

鉛直上向き噴流に関する実験的研究

大阪大学工学部 正会員 室田 明
大阪大学工学部 正会員 村岡浩爾
大阪大学大学院 学生員 中山茂雄

ま え が き

非圧縮性流体の乱流自由噴流の研究は、Tollmien (1926) によって三形態の噴流に関する理論がまとめられて以来、Kuethe (1935), Squire・Tromcner (1944), Reichardt (1941), Görtler (1942), Rouse・Albertson (1948) などの数々の理論的研究がある。また上記の各者および Förthmann (1936) らによって、実験結果が各理論と非常によく一致することが確かめられている。これらの理論では、その基本式中のせん断力項を仮説にもとづいて混合距離係数や交換係数を用いて表現しているため、工学的な立場からは実験によってそれらの係数を決めなければならないというものの自由噴流の基礎理論はほぼ完成されていると見なし得るであろう。

今後この自由噴流の成果を工学的に拡張応用するに際して残された問題点を要約するならば、

- (1) 河口流出のように自由表面をもつ噴流
- (2) 境界面に衝突する噴流の Stagnation 効果と、衝突後の境界に沿うせん断流
- (3) 噴流の乱れの微視的機構と混合の実態

となるであろう。(1)に関しては、河口流、開水路断面急拡部の流れとして既に若干の研究成果があり(2)に関しては、落下噴流による洗掘や砂移動、空気防波堤などの実用問題と関連して、Rouse・Murray,¹⁾ B. Hunt,²⁾ 土屋,³⁾ および筆者ら⁴⁾の実験的考察がある。(3)に関しては Water Curtain, 水面擾乱などの問題と結びついて、Corrsin・Uberoi (1950) の基礎研究、筆者らの若干の実験資料がある。

本研究は問題点(2)に関連して水面に衝突する鉛直上向き噴流を扱い、昨年行なった三次元噴流の実験に引き続き、主として二次元噴流についての実験成果を述べる。

1. 実験装置と流況

実験に用いた装置は、図-1に示すごとく、 $1\text{ m} \times 6\text{ m} \times 0.3\text{ m}$ の水槽でその底面中央の幅 4 cm 、 2 cm (二種類)の Slit から上向きに噴流を生ぜしめる。水槽幅は側面の摩擦の影響をさけるため、出来る限り幅広いのが望ましいが、実験容量との釣合いから前述の通り 0.3 m とした。この場合、幅方向の中央部流速は、実測で平均流速の4%以内の増減がある。後述するごとく、鉛直上向き噴流は水深が小さい場合を除き、水面から静水深の30%の領域以外は自由表面の影響を受けず自由噴流と変らぬ特性をもつが、それ以上水面にいたる部分で顕著に Stagnation 効果を受ける。この水域での大きな特徴は、既に三次元噴流実験で確認したごとく、水面に擾乱を伴った hump が生ずること、圧力分布が非静水圧的であることであって、その結果水流は水平方向に放散される。水平流は徐々に幅を拡げ下流に向うが、鉛直噴流に伴う接近流との境界付近で著しい Vortex Zone が存在する。接近流と水平流とによって明確な Circulation が観測されるが、これは比水深によってその規模と安

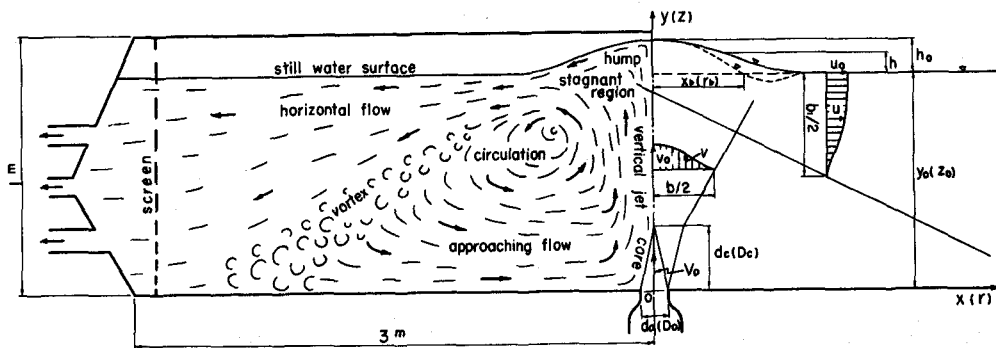


図-1 装置と記号の説明図 () 内は三次元 jet の場合を示す)

