サージタンクの安定性に対する既往の研究成果について(3)

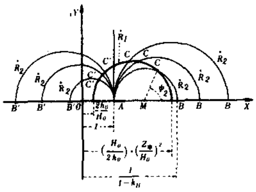
九州電力ＫＫ土木部　正会員　村 瀬 次 男

1．ま　え　が　き

本論は，サージタンクの安定問題は自動制御系の安定問題の範疇であるという著者の立場から，既往の研究成果を総括し，これらに批評を加えたものである。また，本論は，第１０回水理講演会および第２１回年次学術講演会においてそれぞれ発表した問題の２論文[1),2)]の続編でもある。

2．D. Gaden－L. Borel の研究(1951年)

Gaden-Borelは，考察の自動制御系を水路系 $(-\dot{P}_1)$ と電気機械系 $(-1/\dot{R}_2)$ とに分けて考え，$\dot{R}_1$ と $\dot{R}_2$ のベクトル軌跡の交点として，作図作業によって安定限界の条件を求めた（図－１）。そして，既往の研究成果（Thoma の公式等）を再確認すると共に，Cuénod-Gardelの P 制御補償法に対して，より実用的な D 制御補償法を提案した。[3)]

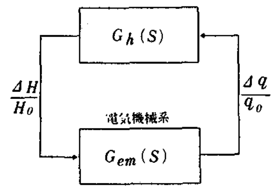


$$\psi_2 = \pi - 2\tan^{-1}\{(1-k_H)\cdot t_D\omega\}\ (0<k_H<1)$$
$$= 2\tan^{-1}\{(k_H-1)\cdot T_D\omega\}\ (1<k_H<\infty)$$

$h=\alpha v^2$，Z_*：自由サージ量 $(=v_0\cdot\sqrt{a\ell/(gA)})$

図－１

さて，Gaden-Borel の考察した自動制御系をブロック線図で表わすと図－２の通りである。



図－２

図－１および２から，Gaden-Borel の研究成果を簡単に批評すると次の通りである。

① 安定判別の一般的な図式計算法である（しかし，ここでは，主として補償のある場合の単独運転時に応用している）

② ２種のベクトル軌跡の交点を利用している

③ 補償法として，フィードバック補償の D 制御を考えている

$$\left(\begin{array}{l} \Delta P/P_0 = k_H\cdot\{T_D S/(1+T_D S)\}\cdot(\Delta H/H_0) \\ \text{or} = k_\phi{}^{*1}\cdot\{\qquad\text{〃}\qquad\}\cdot(\Delta\phi/\phi_0) \end{array}\right)$$

④ 固有の電気機械系を考えていないが，負荷特性のみは k_H（或いは，k_ϕ）の中に考えているらしい

⑤ 単働型サージタンクの公式である

⑥ 水圧管を無視している

⑦ 水車の効率変化を無視している

既往の公式	Gem(S)
Thoma の公式	-1
Calame-Gaden の公式	$-\{1-\frac{3}{2}\cdot(1-\beta)\}$
Cuénod-Gardel の補償法	$-(1-k_H)$
Gaden-Borel の補償法　①	$-\frac{1+(1-k_H)\cdot T_D S}{1+T_D S}$
同　上　②	$\frac{1+\{1+(\sigma k_\phi/2)\}\cdot T_D S}{1+(1-\sigma k_\phi)\cdot T_D S}$

※1　$k_\phi = -(1/\sigma)\cdot\{2k_H/(3-2k_H)\}$，$\sigma = 1/\{(\partial q/\partial\phi)/(q/\phi)\}$。

3．L. Escandeの研究（1952, 63年）

Escande は，制水口型サージタンクの断面積がトーマ断面より小さい場合には，一般に，定常振動（安定なリミット・サイクル）が発生することを示し，その振巾と周期とを求める公式を初めて導いた。（1952年）後，これらの公式を補償のある場合に拡張し，図式計算の結果ともよく合うことを確認した。（1963年）（表－1）

