

曲線流の乱れの特性について

京都大学防災研究所 村 本 嘉 雄

1. はしがき

曲線流の擾乱に対する遠心力の作用は温度あるいは密度こう配の存在による浮力および電磁力の作用などと同様に二次流あるいは定常擾乱の発生に対する安定性の問題として論ぜられている。

遠心力の作用による流れの安定性の問題は、二次元完全流体の場合についての Rayleigh の研究が端緒であって、流体粒子の移動と遠心力による Potential Energy の変化から論ぜられ、いわゆる Rayleigh の安定条件 $\frac{d}{dr} L^2 = \frac{d}{dr} (rU)^2 > 0$ ($L = rU$: 角運動量) が示された。その後、Kármán によって遠心力作用場における移動粒子の安定性より同じ条件が導かれ粘性を考慮した場合も Rayleigh の条件が安定性の必充条件となることが Synge¹⁾ によって示された。

これに関連した問題として、同心円筒内の Couette Flow および曲面板上の境界層の安定性の問題が広く研究されている。前者は Taylor の研究にはじまり、最近では DiPirma²⁾ によって総括的な検討がなされている。後者については Görtler の研究が著名³⁾で、最近では Smith による理論、谷などによる実験的研究があり、密度の変化する場における流れの安定性との類似性が指摘されている。

さらに、曲管流に関して乱れの限界 Reynolds 数が直管流の場合より高くなることが White, Taylor, Adler, 伊藤などの実験で示され、 $15 < r_c/a < 860$ に対する低限界 Reynolds 数として $Re = 2(r_c/a)^{-0.32} \times 10^4$ (a , r_c : 曲管の半径および中心曲率半径) が得られている。

しかし、曲線流の完全に発達した乱れの特性について研究されたものは少く、Aspect Ratio の大きい(水路高/水路巾 = 15.5 ~ 18) 二次元曲線水路を用いて Wattendorf,⁴⁾ Eskinazi-Yeh⁷⁾ および Margolis-Lumley⁸⁾ などが平均流および乱れの測定を行なっているが、水路の曲率の影響、平均流との関連などの一般的な特性は明らかになっていない。特に、通常みられる開水路流れのように底面の Shear の影響を受けて顕著な二次流の存在する三次元曲線流については乱れの測定結果も少く、最近 Ben-Chie-Yen⁹⁾ Mäsar¹⁰⁾ などが 90° 曲線水路で乱れの強さの測定を行なっている程度である。一方、曲線流における拡散については、 $r_c/a = 96$ の曲率の小さい曲管においても乱れの縦拡散係数 D/v_{*a} は直管の 1.5 ~ 2 倍にもなることが Taylor の実験¹¹⁾で示されており、横方向の分散の減少に基因するものと推測されている。

本文では、同心円状の曲線水路で水路巾-水深比の小さい流れにおける主流成分の乱れの測定結果から、低周波域における乱れの強さおよびスケールの変化を検討してみる。

2. 実験の概要

実験に用いた水路は巾 50cm の塩化ビニール製であって、上、下流 11m の直線水路の間に偏角 180°、中心曲率半径 150cm の曲線部が挿入されており、路床こう配は $1/200$ である。流れの条件は流量 $18.4 \ell_{\text{sec}}$ 、流入部の水深 4.5 cm であって、 $Re = 3.32 \times 10^4$ 、 $Fr = 1.19$ に相当する。流れの状態は、曲線部内壁 45° 付近から流れにはく離を生じており、水面形は流下方向に 120° 付近で水位ピークが現われ、内、外壁の水位差は 60° ~ 150° 間で平均 2.5 cm である。

乱れの測定には、時定数 $t \leq 0.04 \text{ sec}$ ($U \geq 30 \text{ cm/sec}$) の直径 1.5 cm の回転式流速計を用いた。流速測点は乱れの半径方向分布の変化を検討することを主眼として、曲線部上流 2 m 、曲線部 $0^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ 、下流 $0.5, 1.5, 3, 6, 10 \text{ m}$ の 10 断面で横方向 $11 \sim 13$ 点、鉛直方向は底面から $1.5 \sim 2.0 \text{ cm}$ の 1 測線とし、曲線部では接線方向に流速計を設置した。この測点範囲では、二次流の流向は接線方向に対して 5° 以内であり、流速計に対する流向の影響は平均流速に対して最大 2% であって、一応無視できると考えた。流速の記録時間は $25 \sim 30 \text{ sec}$ 、読みとり時間間隔は約 0.1 sec で統計解析には 200 ケの測定値を用い、一部 500 ケ、 1000 ケのデータによる検討を行なった。