定性が左右され、水深が小さいときは安定であり、水深が大きくなると不安定で Vortex Zone が上方に延長されたような形となる。

2. 流速分布

a. 中心線上流速分布

有限孔からの自由噴流の中心線上流速の減少は、混合の「完成された領域」(Kuethe の分類による C 領域) に関しては Tollmien らの理論による指数で減則が実験値ともよく合い混合が「成長する領域」(A 領域) では Potential core が存在して流速は一定である。A 領域から C 領域に移る部分で遷移領域 (B 領域) が存在し、三次元噴流の場合、この領域での流速分布とその範囲については、本間・千秋、および佐藤・細井の実験公式がある。著者らは二次元噴流についてこの点を明らかにするため、水深が十分深い場合 ($y_0/d_0 > 15$) で Stagnation 効果の影響のない資料について整理をし、図-2 を得た。すなわちその領域の範囲と各領域における中心線上の流速分布は以下の通りである。

$$\left. \begin{array}{l} \text{A 領域 } y/d_0 = 0 \sim 3.5 \quad v_0/V_0 = 1 \\ \text{B 領域 } y/d_0 = 3.5 \sim 7.1 \\ \quad v_0/V_0 = 1.37\sqrt{d_0/y} \\ \text{C 領域 } y/d_0 \geq 7.1 \\ \quad v_0/V_0 = 2.24\sqrt{d_0/y} \end{array} \right\} (1)$$

(Albertson によれば、係数が 2.28)

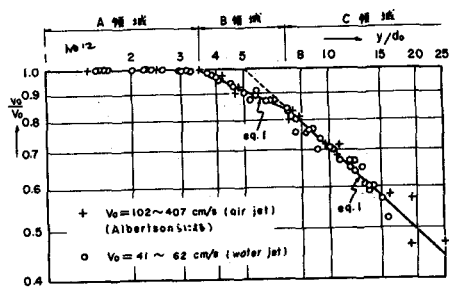


図-2 中心線上流速分布

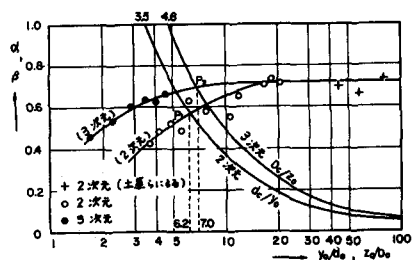


図-3 中心線上流速の理論曲線からの分離点

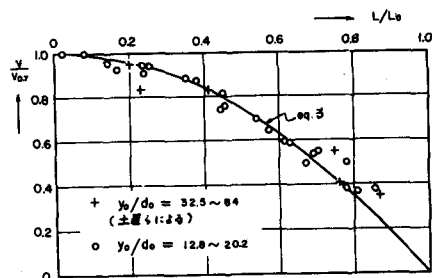


図-4 水面付近の中心線上流速

Stagnation 効果が中心線上流速分布におよぼす影響をみるため、種々の水深における流速観測値が(1)式の曲線から離れはじめる水深をもって自由表面の影響を受ける限界水深とし、その限界値 y_c を求め全水深との比で次のごとく表わした。

$$\left. \begin{array}{l} \text{二次元噴流} \quad \alpha = y_c / y_0 = (y_c / d_0) / (y_0 / d_0) \\ \text{三次元噴流} \quad \beta = z_c / z_0 = (z_c / D_0) / (z_0 / D_0) \end{array} \right\} \quad (2)$$

