

自由落下水の分散

電力中央研究所 正会員 坂本 龍雄

1. 緒 言

アーチダムを越えて空中を自由落下する流れの空中における分散の機構について研究を行なうため円形断面の下向きノズルから水を噴出せしめ、高さ約10 mを自由落下させる室内実験を行なった。

図-1のように、内径50 cmの水平鉄管を内径1.0 mに漸拡し、整流格子(10 cm間隔、正方形網目)2個を通してのち、下向きに90度曲げた。内径1.0 mの下向き鉄管の下方は、内径30 cmに縮小し、噴出ノズルは更にこの断面を縮小している。噴出口の内径は5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cmの4種類とし、10 cm, 20 cmのものは、その上流側に整流格子を挿入した場合についても実験を行なった。

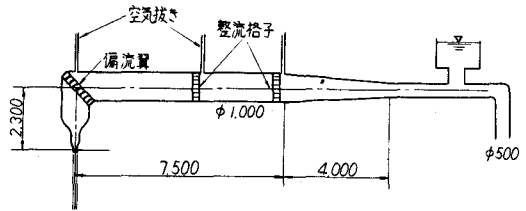


図-1 実験装置

これらのノズルから噴出したジェットを、閃光光源による瞬間立体写真に撮影した。写真を見るとノズルを出たばかりのジェットの表面には、小さな凹凸が無数に存在するが、流下するにつれてその小さな凹凸のほかには大きな瘤が現われてくる。前者が発達して後者になるのではなく、別に大きな乱れが生ずるようである。従って前者はノズル内の境界層において生じた小さな渦であり、後者はジェットの内部に存在する大きな渦であると考えられる。大きな瘤は上下に連結し、あたかも山脈のような形状を呈し、ジェットには数条の縦縞が見られる。

円形断面をなして空中を走るジェットの表面に生ずる小さな波については、昔から多くの研究が行なわれている。Lord Rayleigh は表面張力によって波が発達し、ジェットの破砕をもたらすことを明らかにした。C. Weber は水の粘性、および空気の影響を考慮した場合について解析を行ない、ジェットが破砕するに要する時間を表わす式を導いた。しかしこれらの理論は、ジェットの表面に生じた微小な乱れが、その不安定性のために次第に発達し、そのような表面波の全波高がジェットの半径に等しくなるときジェットが破砕すると見るのである。

しかしジェットが太くなると表面張力の影響が小さくなるから、表面に生じた波がそのまま振幅を増大してジェットの中心にまで達し、ジェットの破砕を生ずるとは考えられない。表面の波に働く空気の影響はジェットの乱れとなって中心部に及ぶであろうが、表面波の山の部分だけがジェットから離れて飛び去ることも考えられる。

ジェットの表面に存在する微小な攪乱が次第に発達する機構は、密度と流速の異なる二流体境界面における不安定現象として説明できる。しかしジェットの破砕がジェット内部の乱れによるのであって、空気の影響ではないと主張する、C. Halbrom などの考え方もある。

2. 乱流拡散理論の適用

ノズル出口断面の中心に原点をとり、下向きに x 軸、これと垂直に y 軸、 z 軸をとる。ノズルから噴出されるジェット内の水の粒子は x, y, z の方向に、それぞれ u, v, w なる乱れの速度を有するが、それらの大きさは平均値を零としたガウス分布をなすものと考えられる。

座標の原点から水の粒子が連続して噴出し、その x 軸方向の平均速度を U とすれば、 U が乱れの速度 u に比し非常に大きい場合には、 u によって生ずる x 軸方向の拡散を省略することができる。

従って原点から噴出される水の粒子の乱れが、ジェットの断面内において一様であるならば、噴出されてから時間 t を経過したのち、一点 x, y, z における微小体積 $dx dy dz$ 内に含まれる確率を $\psi(x, y, z, t) dx dy dz$ とすれば、 $x = Ut$ であるから、 ψ は y, z に関する二次元ガウス分布の確率密度であり、

$$\psi(y, z, t) = \frac{k^2}{\pi} \exp \left[-k^2 (y^2 + z^2) \right] \quad (1)$$

で表わすことができる。 k は t の関数である。

k を決定するために、 y の分散 $\bar{y}^2$ を求めると

$$\bar{y}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 \psi(y, z, t) dy dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(y, z, t) dy dz} = \frac{1}{2k^2} \quad (2)$$