以下では、これまで解析を行なった曲線部の断面における測定結果について述べる。

3. 実験結果とその検討

3-1 平均流速と乱れの強さの分布

この実験条件における平均流の流速分布については、以前に測定を行なったがそれによると、主流の最大流速点は 60° 付近で水路中心から外壁側に遷移し、 60° 以降で鉛直方向のこう配も直線流に比して著しく緩くなる。また、二次流の半径方向成分が最大となる発生域の限界も約 60° である。

図-1, 2に主流流速による角運動量 $\bar{u}r$ および角速度 $\bar{\omega}/r$ の半径方向の分布が示してある。角運動量の分布は $0^\circ, 30^\circ$ の断面では $\partial \bar{u}r / \partial r \geq 0$ の領域が併存しているが、 $90^\circ, 180^\circ$ の断面では測点範囲内で $\partial \bar{u}r / \partial r > 0$ となっている。角速度は 180° でほぼ一定となり、主流による半径方向の Strain rate は 0 に近い。

図-3は乱れの強さの分布を示したもので、曲線部では流れのはく離の影響を受ける $90^\circ, 180^\circ$ 断面の内壁近くを除いて、流下方向に乱れの強さが減少している。乱れの強さの半径方向の分布形は、 $0^\circ, 30^\circ$ の断面で若干外壁側へ増加する傾向がみられるが二次元曲線水路の場合のように側壁の Shear および流れの不安定性の影響は顕著でない。

3-2 乱れの自己相関曲線とスケール

図-4(a), (b)はそれぞれ $0^\circ, 180^\circ$ の断面における乱れの自己相関曲線 $R(r)$ を示したもので、すべて $N = 200$ 、 $m = 20$ であって、有意水準 5% の R は 0.111 および -0.122 である。

0 の断面では側壁近く、 $0 \sim 10 \text{ cm}$ の範囲の $R(r)$ は水路中央部

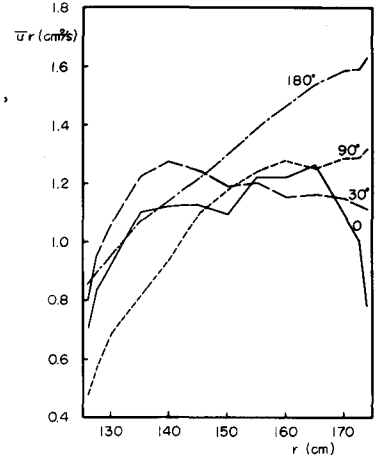


図-1 角運動量の分布

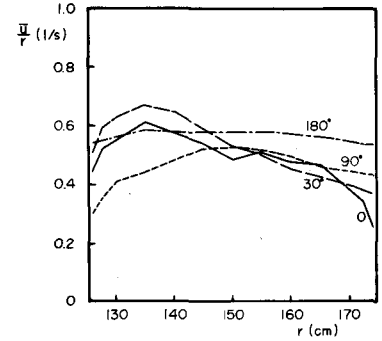


図-2 角速度の分布

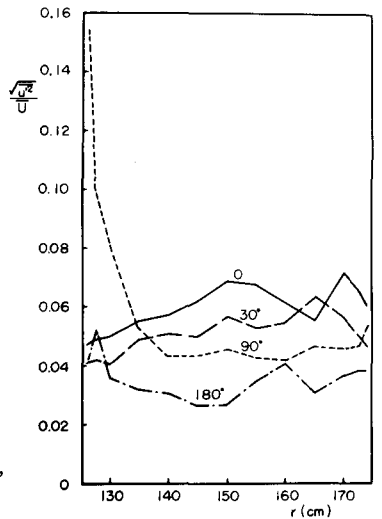


図-3 乱れの強さの分布

に比して $R(\tau) = 0$ への降下が早く、側壁の Shear の影響による乱れのスケールの減少を示している。

180°の断面では、内壁近く $126 \leq r \leq 130$ cm の $R(\tau)$ は遠心力の作用および側壁 Shear の影響より上流のはく離の影響が強く現われており、0 断面の壁面近くの $R(\tau)$ よりさらに降下が緩くなっている。 $135 \leq r \leq 174$ cm の測定値は $\tau = 0.1$ sec ですでに $R(\tau) < 0$ となっており、0 断面に比して乱れのスケールは急激に減少していると考えられる。なお、30°、90° の断面では全体として 0、180° 断面の中間的な特性を示すが、30° の内壁近くの $R(\tau)$ は外壁近くのそれより $\tau = 0$ 付近のこう配が緩く、若干遠心力による流れの安定化の影響がみられる。また、90° 断面では、 $r \leq 130$ cm の内壁近くで、はく離の影響が 180° 断面より強く現われ、 $\tau = 2$ sec でも $R(\tau) > 0$ となる。