この α , β を y_0 / d_0 , z_0 / D_0 に対して図化したのが図-3である。図中、自由噴流の core 長の水深に対する比 d_c / y_0 , D_c / z_0 を併記している。図によれば、水深が小さい場合には(1)式の分布曲線からの分離点が低く、core は縮小された形で存在し、 d_c / y_0 および D_c / z_0 曲線との交点 P_1 および P_2 の横軸の読み、 $y_0 / d_0 \div 6.2$ および $z_0 / D_0 \div 7.0$ に相当する水深より大きくなると core 長は不変で自由噴流のそれに等しくなる。さらに y_0 / d_0 , $z_0 / D_0 > 20$ において α , β はほぼ 0.7 となって、Stagnation 効果を受ける限界水深は、Rouse・Murray が予想した水深の 8 割地点、土屋らの 7 割地点にほとんど一致する。

Stagnation 効果の受ける限界を水深の 7 割地点とし ($y_c = y_{0.7}$)、 $y_{0.7}$ から水面にいたる Stagnant domain で、流速は $y_{0.7}$ における流速 $v_{0.7}$ から水面に向かって急速に減少する。 y_0 / d_0 の大きい場合についてこの領域における実測値を整理したのが図-4で、これは(3)式の二次曲線でよく表わすことが出来る。

$$v / v_{0.7} = 1 - (L / L_0)^2, \text{ここに } L / L_0 = (y - y_{0.7}) / (y_0 + h_0 - y_{0.7}) \quad (3)$$

b. 鉛直方向流速分布

y_0 / d_0 が大きいときには Stagnation 効果を受けない領域では、鉛直上向き噴流は自由噴流の近似で十分であることが前節の結果から予想し得る。慣例により噴流軸に直交する任意の水平面における流速成分 v が中心線上の流速 v_0 の 50% を示す x 座標を X として実験値を整理したのが図-5であるが、これより A 領域および水面の極く近くを除いて自由噴流の理論式に完全に一致している。Prandtl の混合距離のモデルを利用して Tollmien は噴流の拡がりについて次式を導いている。

$$\left. \begin{array}{l} \ell = c_y = (\text{const}) \cdot b \\ b / 2 \div 2.5 X \end{array} \right\} \quad (4)$$

ここに、 ℓ : 混合距離, c : 混合距離係数

b : 噴流の全幅

$$\eta_c = 2.412 \sqrt[3]{2c^2} \quad (5)$$

ここに、 $\eta_c = b / 2y$

著者らの流速分布が Tollmien 理論に従うものとして $b / 2$ を求め図示したのが図-6である。これより水面付近を除く C 領域では、噴流幅は噴流原点から直線的拡がりを示すことがわかり、この場合の係数 c は次のごと

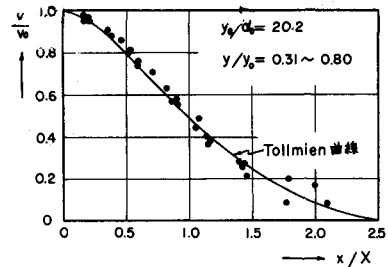


図-5 鉛直方向流速分布

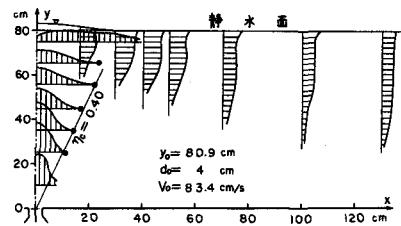


図-6 水深大の場合の流速分布

く求まる。

$$\eta_c = 0.40, \quad c = 0.048, \quad \ell/X = 0.30 \quad (6)$$

この値は Förthmann が求めた二次元自由噴流の場合の、 $c = 0.0165$ 、 $\ell/X = 0.17$ よりかなり大きな値をもっている。このことは、接近流速が自由噴流のそれに比べて大きく、混合による連行流量の増加が著しいことを意味し、著者らが扱った有限水域での噴流現象固有の大きな特徴と考えられる。また、噴流幅と接近流速の増大は水平流の放散、Circulation, Vortex Zone の形成とも密接な関係があると考えられる。

