

河川における洪水伝播のシミュレーション

電力中央研究所 正員 ○是枝 忍, 秋元 保, 丸岡 計

1. は し が き

河川あるいは水路において起る不定流を電子計算機によつて数値解析することは、すでに数多くの計算例が示されている。しかし、複雑な条件に対して、その不定流現象を正確に計算することは、いまだ多くの問題が残されていて、現在では特定の波動現象を解析できるにすぎない。すなわち、これらの計算は河川断面が一樣水路か一樣水路に近い形状で、ゆるやかな水路勾配をもち、上・下流の境界条件が、おだやかに変化するような波動にだけ適用される。実際河川のような複雑な断面形状で急激に変化する境界条件の不定流を完全に解析することは困難であつて、そのためには従来用いられている不定流の基礎方程式に対しても検討する必要がある。これらの問題を解明するために、我々は水路断面の急変部、横よりの流入、水路の合流等の水理現象を検討して計算手法の開発を行ない、また波高の大きい急変する波動、水路の摩擦損失、上下流の複雑な境界条件等の取扱いについて考察し、特性曲線法にもとづいた不定流の計算方法を開発した。本論文は、この計算方法を実際河川に適用して、コンピュータによる洪水伝播のシミュレーションを行なうための、河川形状の設定方法、波高の大きな波の計算方法、特性曲線にもとづく不定流計算の方法について説明し、これらの方法による計算結果と実験結果の比較の一例について述べたものである。

2. 開水路における不定流の基礎方程式

開水路中の不定流を取扱うにあつて、水路を一樣な長方形断面の水路とし、摩擦抵抗は *Manning* の流速公式から与えられるものとする基本式は、

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + H \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \dots (1), \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + g \left(\frac{n^2 U^2}{R^{4/3}} - i \right) = 0 \dots (2)$$

となる。こゝに、 H : 水深、 U : 流速、 t : 時間、 x : 水路勾配、 n : *Manning* の粗度係数、 i : 水路勾配、 R : 径深、

(1)(2)式より特性曲線方程式を導くと、

$$\frac{dx}{dt} = U \pm V \quad \text{の曲線上で、} \quad d(U \pm 2V) = g \left(i - \frac{n^2 U^2}{R^{4/3}} \right) dt \dots \dots \dots (3)$$

となる。ただし、 $V = \sqrt{gH}$ とする。(3)式は波高のあまり大きくないなだらかな波について適用される。波高が大きく急激に変化する場合を考えれば、流れは不連続点の移動となり、これは一般に段波として考えられる。段波の伝播速度は次のように示される。

$$\omega = \frac{dx}{dt} = U_1 \pm \sqrt{gH_2 \left(1 + \frac{\Delta H}{2H_1} \right)} \approx U_1 \pm \left(\sqrt{gH_2} + \frac{\Delta H}{4} \sqrt{\frac{g}{H_1}} \right) = U_1 \pm \left(V_2 + \frac{\Delta V}{2} \right) \dots \dots \dots (4)$$

こゝに、 U_1 、 H_1 : 段波が到達する前の流速および水深、 H_2 : 到達段波の水深、 $V_1 = \sqrt{gH_1}$ 、 $V_2 = \sqrt{gH_2}$ 、 $V_2 = V_1 + \Delta V$ である。一方連続方程式は、

$$\Delta Q = (U_1 + \Delta U)(H_1 + \Delta H) - U_1 \cdot H_1 = \omega \cdot \Delta H \dots \dots \dots (5)$$

$$\therefore \Delta U \cdot H_1 + \Delta H \cdot U_1 + \Delta U \cdot \Delta H = [U_1 \pm \sqrt{g H_1} + \Delta H / 4 \cdot \sqrt{g / H_1}] \Delta H \dots \dots \dots (6)$$