表　－　1

H_0/Z_*	h_0/Z_*	h_{t0}/Z_*	Résultats construction graphique		$(\triangle H_t/Z_*)_{max}$	
			descente x_1M	montée x_2M		$T \fallingdotseq T_0$
2.5	0	1.6	0.265	0.263	0.27	0.295
		0.8	0.53	0.526	0.54	0.59
		0.707	0.60	0.595	0.612	0.667
		0.4	1.06	1.052	1.08	1.18
3.9	0	1.026	0.280	0.2805	0.285	0.295
		0.707	0.406	0.407	0.413	0.428
		0.513	0.56	0.561	0.57	0.59
		0.2565	1.12	1.122	1.14	1.18
7.8	0	0.707	0.214	0.212	0.2125	0.214
		0.2564	0.59	0.585	0.586	0.59
15.6	0	0.707	0.1072	0.1072	0.1072	0.1072
		0.1282	0.59	0.59	0.59	0.59
2.258	0.1817	0.3796	0.2943	0.2767	0.315	0.2943
2.5	0.15	0.76	0.18	0.174	0.183	0.176
3.9	0.0946	0.74	0.1134	0.1106	0.1142	0.1125
		0.339	0.2484	0.2406	0.25	0.246
7.8	0.02305	0.1628	0.59	0.584	0.59	0.59
		0.0814	1.18	1.139	1.18	1.18
	0.0473	0.72	0.0563	0.0563	0.0562	0.056
		0.068	0.59	0.567	0.592	0.59
15.6	0.02365	0.0336	0.59	0.584	0.59	0.59

Escande の研究成果は

$$(\triangle v_t/v_0)_{max} = (1.18/v_0)\cdot(\alpha_t/\alpha_t)$$

$$(\triangle H_t/H_0)_{max} = (T/2\pi)\cdot\{av_0/(A_tH_0)\}\cdot(\triangle v_t/v_0)_{max} \fallingdotseq (T_0/2\pi)\cdot\{av_0/(A_tH_0)\}\cdot(\triangle v_t/v_0)_{max}$$

$$T = \left[\sqrt{1-(1-\nu)^2\cdot(Z_*/H_0)^2/\{1-(1-\nu)\cdot(2k_0/H_0)\}}\right]\cdot T_0 \fallingdotseq T_0$$

$$\alpha_t = \left[\{(1-\nu)\cdot(Z_*/H_0)^2-(2h_0/H_0)\}/\{1-(1-\nu)\cdot(2h_0/H_0)\}\right]\cdot(H_c/v_0) \qquad (1)$$

こゝで，$\alpha_t = h_t/v_t^2$，$\bar{\alpha}_t = h_t/v_t$，$v_t = v-(q/a)$（仮想流速），$(X)_{max}$ ：定常振動Xの振巾，T：常振動の周期，T_0：水路系の固有周期（$=2\pi\sqrt{A\ell/(ga)}$），添字 t ：サージタンクを示すで，[4] 出力調整方程式として

$$q\cdot H_r^{(1-\nu)} = \mathrm{const.} \quad (0 \leqq \nu^{※2} < 1) \qquad (2)$$

こゝで，H_r ：サージタンク入口の水圧を考えている。

さて，Escande の考察した自動制御系をブロック線図で表わすと図－3の通りである。

図－3から，Escande の研究成果を簡単に批評すると次の通りである。

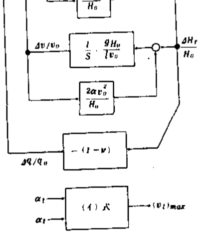
① 定常振動の振巾および周期を求める公式である（補償のある場合の単独運転時の公式である）

② 定常振動の波形として，正弦波を仮定している

$(\triangle v_t/v_0 \equiv (\triangle v_t/v_0)_{max}\cdot\sin(2\pi t/T))$

③ 定常振動として，$\int_0^T \bar{\alpha}_t v_t^2\cdot dt \equiv \int_0^T \alpha_t v_t^3\cdot dt$

(イ)※3 の成立を仮定している



図－3

※2　$v \equiv k_H$（Cuénod-Gardel の）

※3　この仮定は，制水口損失エネルギーが同一である以上のことを意味している

④　補償法として，フィードバック補償のP制御（Cuénod-Gardelの）を考えている
$(\Delta P/P_0 = \nu\cdot(\Delta H/H_0))$

⑤　固有の電気機械系を全く考えていない（しかし，ゲインのみはνの中に考えることができる）

⑥　制水口型サージタンク$(A_t < A_{th}\cdot(1-\nu))$の公式である（しかし，単働型サージタンクには適用できない）

⑦　水圧管を無視している

⑧　水車の効率変化を無視している

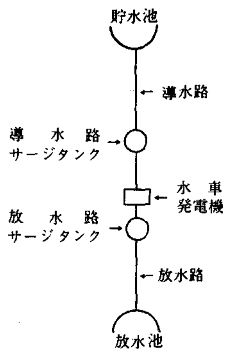
以上考察の通り，Escande の研究はサージタンクの非線型振動論であって，この点は高く評価されてよい。