なお、水深が小さいときの鉛直噴流は、C 領域の存在範囲が短かく図-7 に示すごとく噴流幅の大きさは明らかでない。

c. 水平方向流速分布

y_0/d_0 が大きい場合の水平方向流速は図-6 に示すごとく、その分布形は徐々に一様流に近づいており、水面付近と水面からやや下った付近で流速が大きいという特徴をもつ。一方、 y_0/d_0 が小さい場合には図-7 のようにその分布形は Tollmien 型となる。すなわち、水面上のある一点を仮想噴流原点として水面を噴流の対称軸とする水平自由噴流で近似されることがよくある。ただし hump の存在する部分および x が大きく底面の影響を受ける水域では分布形および噴流幅は前述の水平自由噴流で近似されない。

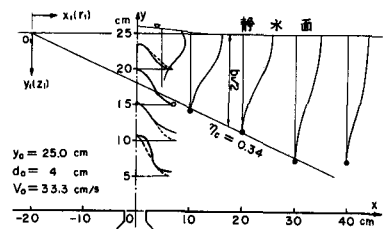


図-7 水深小の場合の流速分布

以上を明らかにするため、 $u = \frac{1}{2} u_0$ における y を Y として図-5 と同様の整理をしたのが図-8 であるが、これより水平自由噴流の近似が有効な領域のあることが知れる。この場合の理論式は、図-7 中 O_1 点を原点とする二次元自由噴流と等価である。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \eta_c &= 2.412 \sqrt[3]{2c^2} \\ u &= (\text{const}) x^{\frac{1}{2}} \frac{dF}{d\eta} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $\eta_c = b_1/2x_1$ 、 $\eta = y_1/x_1$ 、 $F: \eta$ のみの関数

三次元の場合も同様に水平放散流について近似理論解を求めることが出来る。すなわち水面上にある円を考え、円周上の点 O_1 を仮想噴流原点として r_1 方向に出る自由噴流を考える。

運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial r_1} + v \frac{\partial u}{\partial z_1} = -\frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial r_1} (r_1 \overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial z_1} (\overline{u'v'}) \quad (a)$$

ここに、 u' 、 v' は平均流 u 、 v に関する変動速度である。混合が十分成長した領域では右辺第 1 項は第 2 項に対して近似的に省略出来るものとし、 $\ell_1 = c_1 r_1$ を仮定すると次式を得る。

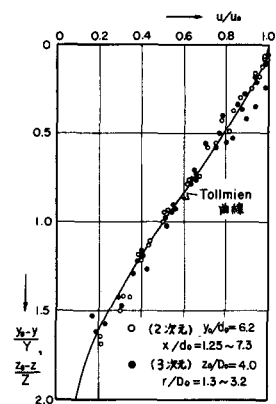


図-8 水平方向流速分布

$$u \frac{\partial u}{\partial r_1} + v \frac{\partial u}{\partial z_1} = - \frac{\partial}{\partial z_1} \left\{ \ell_1^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z_1} \right)^2 \right\} = - \frac{\partial}{\partial z_1} \left\{ c_1^2 r_1^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z_1} \right)^2 \right\} \quad (b)$$

$$\text{連続方程式より流れの関数 } \psi \text{ は, } u = \frac{1}{r_1} \frac{\partial \psi}{\partial z_1}, \quad v = - \frac{1}{r_1} \frac{\partial \psi}{\partial r_1} \quad (c)$$

また、噴流の各断面で運動量が保存されるものとして u の分布形を決めると、

$$u = (\text{const}) (1/r_1) \left(\partial F / \partial \eta \right), \quad \text{ここに } \eta = z_1 / r_1, \quad F: \eta \text{ のみの関数} \quad (8)$$

(8) 式の (const) を単位の大きさと考えると、(c)(8) 式より u, v の表現を次のように得る。

$$u = \frac{1}{r_1} F', \quad v = - \frac{1}{r_1} F + \frac{\eta}{r_1} F' \quad (\text{prime は } \eta \text{ に関する微分}) \quad (d)$$

