最大流量に続く $(i+1)$ 月の流量および $(i+1)$ 月の最大流量とその前月(i 月)の流量を除き、残りの $(N-2)$ 組の流量標本について相関係数を求める。同様にして i 月および $(i+1)$ 月の次位の流量の組をも除いた標本について相関係数を求めていけば、逐次小流量で構成される流量集団の相関関係をしらべることができる。図-4は9~10月および11~12月に対する計算結果であり、横軸の sample size は大流量を除去した場合の $i \sim (i+1)$ 月流量標本の組の数である。

連続する月流量 X, Y が2次元正規母集団からの標本であるとき、 $X=X_0, Y=Y_0, X=-\infty, Y=-\infty$ を境界とする領域内の流量の相関係数は次式で与えられる。

$$r = \frac{1}{F} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{x_0} \int_{-\infty}^{y_0} (X-\bar{X})(Y-\bar{Y}) e^T dX \cdot dY,$$

ここに、

$$\sigma_x = \sigma_y = \left\{ \frac{1}{F} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{x_0} \int_{-\infty}^{y_0} (X-\bar{X})^2 e^T dX \cdot dY \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\bar{X} = \bar{Y} = \frac{1}{F} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{x_0} \int_{-\infty}^{y_0} X e^T dX \cdot dY,$$

$$F = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{x_0} \int_{-\infty}^{y_0} e^T dX \cdot dY, \quad T = -\frac{X^2 - 2\rho XY + Y^2}{2(1-\rho^2)}$$

母相関係数 ρ の種種の値に対して r は図-4の実線のように変化する。図-4にプロットされた相関係数の変化をこの実線と比較することにより、流量強度に関する相関係数の一様性をしらべることができる。連続する月のおおのについて得られた結果をまとめるとつぎの通りである。

(i) 7~10月を除けば連続する月流量間の相関係数は一様とみなせる。

(ii) 10~1月および6~7月の相関関係は有意であり、3~6月は無相関であると言える。

(iii) 8~9月および9~10月の相関係数は sample size が(26~30)以下で増加する。すなわち、相関係数が急増する点の sample size を n_c とすれば、sample size $n < n_c$ の流量は持続性の強い低水流量集団、 $n > n_c$ の流量は偶発性の高水流量集団とみなすことができよう。

(2) 偶発性高水流量の生起確率

8, 9, 10月における偶発性高水の生起確率を p_8, p_9, p_{10} とし、 $p_8=ap, p_9=bp, p_{10}=cp$ とする。8~9月のいずれかの月に高水が生起する確率を P_1 、9~10月に対して P_2 とすれば次式の関係がある。

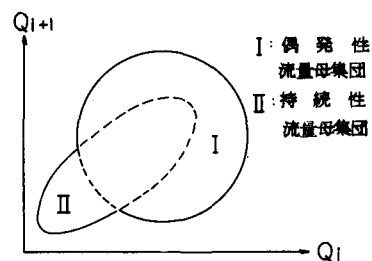


図-3 流量母集団のモデル

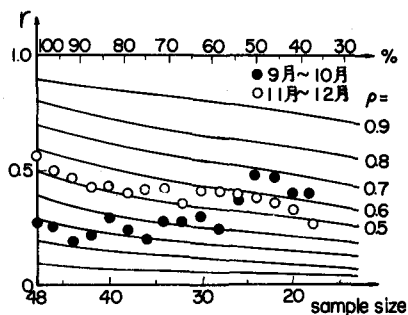


図-4 階層別相関係数

$$P_1 = \frac{N - n_{c1}}{N} = ap + bp - abp^2, \quad P_2 = \frac{N - n_{c2}}{N} = bp + cp - bcp^2$$

ここに、 N は全標本数 ($N = 48$) であり、 n_{c1} 、 n_{c2} はそれぞれ 8～9月、9～10月の相関係数が急増する点の sample size である。

既往の台風記録から近似的に $a = c = 1$ 、 $b = 7/4$ とし、 $n_{c1} = n_{c2} = 28$ とすれば、 $p_8 = p_9 = 0.17$ 、 $p_9 = 0.30$ となる。すなわち、48年間の流量記録の中、偶発性高水の生起年数は 8、9、10月に対してそれぞれ約 8、14、8年であり、この生起回数は月流量の頻度分布の解析結果と大差がない。

4. 月流量シミュレーション

(1) シミュレーション・モデル

連続する月流量を X_{i-1} 、 X_i とし、これらが 2次元正規母集団 ($\mu_{X_{i-1}} = \mu_{X_i} = 0$ 、 $\sigma_{X_{i-1}}^2 = \sigma_{X_i}^2 = 1$ 、 ρ) に属するものとすれば、与えられた X_{i-1} の値に対する X_i の条件付確率密度関数は

$$f(X_i | X_{i-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{(X_i - \rho X_{i-1})^2}{2(1-\rho^2)} \right\}$$