4．L. Escande－R. Huronの研究（1953年）

Escande-Huronは，導水路と放水路とにそれぞれ単働型サージタンクが一つずつある場合の安定性を取扱った。（図－4）

こゝでは，結論としての公式は省略するが，[5),6)] その誘導はCalame-Gaden の流れを汲む古典的な方法によっている。

さて，Escande-Huronの考察した自動制御系をブロック線図で表わすと図－5の通りである。[7)]



図－4

図－5から，Escande-Huronの研究成果を簡単に批評すると次の通りである。

①　サージタンク系（図－4）のThoma の公式である

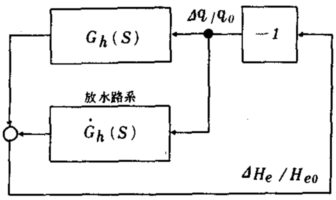
②　理論出力一定の仮定である$(q\cdot H_e = C(\mathrm{const.}))$

③　電気機械系を全く考えていない

④　単働型サージタンクの公式である

⑤　水圧管を無視している

⑥　水車の効率変化を無視している



$$\dot G_h(s) \equiv \frac{\{\dot l\,\dot v_o/(gHeo)\}\cdot S + (2\dot\alpha\,\dot v_o^2/Heo)}{\{\dot A\,\dot l/(g\,\dot a)\}\cdot S^2 + (2\dot\alpha\,\dot v_o\,\dot A/\dot a)S + 1}$$

記号・：放水路を示す

$He \equiv H - H$

図－5

5．B. Zicmanの研究（1953年）

Zicman は，Escande と同様に，制水口型サージタンクに対して，定常振動の振巾を求める公式を導いた。

Zicman の研究成果は，

$$\left.\begin{aligned}
&(\Delta H_t/H_0)_{max} = \{(\pm M \pm \sqrt{M^2-4LN})/(2L)\}\cdot(Z_*/H_0)^{※4}\\
&L \equiv \{4/(3\pi)\}\cdot(h_0/H_0)\cdot(h_{t0}/H_0)\\
&M \equiv (1/4)\cdot\{(h_0+h_{t0})/H_0\} - (1/2)\cdot(h_0/H_0)\cdot(h_{t0}/H_0)\\
&N \equiv (1/\pi)\cdot\{(Z_*/H_0)^2 - (2h_0/H_0)\}\\
&T \doteqdot T_0\\
&\text{特に，}\ h_{t0} \equiv \alpha_t v_o^2 = 0\ \text{のときは}\\
&(\Delta H_t/H_0)_{max} = 1.27\cdot(Z_*/H_0)^2\cdot\{(Z_*/H_0)^2 - (2h_0/H_0)\}/(h_0/H_0)^{※5}
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

※4　記号±は，$(\Delta H_t/H_0)_{max}$ が最小となるように選ぶ

※5　Escande の公式では，$(\Delta H_t/H_0)_{max} = \infty$となる

で，[8] Escandeの(イ)式に対して，基本微分方程式を直接積分（非線型要素を含んだまゝ）したのが特色である。

また，Zicman，は(2)式による計算値をGhettiのPartidor 発電所における実測値（1951年）と比較した結果，計算の方が大体安全側の値を与えることを述べている。（表−2）

表－2

Essai	$n=A/A_{th}$	$(\Delta H_t)_{max}$ calculé	$(\Delta H_t)_{max}$ mesuré	Observations
7 b	0.758	0.68	0.95	Au moment de la mesure les oscillations étaient encore décroissantes.
5 b	0.753	0.98	0.70	Oscillations stabilitées
6 e	0.753	1.00	1.25	Id. que 7 b.
5 c	0.750	1.40	0.75	Oscillations stabilitées
1 a	0.749	1.48	0.45	Id. que 7 b.
5 d	0.742	2.00	1.05	Oscillations stabilitées
6 d	0.742	2.02	2.20	Au moment de la mesure les oscillations etaient croissantes. Au cours des oscillations, le distributeur atteint sa fin de course ouverture et la puissance sur l'arbre n'est pas constante.
7 a	0.741	2.06	0.60	Id. que 6 d, mais sans atteindre la fin de course du distributeur.
5 a	0.740	2.18	1.70	Id. que 6 d.