(d) 式を (b) 式に代入して整理すると、

$$F F' = c_1^2 F''^2 \quad (e)$$

$$\text{ここで, } \eta^* = \eta / c_1^{3/2} \quad (f)$$

$$\text{とおくと, (e) 式は, } F F' = F'^2 \quad (\text{prime は } \eta^* \text{ に関する微分}) \quad (g)$$

(g) 式は、Tollmien が二次元自由噴流に関して解いた式と同形である。ここでは三次元自由噴流として境界条件を与え (g) 式を解くと、まず噴流幅の境界に関して次式を得る。

$$\eta_c = 2.412 c_1^{3/2}, \quad \text{ここに } \eta_c = b_1 / 2 r_1 \quad (9)$$

次に F は、逐次近似法による (g) 式の近似解として Tollmien が二次元の場合に得た解と同形で、次式のごとくなる。

$$F = \eta^* \cdot \exp \left(- \frac{0.8}{3} \eta^{*2} + \frac{0.01}{3} \eta^{*3} - \dots \dots \dots \right) \quad (10)$$

さて、水深が比較的小さい噴流の水平流速の実験値について、 $u = \frac{1}{2} u_0$ をとる点の水面からの距離を $Y (Z)$ として整理すると図-8 のようになり、二次元、三次元噴流とも噴流の中心線に近いところを除き、ほぼ上述の理論で分布形が与えられる領域の存在することがわかる。二次元噴流の場合図上の実験値からは、仮想噴流原点 O_1 の位置は $x = -20 \text{ cm}$ であり、 $c_1 = 0.037$ を得た。

3. 水面形について

噴流の Stagnation 効果により、水面に水位上昇や水面擾乱が生ずることは容易に想像出来るが、前述のごとくこの Stagnation region では自由噴流の類推がきかず、この問題は容易に解決出来ない。

まず、噴流中心線上の最大水位上昇量に

関しては以下に述べるごとく次元解析が有効である。有限孔からの流入噴流の物理量として次式のごとく momentum flux,

energy flux を考える。

momentum flux :

$$m_0 = \rho d_0 V_0^2 \quad (\text{二次元})$$

$$M_0 = \rho (\pi D_0^2 / 4) V_0^2 \quad (\text{三次元})$$

energy flux :

$$c_0 = \rho d_0 V_0^3 \quad (\text{二次元})$$

$$E_0 = \rho (\pi D_0^2 / 4) V_0^3 \quad (\text{三次元})$$

(11)

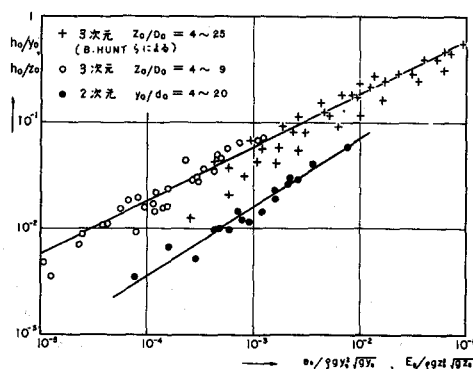


図-9 最大水面上昇量

最大水面上昇量に関する次元解析の結果次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} h_0/y_0 &= \varphi_1(y_0/d_0, m_0/\rho g y_0^2) = \varphi_2(y_0/d_0, e_0/\rho g y_0^2 \sqrt{g y_0}), (\text{二次元}) \\ h_0/z_0 &= \psi_1(z_0/D_0, M_0/\rho g z_0^3) = \psi_2(z_0/D_0, E_0/\rho g z_0^3 \sqrt{g z_0}), (\text{三次元}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

著者らの二次元および三次元の実験資料を energy flux によって整理すると、図-9 のようになりこれより y_0/d_0 , z_0/D_0 の要素に関係なく両対数座標ではほぼ次式による一直線で表わし得る。

$$\left. \begin{aligned} h_0/y_0 &= 1.35(e_0/\rho g y_0^2 \sqrt{g y_0})^{0.65} (\text{二次元}) \\ h_0/z_0 &= 1.81(E_0/\rho g z_0^3 \sqrt{g z_0})^{0.50} (\text{三次元}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