したがって

$$\psi(y, z, t) = \frac{1}{2\pi \bar{y}^2} \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{2\bar{y}^2} \right) \quad (3)$$

となる。

つぎに、座標の原点から噴出される水の粒子の体積を、 $t = 0$ の瞬間において Q_0 とする。また時刻 t 、点 x, y, z における単位体積の中に発見されるこの水粒子の体積を、 $S_0(y, z, t) dx dy dz$ とすれば、 $\bar{S}_0$ はこの点における水の平均分布である。従って、

$$\frac{\bar{S}_0(y, z, t)}{Q_0} dx dy dz = \frac{dx dy dz}{2\pi \bar{y}^2} \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{2\bar{y}^2} \right) \quad (4)$$

となる。

以上は水の粒子が座標の原点から噴出する場合であるが、原点を中心として半径 a を有する円の断面全体から一様に噴出する場合には、断面内の任意の一点 y_0, z_0 における単位面積、単位時間当りの噴出量を Q とし、 y_0 と $y_0 + dy_0$ と z_0 と $z_0 + dz_0$ で囲まれた小さな面積から、 t_0 と $t_0 + dt$ の間に噴出する水の粒子による、一点 x, y, z 、時刻 t における粒子の平均分布を $\bar{S}$ とすれば、

$$\bar{S}(x, y - y_0, z - z_0, t - t_0) dy_0 dz_0 dt = \frac{Q dt dy_0 dz_0}{2\pi \bar{y}^2} \exp \left\{ -\frac{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{2\bar{y}^2} \right\} \quad (5)$$

したがって、半径 a なる円の面積全体から噴出する場合、任意の点 x, y, z における平均濃度を C とすれば

$$C(x, y, z, t) = \frac{1}{Q} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}(x, y - y_0, z - z_0, t - t_0) dy dz$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi y^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \left\{ \exp \left\{ -\frac{(y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}{2y^2} \right\} \right\} r_0 dr_0 d\theta \\
&= \frac{1}{2\pi y^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp \left\{ -\frac{1}{2y^2} (r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta) \right\} r_0 dr_0 d\theta \quad (6)
\end{aligned}$$

となる。ここに、 $y_0 = r_0 \cos \theta$, $z_0 = r_0 \sin \theta$, $y = r \cos \theta$, $z = r \sin \theta$ である。

この式において、 C が 1.0 より大きければ y , z がコアの内部 1.0 より小さければコアの外部にある筈である。しかし C の値は $r = 0$ のとき最大となるが、このとき $C = 1$ となるためには、 a が無限大でなければならぬ。 a は無限大でないからコアの中でも C が 1.0 より小さいことになり、事実と合わない。そこで、 $C = 0.99$ をコアの限界とみなすことにする。

$C = 0.99$ とした場合、上式から図-2のような直線が得られる。

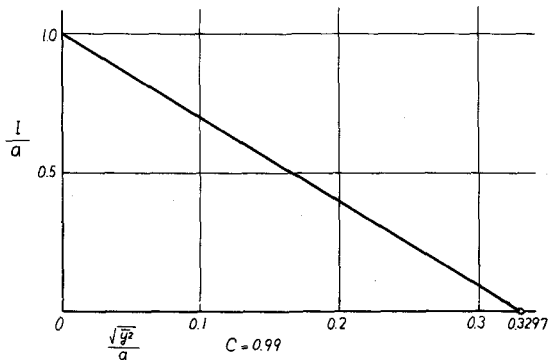


図-2 コアの計算値 (円形断面ジェット)

3. コアの測定

表面をベークライトで被覆した外径 4 mm の真鍮棒の先端を尖らし、長さ 1 mm ほど真鍮面を露出した電極をジェット内に挿入し、水晶発振器によって生じた 10 キロサイクルの正弦波電圧を、電極と鋼製ノズルの間に印加した。電極がコアの水中にあるときは電流が通じ、電極がコアを離れて空気中にあるときには電流が通じない。このようにして流れる電流をエレクトロニックカウンターにつなぐと、正弦波電流は矩形波のパルスに整形され、計数放電管で読みとれるようにした。10,000 キロサイクルの電圧を 1 秒間印加した場合、計数放電管に現われる数値を 10,000 で割れば、測定点における水の平均濃度が得られることになる。図-3 のプロットは、このようにして測定したコアの限界である。ただし図の縦軸はジェットの落下距離の代りに落下の時間を表わしている。