このように、本実験の場合、曲線部では $\tau < 0.1$ sec の $R(\tau)$ を求める必要があるが、これは用いた流速計の測定限界をこえるものであって、乱れのスケールについての正確な検討は望めない。図-5 は $R(\tau)$ にみられる傾向の便宜的な表示として、 $R(\tau) = 0.3$ となる点の $\tau_{0.3}$ を用いて、 $L_x = 0.831 \tau_{0.3} \bar{u}$ より乱れのスケールを求めたものである。

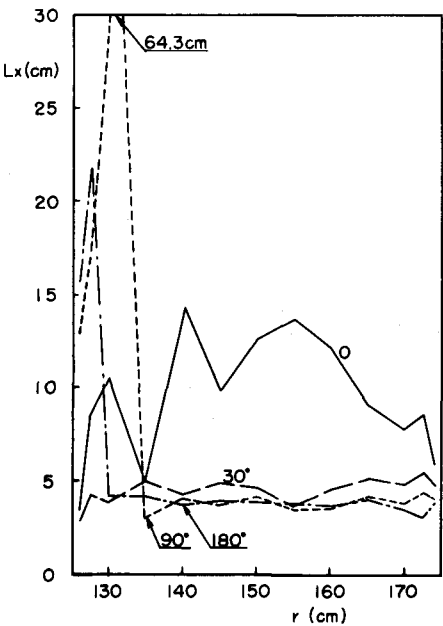


図-5 乱れのスケールの分布

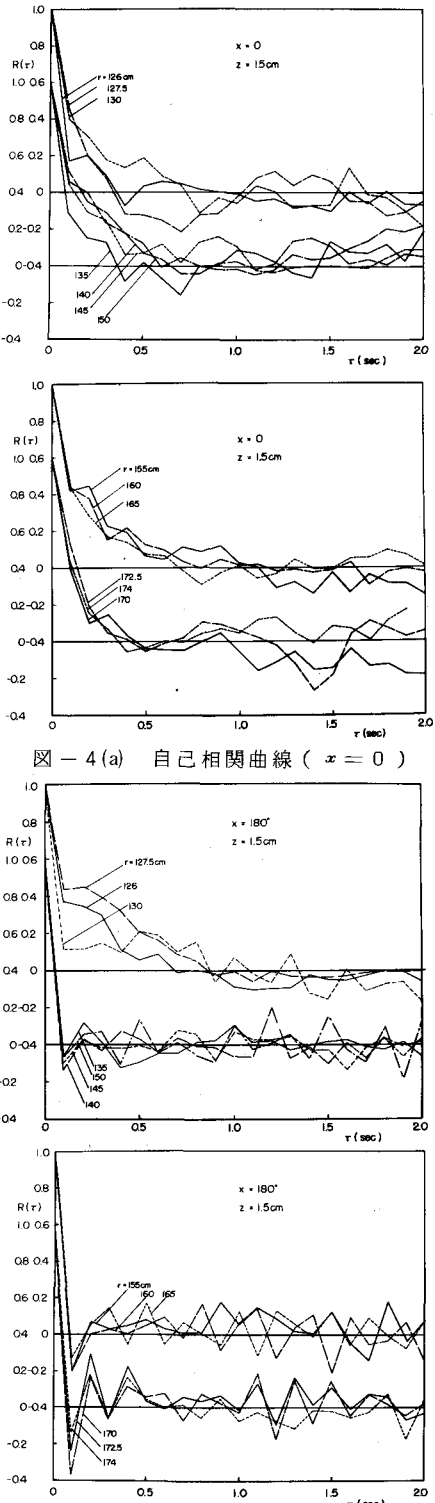


図-4(a) 自己相関曲線 ($x = 0^\circ$)

図-4(b) 自己相関曲線 ($x = 180^\circ$)

0 の断面中央部 $140 \leq r \leq 160 \text{ cm}$ の L_x はほぼ $(2 \sim 3)h$ になり、平均渦長の order に対応し $F(n)$ ている。曲線部では、はく離の影響域を除いて、直線部に比して急激に L_x が減少し、半径方向にほぼ一様な分布を示す。30°においては、乱れの強さの分布と同時に L_x は外方へ若干増加するが $\partial \bar{u} r / \partial r < 0$ の領域でも 0 断面より小さい値を示している。