となる。これは、 ρX_{i-1} を平均値とし、 $(1-\rho^2)$ を分散とする正規確率密度関数である。したがってシミュレーション・モデルは次式で表わすことができる。

$$X_i = \rho X_{i-1} + t_i \sqrt{1-\rho^2} \quad (4)$$

ここに、 t_i は i 月の正規乱数 ($N(0,1)$) である。

流量時系列作成の手順はつぎの通りである。

(1) $i = 8, 9, 10, 11$ 月以外の月

(4)式において ρ は図-4の実線に近い値を用いる。得られた X_i を(3)式および(2)式により変換して流量 Q_i を得る。

(11) $i = 8, 9, 10, 11$ 月

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_i^*}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = p_i, \quad (i = 8, 9, 10)$$

で規定される t_i^* を用いて

$$t_{i-1} > t_{i-1}^* \quad \text{または} \quad t_i > t_i^* \quad \text{のとき} \quad X_i = \rho_H X_{i-1} + t_i \sqrt{1-\rho_H^2}$$

$$t_{i-1} < t_{i-1}^* \quad \text{かつ} \quad t_i < t_i^* \quad \text{のとき} \quad X_i = \rho_L X_{i-1} + t_i \sqrt{1-\rho_L^2}$$

ここに、 ρ_H は高水流量集団の相関係数であり $\rho_H \neq 0$ 、 ρ_L は低水流量集団の相関係数であり図-4の sample size $n < n_c$ において定める。

得られた X_i を(3)式を用いて k に変換し、次式によって流量 Q_i を得る。ただし、高水・低水流量集団に対応する平均値および標準偏差を用いる。

$$t_{i-1} > t_{i-1}^* \quad \text{または} \quad t_i > t_i^* \quad \text{のとき} \quad \log Q_i = \bar{x}_H + \sigma_H k$$

$$t_{i-1} < t_{i-1}^* \quad \text{かつ} \quad t_i < t_i^* \quad \text{のとき} \quad \log Q_i = \bar{x}_L + \sigma_L k'$$

ここに、 $\bar{x}$, σ はそれぞれ観測流量の対数値の平均値，標準偏差であり，添字 H, L はそれぞれ高水流量，低水流量集団を示す。 k' は規準化した値である。

(2) 作成した流量時系列の特性について

200年間の月流量時系列を作成し，その特性についてしらべた。

表-3 は観測流量と

(a) $pm = \text{const}$ — 流量資料の総数 (48年間) に対する分布特性値 ($\sigma = \text{const}$, $\rho = \text{const}$) を用いる場合

(b) $pm \neq \text{const}$ — 高水・低水流量母集団に対応する分布特性値 ($\sigma \neq \text{const}$, $\rho \neq \text{const}$) を用いた上記モデルの場合

による作成流量の特性値を示したものである。

図-5 は，作成流量時系列の階層別相関係数の1例を示したものである。高水生起頻度の大きい月では $pm \neq \text{const}$ とするモデルは低水流量の相関係数の再現性がすぐれている。

流量の連続的生起過程に重点を置いた上記モデルの特性は，2ヶ月間以上の総流量に累積してあらわれるはずである。図-6 は高水生起頻度の高い6~9月の4ヶ月総流量の確率分布を示したものである。 $pm = \text{const}$ のモデルは，流量の両極値で観測流量よりもかなり大きな値を示している。これは流量総資料に対する相関係数の値が高水流量に対しては過大，低水流量に対しては過小な値であることによるものと考えられる。これに対して $pm \neq \text{const}$ のモデルでは，低水の強い持続性によって総流量の極小値は減小し，高水の偶発性によって総流量の極大値が減小するために観測流量への再現性が高い。

つぎに，低水状態の継続時間，時期および強度に関して確率評価を行なうために用いられる以下の方法によってこのモデルの低水状

表-3 作成流量時系列の特性値

月	平均値 (m ³ s/day)			標準偏差 (m ³ s/day)		
	観測流量	pm=const	pm≠const	観測流量	pm=const	pm≠const
1	348.1	338.0	331.6	132.5	128.7	126.0
2	372.1	366.1	362.2	180.7	173.1	166.9
3	456.3	462.6	450.7	170.6	184.3	182.9
4	511.4	507.7	517.5	169.2	158.5	158.5
5	515.3	493.8	493.9	246.8	227.8	226.3
6	751.5	767.9	768.2	414.4	430.7	431.3
7	811.6	831.8	819.9	437.8	530.5	529.8
8	712.7	723.4	678.4	561.6	646.4	636.3
9	1120.9	1090.2	1129.7	686.5	735.4	734.8
10	861.7	797.9	798.3	479.1	453.6	464.5
11	503.8	490.6	478.0	192.0	187.6	175.0
12	383.9	386.2	370.5	135.3	141.4	135.1