このような測定は、口径 10 cm ノズルと口径 20 cm ノズルについて行なったが、ノズルの上流側に図-4 のような整流格子を置いた場合についても行なった。図-3 における三角印は口径 10 cm ノズル、丸印は口径 20 cm ノズルの場合であって、いずれの場合も、印の内部が白く抜けているものは格子のないとき、黒く塗りつぶしてあるものは格子をつけたときの値である。

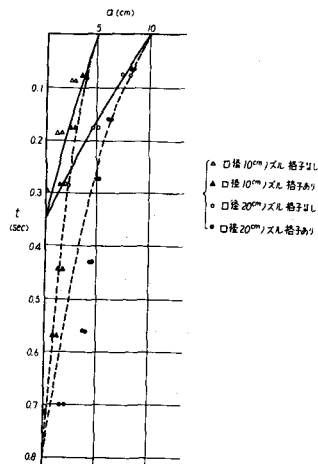


図-3 コアの縦断面図

4. 測定結果の解析

(6)式によってコアーの形を求めるためには、 $\sqrt{\bar{y}^2}$ を知らなければならない。ノズル出口における水平方向の変動速度 v の標準偏差 $\sqrt{\bar{v}^2}$ がわかれば、乱流拡散理論によって $\sqrt{\bar{y}^2}$ の値が求められる。

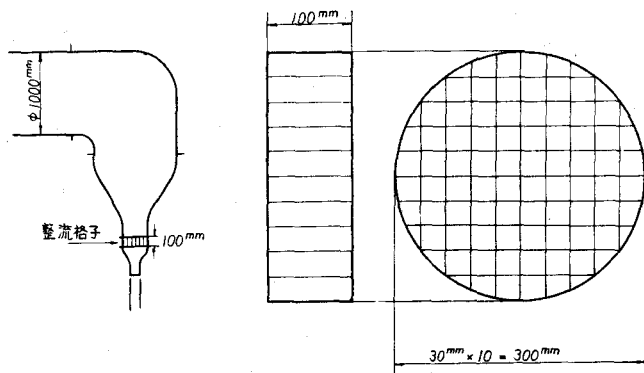


図-4 整流格子

ノズルを離れたばかりの極く短い時間では、 $\sqrt{\bar{y}^2} = \sqrt{\bar{v}^2} t$ と

考えることができる。また落下の途中でも、コアーの中心が移動して大きな水塊となって動くような場合には、同様な関係がなりたつであろう。しかし写真観測によっても明らかなように、落下水の中心が移動するようなことはなかった。したがって落下水中のコアー内の水の粒子は、互に影響しなからあらゆる方向に移動するから、これに対して乱流拡散理論を適用することができる。

乱流拡散理論によれば、 $\bar{y}^2$ は次の式で表わすことができる。

$$\bar{y}^2 = 2\bar{v}^2 \int_0^t (t-h) R(h) dh$$

ここに、 $R(h)$ はラグランジュの立場による相関係数である。いま

$$T_L = \int_0^\infty R(h) dh \quad \tau = \frac{t}{T_L} \quad \alpha = \frac{h}{T_L}$$

とおけば

$$\bar{y}^2 = 2\bar{v}^2 T_L^2 \int_0^\tau (\tau - \alpha) R_L(\alpha) d\alpha$$

となるから、ラグランジュ型の相関係数を

$$R_L(\alpha) = e^{-\alpha}$$

で表わされるものとすれば

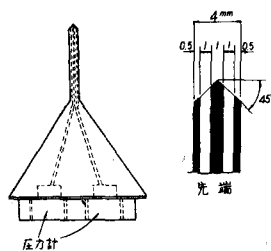
$$\bar{y}^2 = 2\bar{v}^2 T_L^2 \left(\frac{t}{T_L} + e^{-\frac{t}{T_L}} - 1 \right) \quad (8)$$