$V = \sqrt{g H}$, $\Delta V = \Delta H / 2 \cdot \sqrt{g / H}$ の関係を上式に代入すれば,

$$\pm 2 \Delta V \pm [1 - (V_1 / V_2)^2] \Delta V / 2 = \Delta U$$

となる。ここで, $V_1 \rightleftharpoons V_2$ とすれば,

$$\Delta U \mp 2 \Delta V = 0 \dots \dots \dots (7)$$

となる。ただし, 上流からの段波に対して負符号, 下流からの段波に対して正符号をとる。

(7)式を(4)式に代入して符号を考慮して段波の伝播速度を求めると上流からの段波に対して,

$$\omega = U_1 \pm \Delta U / 2 + V_1 \pm \Delta V / 2 \dots \dots \dots (8)$$

ただし, 正段波は正符号, 負段波は負符号をとる。下流からの段波に対して,

$$\omega = U_1 \mp \Delta U / 2 - V_1 \mp \Delta V / 2 \dots \dots \dots (8)'$$

ただし, 正段波は負符号, 負段波は正符号をとる。ところで, 同じ流れに対して考えれば, 開水路の不定流を示す(3)式は同符号をとるのに対して, 段波の波高および伝播速度を示す(7)(8)式は異符号をとることが両者の顕著な相違点である。これら(3), (7), (8)式を使つて一様水路の不定流を計算するには, 水路をいくつかの計算区間に分割し, その区間内における特性曲線上の波動の変化と, その区間の両端の境界における波動の変化とを別々に求める。すなわち, 区間内の流れの変化を(3)式で計算し, 区間の両端の境界における波高および伝播速度を(7)(8)式で計算して, (3)式と(7)(8)式を交互に計算を進めるところに, この計算法の特徴がある。

一般の河川では, 河川形状が不規則であるから, この計算法を適用するためには, 水路を一様と見なし得る部分に大きく分割し, その間の河道を勾配, 粗度, 水路巾等が一様な水路と仮定して, この様な水路が連続して河道を形成していると考えれば良い。そして水路と水路が接合し, 水路巾が急激に変化する部分については別に計算式を導き, また, 水路巾変化部に横より流量の流入がある場合も考慮して計算を行なう。この計算式は, 以下に述べるように定常流における水路巾変化部に起る現象を解析し, これが不定流においても適用されるとして導いたものである。図-1に示すような急拡水路の上下流断面における運動量方程式および連続方程式は次のようになる。

$$g \cdot B / 2 (h^2 - H^2) = B \cdot H \cdot U^2 - b \cdot h \cdot u^2 \dots \dots \dots (9)$$

$$b \cdot h \cdot u = B \cdot H \cdot U \dots \dots \dots (10)$$

こゝに, h, H : 水深, u, U : 流速, b, B : 水路巾, 小文字は上流, 大文字は下流側の値を示す。

上流側断面の条件から下流側の流速を求めれば(9)(10)式から U は次の3次式で示される。

$$U^3 - \frac{(2\beta v^2 u^2 + v^4)}{2(\beta u v^2 + g q)} U^2 + \frac{(\beta u v^2 + g q)}{2} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

こゝに, $v = \sqrt{g \cdot h}$: 波速, $q = Q / B$, $\beta = b / B$ とする。

つぎに, 同じ断面におけるエネルギー方程式を求めると,

$$H - h = \Delta h = (Z_1 - Z_2) + h_f + h_e + (a_1 \cdot u^2 / 2g - a_2 \cdot U^2 / 2g) \dots \dots \dots (12)$$

となる。こゝに, h_f : 摩擦損失水頭, h_e : 形状損失水頭, Z_1, Z_2 : 水路底高さ, a_1, a_2 : エネルギー

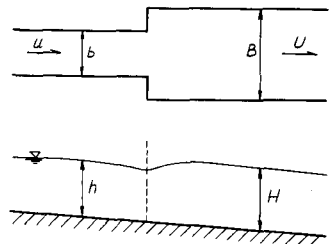


図-1 急拡水路

一補正係数，(9)(10)および(12)式から水路断面変化部の特性曲線方程式表示による $\Delta u + 2\Delta v$ の値を求めれば次式となる。

$$\Delta u + 2\Delta v = (U - u) \left[1 - \frac{2\beta u U}{V(U + \beta u)} \right] \dots\dots\dots (13)$$

たゞし，断面変化部における摩擦損失は無視する。同様にして下流の条件から上流に伝播する流れの特性曲線方程式は，

$$u^2 - \frac{(2V^2U^2 + V^4)}{2(UV^2 - gq)}u^2 + \frac{(UV^2 - gq)}{2\beta^2} = 0 \dots\dots(11), \quad \Delta u - 2\Delta v = (u - U) \left[1 + \frac{2Uu}{V(u + \beta U)} \right] \dots\dots (13)$$