次に、上昇水面の形状は噴流の強さおよび水深の大きさに大きく影響される。B. Hunt が扱ったような水深の浅い強い噴流、および Chandrasekhara の強力な空気噴流を水面に衝突させる実験などによる水面形は、hump の終端付近で hump と逆方向の水位変化が生じており、著者らの同様の実験でもその傾向がみられた。hump が静水面をきる点までの水面形状は図-10 (左図) のごとく、二次元噴流の水面形は三次元のそれに比してやや Sharp である。Olmstead⁵⁾ が Chandrasekhara の実験状態について等角写像を用い数値解析しているが、これに従い著者らは水深が小さく完全流体の理想噴流を想定して考察したところは以下の通りである。図-10 (右図) を参照し ($x + iy$), ($\phi + i\psi$) を無次元化して噴流を表わすと、

$$\left. \begin{aligned} Z = x + iy &= \frac{\pi}{d_0}(x + iy) \\ W = \phi + i\psi &= \frac{\pi}{V_0 d_0}(\phi + i\psi) \end{aligned} \right\} \quad (h)$$

Complex Velocity は

$$\zeta = \frac{dW}{dZ} = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (i)$$

一流線上で $x \rightarrow \infty$ のとき $V = V_0$, および、

圧力は静水圧分布をとることから、

Bernoulli の方程式は、

$$p - \frac{\rho g d_0}{\pi} Y + \frac{1}{2} \rho V_0 \cdot |\zeta|^2 = p_{atm} - \frac{\rho g d_0}{\pi} Y_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 \quad (j)$$

境界条件: at $\Psi = 0, \pi$, $|\zeta| = 0$, および at $\Psi = \frac{\pi}{2}$, $\phi \geq 0$, $|\zeta|^2 = 1 - \frac{2g d_0}{\pi V_0} (Y_0 - Y)$ (k)

特に Stagnation point では、 $Y_0 = \frac{1}{4} \pi \lambda$, または $y_0 = V_0^2 / 2g$, ここに $\lambda = 2 V_0^2 / g d_0$ (l)

故に(i)式を条件(k)(l)式のもとで解けばよい。Olmstead は $\lambda = 2 \rho_a V_0^2 / \rho g d_0$ (ρ_a : 空気密度) を導いたが水噴流でも方程式に変わりなく、従って以後はその解が利用出来る。Olmstead の解の一つ、 $\lambda = 1.0$ の場合の水面形を図-10 (右図) に示す。同図に $\lambda = 1.27$ で鉛直噴流で著者らが水深を変えて行なった結果を示す。これより水深の小さい場合は Olmstead 型の水面形をとるが、水深が大きくなるにつれ水面の depression がなくなり、なだらかな盛り上り形状をとる傾向にある。

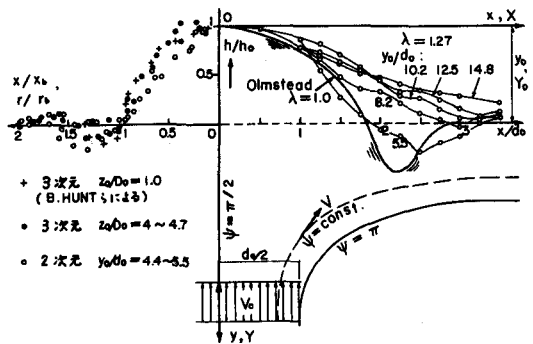


図-10 水面形

参 考 文 献

- 1) R.I. Murray: Deflection of jet by a normal wall, Proc. of ASCE, HY4, Aug., 1956.
- 2) B. Hunt: Configuration of the free surface above a vertical jet, La Houille Blanche, No.6, 1965.
- 3) 土屋・河野: 垂直噴流におよぼす境界の影響 (第1, 2報), 第20, 21回年次学術講演会概要
- 4) 村岡・中山: 鉛直上向き噴流による水面形, 流速分布について, 第21回年次学術講演会概要
- 5) W.E. Olmstead: Depression of an infinite liquid surface by gas jet, Jour. of Fluid Mech., Aug. 1964.