の関係が得られる。

図-5 乱れ測定器

ノズル出口における v の値を求めるため、図-5のような方向の異なる2つの圧力孔が接近して設けられている乱れ測定器を流れに挿入し、2つの測定孔の圧力を同時記録した。2つの圧力孔における圧力の差によって v の値を求めることができる。記録を $1/500$ 秒ごとに読みとり、これらの値からジェットの中心における v の標準偏差 $\sqrt{\bar{v}^2}$ の値は、次のようになった。

ノズルの口径	整流格子	$\sqrt{\bar{v}^2}$
10 cm	無	3.8 cm/s
10	有	5.8



20 cm	無	11.8 cm/s
20	有	12.5

また整流格子のない場合、ジェットの外縁から 0.5 cm の位置で v の測定を行なったが $\sqrt{v^2}$ の値は口径 10 cm ノズルで 7.6 cm/s, 口径 20 cm ノズルで 16.0 cm/s であった。

口径 20 cm のノズルの場合の流量は、口径 10 cm のノズルの場合の流量の 4 倍であるから、上流の管内流速は 4 倍になる。ジェットの乱れが上流水平管の漸拡部、格子、曲り管内で生じるものとすれば、乱れの強さ $\sqrt{v^2}$ は上流管内の流速に比例するものと考えられる。

一様な流速分布を有し、乱れが均一な流れの断面が急激に縮小する場合、断面積が $1/4$ に縮小し、流れに垂直な横方向の乱れ $\overline{u_x^2}$, $\overline{u_z^2}$ が、それぞれ $\overline{u_x^2}$, $\overline{u_z^2}$ に変化するものとするれば、

$$V = \frac{\overline{u_x^2} + \overline{u_z^2}}{\overline{u_x^2} + \overline{u_z^2}} = \frac{3}{4} C$$

の関係が成立することが知られている。

いま口径 10 cm ノズルの C を C_{10} , 口径 20 cm ノズルの C を C_{20} で表わせば、 $C_{10}/C_{20} = 4$ である。

また口径 10 cm ノズルの場合の $\overline{u_x^2} = \overline{u_z^2}$ を v_{10}^2 とし、 $\overline{u_x^2} = \overline{u_z^2}$ を v_{20}^2 , 口径 20 cm ノズルの場合の前者を $\overline{v_{20}^2}$, 後者を $\overline{v_{10}^2}$ とすれば、 $\overline{v_{20}^2}/\overline{v_{10}^2} = 16$ であるから、

$$\frac{\overline{v_{20}^2}}{\overline{v_{10}^2}} = \frac{C_{20}}{C_{10}} \times \frac{\overline{v_{20}^2}}{\overline{v_{10}^2}} = 4$$

となる筈である。

前記の測定値では、整流格子のない場合、この値がジェットの中心で 9.6 であり 4.0 と大分離している。ジェットの周辺部では 4.4 であり 4.0 に近い。また整流格子のある場合には、ジェットの中心で 4.6 であり、4.0 に近い値となっている。

ノズルの上流には曲り管があって、間隔 12.5 cm の導流壁がついている。そこで口径 20 cm の場合ノズル上流の等方性乱れと見なされる部分の渦の大きさを 12.5 cm と仮定する。ノズルにより管の内径が 5 分の 1 に縮小しているから、ノズル出口における渦の太さは 2.5 cm となる。

またノズルから流出するときの横方向の乱れの強さは、口径 10 cm ノズルの場合 $\sqrt{v_{10}^2}$ は 3.8 cm/s ないし 7.6 cm/s, 口径 20 cm ノズルの場合 $\sqrt{v_{20}^2}$ は 11.8 cm/s ないし 16.0 cm/s となっている。そこで $\sqrt{v_{10}^2} = 6$ cm/s, $\sqrt{v_{20}^2} = 12$ cm/s であるとする。

いま、渦の平均直径を A とすれば、 T_L は近似的に $A/\sqrt{v^2}$ に等しいと考えることができる。したがって口径 20 cm ノズルの場合、 $T_L = 2.5/12$ sec であるから、(8) により $t = 0.35$ s のとき

$$\overline{y^2} = 2 \times (12)^2 \left(\frac{25}{12} \right)^2 \left(\frac{0.35 \times 12}{2.5} e^{-1.68} - 1 \right) = 10.83 \text{ cm}^2 \quad \frac{\sqrt{\overline{y^2}}}{a} = \frac{3.29}{10} = 0.329$$