となる。

3. 電子計算機による解析方法

図-2に示す $(X-t)$ 平面において X 軸の計算区間を分割し，上流から $i = 1, 2 \dots$ の如く番号をつけ，上流端から計算点 i までの距離を X_i とする。また L は計算ステップを示す。すなわち， $L = 0$ は初期値の計算， $L = 1$ は最初のステップに対応し，以下 $L = 2, 3 \dots$ の如く計算を繰返す。 $L = 0$ の初期値の計算は，あらかじめ不等流計算により X_i 地点における流速 U_i ，波速 V_i を求めデータとして与えておく。計算ステップ $L = n$ における計算は，つぎの通りである。図-3において，下流の X_{i+1} 地点より X_i 地点に向う波動を A_i とし，上流の X_{i-1} 地点より X_i 地点に向う波動を C_i として， A_i と C_i が X_i 地点において新しい波動 B_i となるとすれば新しい波動 B_i (U_{Bi}, V_{Bi}) は(7)式より求められる。すなわち，

$$U_{Bi} - 2V_{Bi} = U_{Ai} - 2V_{Ai} \quad , \quad U_{Bi} + 2V_{Bi} = U_{Ci} + 2V_{Ci} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となり， A_i, C_i の値から B_i が計算できる。そのときの B_i の伝播速度は，上流に向う場合は，

$$(X_i - X_{i-1}) / (T_i - T_{i-1}) = (U_{Bi} + U_{Ci}) / 2 - (V_{Bi} + V_{Ci}) / 2$$

下流に向う場合は，(15)

$$(X_i - X_{i+1}) / (T_i - T_{i+1}) = (U_{Bi} + U_{Ai}) / 2 + (V_{Bi} + V_{Ai}) / 2$$

となる。たゞし，(14)式における A_i, C_i の値は，初期値，断面変化部，上下流端の境界条件によつて与えられる。つぎに，計算を水路の上流から下流に向つて進める場合について説明する。

一様断面の水路

$L = 1$ では， $A_i, (U_{Ai}, V_{Ai})$ は初期値をそのまま使う。 $C_i, (U_{Ci}, V_{Ci})$ は(3)式から，

$$\left. \begin{aligned} U_{Ci} \cdot V_{Ci}^2 &= U_{Bi-1} \cdot V_{Bi-1}^2 \\ U_{Ci} + 2V_{Ci} &= U_{Bi-1} + g \left(i - \frac{n^2 U_o^3}{R_o^4 S} \right) \frac{X_i - X_{i-1}}{U_o + V_o} + 2V_{Bi-1} \end{aligned} \right\} (16)$$

こゝに， $U_o = (U_{Ci} + U_{Bi-1}) / 2, V_o = (V_{Ci} + V_{Bi-1}) / 2,$
 $R_o = B_i H_o / (B_i + 2H_o), H_o = V_o^2 / g,$

(16)式を解いて U_{Ci}, V_{Ci} を求める。

$L = 2$ 以上では， A_i は次式によつて求める。

$$\left. \begin{aligned} U_{Ai} \cdot V_{Ai}^2 &= U_{Bi+1} \cdot V_{Bi+1}^2 \\ U_{Ai} - 2V_{Ai} &= U_{Bi+1} - 2V_{Bi+1} + g \left(i - \frac{n^2 U_o^3}{R_o^4 S} \right) \frac{X_{i+1} + X_i}{U_o + V_o} \end{aligned} \right\} (17)$$

こゝに， $U_o = (U_{Ai} + U_{Bi+1}) / 2, V_o = (V_{Ai} + V_{Bi+1}) / 2$

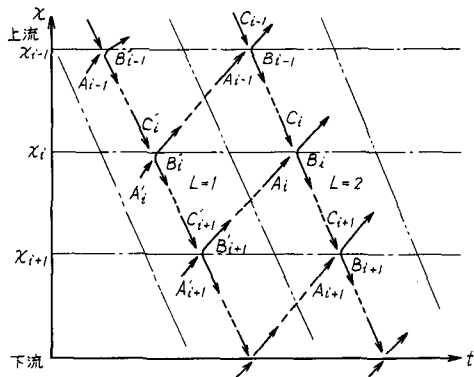


図-2 計算手法

ただし, U'_{Bi+1} , V'_{Bi+1} は $L = n - 1$ の値とする。

断面変化部

図-3に示すように, X_i の直上流に断面変化部があるとして計算する。ここで, C'_i を, B_{i-1} の摩擦による変化を考慮したもの, C_i を C'_i が断面変化により変化したものとすれば, (U'_{Ci}, V'_{Ci}) はまず, B_{i-1} を用いて(13)式における (U_{Ci}, V_{Ci}) として求まる。この (U'_{Ci}, V'_{Ci}) から, (11)(13)式を用いて, つぎの手順で C_i を求める。すなわ