3-3 スペクトル密度分布

乱れのスペクトル密度の計算は

$$F(n) = 1 + 2 \sum_{k=1}^m \frac{m-k}{m} R(k) \cos 2\pi nk$$

の式にもとづき、 $R(k)$ は上述の計算値を用いた。なお、若干の測定値について Tuckey の方法による計算と比較して有意な差のないことを確かめた。また、観測時間、平均化時間および記録の読みとり誤差に関して若干の検討を行なった結果、本解析値については $0.25 \leq n \leq 2 \text{ sec}^{-1}$ の範囲の $F(n)$

に対してのみこれらの影響が小さいことがみとめられた。図-6 は水路中心で流下方向各点の正規化したスペクトル密度分布を示したものである。 $5 > n > 2 \text{ sec}^{-1}$ の $F(n)$ は $n > 5 \text{ sec}^{-1}$ の高周波成分の関与の大きいことおよび上述の影響もあって傾向が不明確である。 $0.25 \leq n \leq 2 \text{ sec}^{-1}$ の $F(n)$ に注目すると、0 断面では、通常の直線流の測定値にみられる特性を示しているが、そのこう配は $-1 \sim -5/3$ 程度である。30°断面より下流では、 $n \leq 1.5 \text{ sec}^{-1}$ の $F(n)$ が減少し、180°断面にいたると White Noise に近い分布になっている。図-7 はこれらのエネルギー密度分布を示したもので、曲線部では特に低周波域における乱れの減衰が著しいことがわかる。

以上を要約すると、曲線流では乱れの低周波成分の減衰によって乱れの強さ、スケールが減少する。遠心力不安定の影響は低周波域に現われると考えられるが、曲線部前半で $\partial \bar{u} r / \partial r < 0$ の領域でも乱れの減衰が著しく、これは粘性底層付近に対する二次流の寄与に関係しているものと思われる。曲線部後半では、 $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{u}}{r} \right) \rightarrow 0$ 、 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \rightarrow 0$ による乱れの生成エネルギーの減少に対応した傾向を示すが、その場合のエネルギー平衡については、さらに高周波域での測定値の検討が必要であろう。

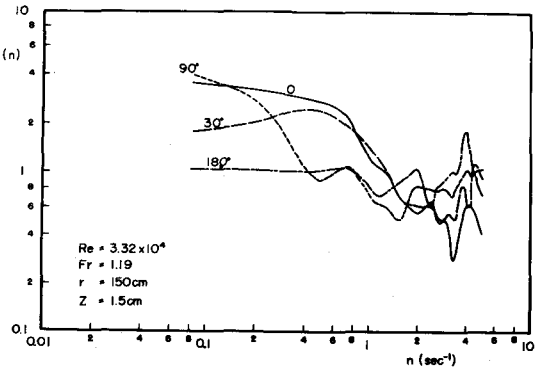


図-6 正規化したスペクトル密度分布

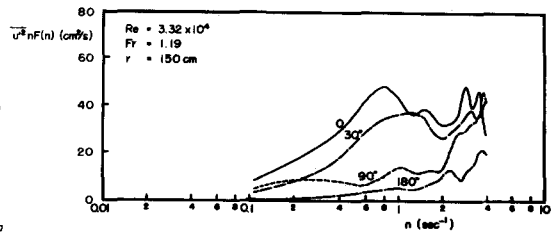


図-7 エネルギー密度分布

- 1) Synge, J. L.; Proc. Roy. Soc. A, 167 (1938), 2) Di Prima, R. C.; J. Appl. Mech., 30 (1963), 3) Görtler, H.; ZAMM 20, 3, (1940), 4) Tani, I.; J. Geo. Ras, 67, 8 (1962), 5) 伊藤英覚; 速研報告, 14巻 137号 (1959), 6) Wattendorf, F. L.; Proc. Roy. Soc. A., 148 (1935), 7) Eskinazi, S. & H. Yeh; J. Aero. Sci., 23 (1956), 8) Margolis, D. P. & J. L. Lumley; Phys. of Fluids, 8 (1965), 9) Yen, B. T.; Report of Inst. Univ. of Iowa (1965), 10) Másiar, E.; Proc. 12th Cong. of IAHR, B-18, (1967), 11) Taylor, G. I.; Proc. Roy. Soc. A, 225 (1954)