となる。 a はノズル出口の半径である。

図-2 によれば $\sqrt{\overline{y^2}}/a$ の値が 0.3297 のときコアーが消失することになっている。

ノズルの口径 10 cm の場合にも、ノズル上流の等方性乱れの大きさを、前と同様 12.5 cm と仮定すれば、ノズル出口における渦の太さは 1.25 cm となり、 $t = 0.35$ s でコアーがなくなることになる。

図-3 の実線は計算によるコアーの形状である。この図で明らかなように、口径 10 cm ノズルの場

合、実験では $t = 0.3 \text{ s}$ でコアが消失している。このように細いジェットのコアが、太いジェットのコアより短いことは、空気の影響であろう。ノズルから噴出するジェットの流速は、いずれのノズルについても、 8.7 m/s ないし 8.9 m/s のほぼ一定の値である。従って空気がジェットの表面に作用する単位面積当りの直圧力ならびに剪断力は、ジェットの太さに関係しない。これらの力に比例した乱れのエネルギーがジェット内に発生するものと考えれば、ジェット断面の単位面積当りのエネルギー増加は、直径の小さいジェットほど大きい。このように考えれば、口径 10 cm のノズルからのジェットが、口径 20 cm からのジェットよりも早くコアを消失する事実を説明することができる。

図-3で明かなように、ノズルに整流格子をつけた場合には、格子のない場合に比し、落下水の拡散が少なく、コアは長く残っている。整流格子は図-4のように、内径 1.0 m の管から内径 3.0 cm に絞った位置についている。したがって等方性乱れにおける直径 12.5 cm の渦塊が絞られて直径 3.75 cm の細い渦になり、この渦が整流格子によって分解される。分解された渦の太さが 1 cm 程度になるものとし、ノズル出口における渦の太さを、口径 20 cm ノズルの場合 0.6 cm 、口径 10 cm ノズルの場合 0.3 cm とすれば、図-3の破線のようなコアの形を得る。

図-6はノズルを離れてからの各時刻におけるジェット断面内の水の濃度を、格子のない場合について計算値と実験値を比較したものである。○印は口径 20 cm ノズル、×印は口径 10 cm ノズルに対する実験値を表わしている。図に示されている実線は、(6)を用いて計算したものである。

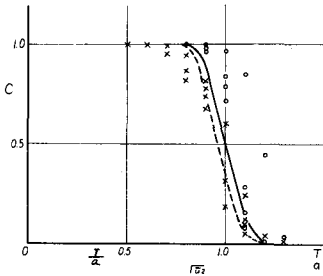


図-7(a) $t = 0.075 \text{ s}$ $\sqrt{\frac{y^2}{a}} = 0.0849$

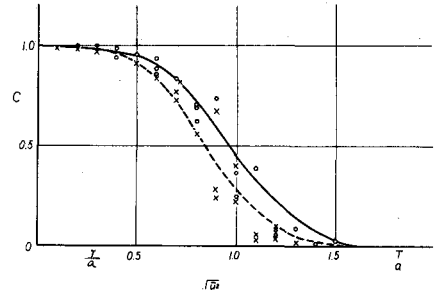


図-7(b) $t = 0.282 \text{ s}$ $\sqrt{\frac{y^2}{a}} = 0.2766$

この計算値の C をジェットの断面積について積分すれば、半径 1 、高さ $C = 1$ の円筒の体積、すなわちノズルから噴出するときのジェットの断面積に等しい。落下に伴う流速の増加によりコアの断面積は減少するから、それを考慮し、計算値の横軸を流速の平方根に反比例して縮小したものが、図-6の破線である。

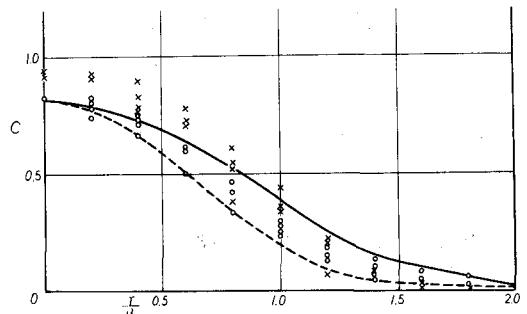


図-7(c) $t = 0.70 \text{ s}$ $\sqrt{\frac{y^2}{a}} = 0.541$