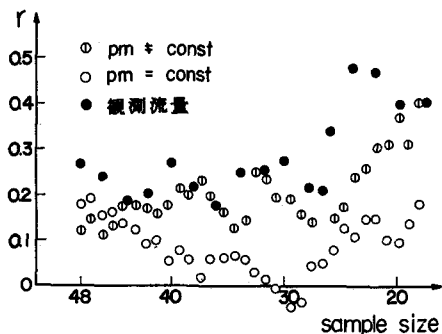


図-5 作成流量時系列の相関係数

態評価への適応性をし
らべる。duration：
Tヶ月に対するrunning
totals を求め、その
r. t.の時系列から最小
値を選びその最小値を
含めて前後おのおのT
ヶ月間の r. t.を除去す
る。残りの r. t. から
次位の最小値を選び同
様に前後を除去する。
同様にして逐次 r. t.
の極小値を選び出す。
これらの極小値を解析
することにより、継続
時間Tヶ月の低水状態
が生起する時期および
その強度を確率的に評
価できる。

極小値の中から年最
小値を取り出して、こ
の年最小値の確率分布を示したものが図-7
である。図の縦軸はTで除した(月流量に換算
した)値である。この図においても $pm=const$
のモデルは低水状態の強度を過小評価する傾
向が認められる。

以上の結果から、利水計画において対象と
なる低水状態のごとき、長期間にわたる累加
流量の推定を目的とする流量シミュレーショ
ンでは流況の持続性が重要な要素であること
が明らかになった。さらに、気象現象、流出
特性によって規定される時間的・空間的スケ
ールを導入した考察も行なわれるべきであろ
う。

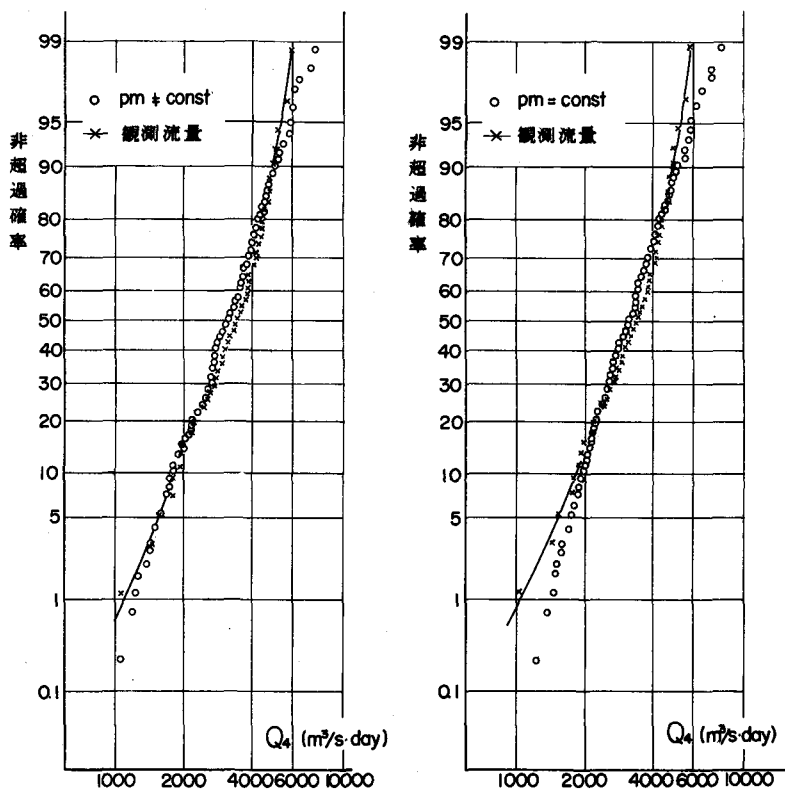


図-6 4ヶ月総流量の確率分布

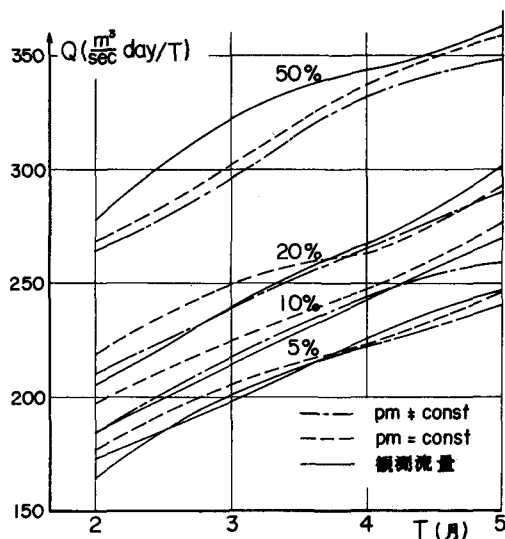


図-7 r. t.の最小値の非超過確率