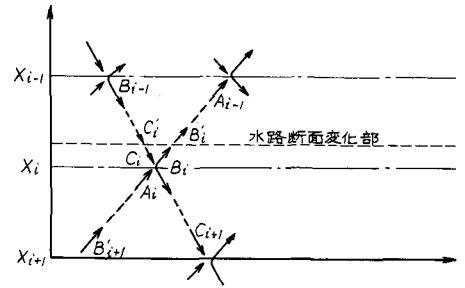


図-3 水路断面変化部計算

$$U_i - \frac{(2\beta U'_{Ci} V'_{Ci} + V'_{Ci})}{2(\beta U'_{Ci} V'_{Ci} + gq)} U_i + \frac{(\beta U'_{Ci} V'_{Ci} + gq)}{2} = 0$$

の3次式を解いて U を求める。根の判別式 $D \leq 0$ の範囲においては断面変化部に支配断面が生ずるから, その場合は(14)式を

$$U_{Bi} - 2V_{Bi} = U_{Ai} - 2V_{Ai} \quad , \quad \beta U'_{Ci} V'_{Ci} = \beta U_{Bi} V_{Bi} - \beta gq \quad \dots\dots\dots (18)$$

とにおいて計算する。判別式が $D > 0$ の場合は相異なる三つの実根が得られ, 3次式の根と係数の関係から実根は, 1根が負, 他の2根が正となり, 正の2根のうち U'_{Ci} より小さい根をとって U とし, (13)式を変形したつぎの(19)式に代入する。

$$U_{Ci} = U'_{Ci} + (U - U'_{Ci}) [1 - 2\beta U'_{Ci} U / V'_{Ci} (U + \beta U'_{Ci})] \quad , \quad V_{Ci} = V'_{Ci} \quad \dots\dots\dots (19)$$

この(19)式から (U_{Ci}, V_{Ci}) を求まるから(14)式に代入し, 下流からの A_i とによって B_i を計算する。

B_i の波が上流に反射する場合は, (11)(13)式より

$$U_i - \frac{(2U'_{Bi} V'_{Bi} + V'_{Bi})}{2(U'_{Bi} V'_{Bi} - gq)} U_i + \frac{(U'_{Bi} V'_{Bi} - gq)}{2\beta^2} = 0 \quad , \quad U'_{Bi} = U_{Bi} + (U - U_{Bi}) [1 + \frac{2U_{Bi} U}{V_{Bi}(U + \beta U_{Bi})}] ,$$

$$V'_{Bi} = V_{Bi} \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる。

上流端境界条件

水路上流端では(14)式のかわりに上流端での境界条件を与える。上流端で水深が与えられた場合は,

$$V_{Bi} = \sqrt{g \cdot H} \quad , \quad U_{Bi} - 2V_{Bi} = U_{Ai} - 2V_{Ai} \quad \dots\dots\dots (21)$$

流量が与えられた場合は,

$$U_{Bi} = gQ / \beta V_{Bi}^3 \quad , \quad U_{Bi} - 2V_{Bi} = U_{Ai} - 2V_{Ai} \quad \dots\dots\dots (22)$$

下流端境界条件

同様に, 下流端で水深が与えられた場合は,

$$V_{Bi} = \sqrt{gH} \quad , \quad U_{Bi} + 2V_{Bi} = U_{Ci} + 2V_{Ci} \quad \dots\dots\dots (23)$$

流量が与えられた場合は,

$$U_{Bi} = gQ / \beta V_{Bi}^3 \quad , \quad U_{Bi} + 2V_{Bi} = U_{Ci} + 2V_{Ci} \quad \dots\dots\dots (24)$$

4 河川における洪水伝播のシミュレーションに関する問題

自然河川の不規則断面を流下する不定流を計算する場合にその河川形状の取扱いにはいくつかの方法がある。さきに説明したように河川の断面形状の取扱いは、河道を一樣と思われる部分に大きく分割して、この様な水路が連続して河道を形成していると考えて計算する。すなわち、河川の各断面における水面巾を水路巾とし、断面積が等しくなるような水深を有する長方形水路に置換して、そのいくつかを水路巾および水深について平均化して、その区間の水路巾、粗度、勾配が一樣な水路として取扱い、水路と水路の接合部は断面変化部の計算式を適用して、計算する方法をとつた。しかし、水路形状を長方形断面の一樣水路に置換したため、水路の摩擦損失はもとの水路の摩擦損失とは違つたものとなる。

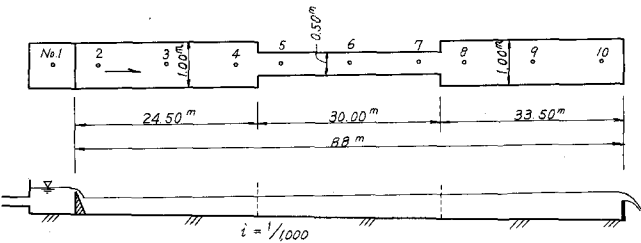


図-4 模型略図

そのため、もとの水路の水面勾配に等しくなるような仮想的な粗度係数を求める必要がある。また、水路の摩擦損失による水面勾配の曲率が大きい部分（限界水深附近あるいは水路勾配の急な流れ）においては、摩擦係数として平均値を使つた計算では、大きな誤差を生ずるため、考慮を要する。

5 模型による基礎実験とコンピュータシミュレーションの実例

実際河川における洪水伝播のシミュレーションの基礎的段階として、図-4に示す模型水路における洪水波の実験を行ない、これをコンピュータによるシミュレーション結果と比較した。実験水路の全長は88mあり、水路巾は、1mで、水路の中央部において30mの間、水路巾が0.5mに狭くなつている。水路勾配は、1/1000で粗度係数 n は0.0101である。

水路の下流端は高さ0.153mの堰で堰上げられ、全巾から越流する。上流からの流量は空気圧式の自動調節弁を用い、任意関数発生装置で与えることができるようになつている。

ここでは図-5に示すように12ℓ/Sより最大100ℓ/Sに変化し周期540secの洪水波形を与えた場合の例を述べる。

水路内の変動水位は、図-4に示す測点10ヶ所において抵抗線式水位計を使つてペンオシロにより記録した。

一方、この実験条件と同じ条件について電子計算機による不定流計算を行なつた。計算機は、I.B.M.360を使い、計算区間は上流部で11m間隔、中央部で10m間隔、下流部で8m間隔にとり、計算点は13点となつた。

実験の現象600秒について計算した結果、計算ステップ $L=36$ 、演算時間は約2分を要した。この計算結果は、図-6に示すように実験結果と良く一致し、この計算方法の妥当性が実証された。

なお、洪水波の周期、下流端の堰高を変えた場合の計算ならびに実験も行なつたが、その結果、開水

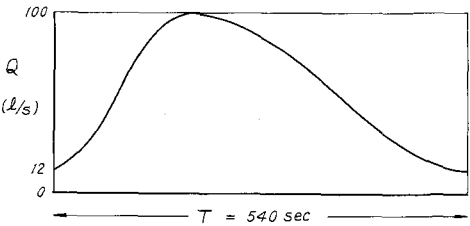


図-5 洪水波形

路の不定流をコンピュータによりシミュレートする場合に次のようなことがわかった。

(1) いずれのケースも実験値と計算値はよく一致し、断面変化部、段波、摩擦損失等の計算方法が妥当である。

(2) 計算における計算区間は洪水周期が短かく、水路の水位が低いほど間隔は狭くして計算点の数をふやさなければ計算が不安定となる。

6 む す び

開水路の不定流を解析する方法として種々の方法があるが、複雑な条件について完全に解析することとは非常に困難である。ここでは特性曲線法にもとづいた不定流の解析に、段波現象の解析を加え、また断面の急変における解析法を考慮して電子計算機を利用した計算方法を開発した。この計算方法によれば複雑な条件、すなわち、河川の不定流、貯水池内の洪水伝播、ダム放流操作による貯水池内の段波等についても、コンピュータによるシミュレートすることができると考えられる。

なお、実際の河川における洪水伝播については、実測に成功したので、現在本方法による解析を進めている。