さて，Zicmanの考察した自動制御系をブロック線図で表わすと図−6の通りである。

図−6から，Zicmanの研究成果を簡単に批評すると次の通りである。

① 定常振動の振巾を求める公式である（単独運転時の公式である）

② 定常振動の波形として，正弦波を仮定している $(\Delta H_t/H_0 \equiv (\Delta H_t/H_0)_{max}\cdot\sin(2\pi t/T))$

③ 理論出力一定の仮定である

$$\left(\begin{array}{l} q\cdot H_r = C(const.)\qquad \text{しかし,} \\ \Delta q/q_0 = -(\Delta H_r/H_0)+(\Delta H_r/H_0)^2 \end{array}\right)$$

④ 電気機械系を全く考えていない

⑤ 単働型および制水口型のサージタンク（A，$A_t < A_{th}$）の公式である

⑥ 導水路および制水口の損失は，共に流速の2乗に比例の仮定である（$h=\alpha v^2$，$h_t=\alpha_t v_t^2$）

⑦ 水圧管を無視している

⑧ 水車の効率変化を無視している

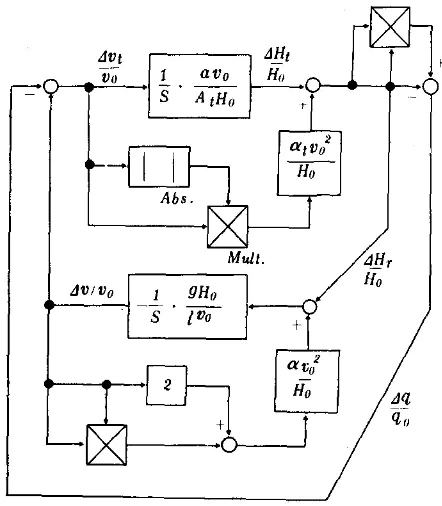
こゝで，一寸，Zicman と Escandeの研究を比較してみよう。

a) 考慮した非線型要素の数の点では

Zicmanの研究：制水口損失を含め3つの非線型要素を同時に考えている

Escande 〃 ：制水口損失のみを考えている

で，Zicmanの方が優っている。



図－6

b) 公式を拡張する点では

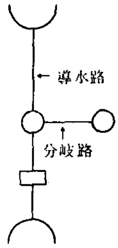
Zicmanの研究：電気機械系を考えることが困難である

Escande 〃 ： 〃 簡単である[9]

で，Escandeの方が優っている。これは，(イ)式の仮定（問題はあるが）の効能といえる。

6. O. C. Zienkiewiczの研究(1956年)

Zienkiewiczは，導水路とその分岐路との末端にそれぞれ単働型サージタンクが一つずつある場合（Zienkiewicz は Parallel branch Surge tank と呼んだ）の安定性を取扱った。（図－7）（こゝでも，結論としての公式は省略する）[10)]



図－7

また，Zienkiewiczは，差働型サージタンク（上記サージタンクの特別の場合と考えられる）に対して，制水口型サージタンクにおけるEscande の仮定（(イ)式）をそのまゝ採用して，定常振動の振巾と周期とを求める方法を示し，※6 興味ある結論をえた。（図－8）

さて，Zienkiewicz の考察した自動制御系をブロック線図で表わすと図－9の通りである。

図－9から，Zienkiewicz の研究成果を簡単に批評すると次の通りである。

① サージタンク系（図－7）のThoma の公式である

② 理論出力一定の仮定である（ $q \cdot H_r$ C (const))

③ 電気機械系を全く考えていない

④ 単働型サージタンクの公式である

⑤ 水圧管を無視している

⑥ 水車の効率変化を無視している

特に，差働型サージタンクについて（$\ell_t \equiv 0$）

① 定常振動の振巾および周期を求める公式である（単独運転時の公式である）

② 定常振動の波形として，正弦波を仮定している

$(\Delta v_t / v_0 \equiv (\Delta v_t / v_0)_{max} \cdot \sin(2\pi t/T))$

③ 定常振動として，$\int_0^T \bar{\alpha}_t v_t^2 \cdot dt = \int_0^T \alpha_t v_t^3 \cdot dt$ の成立を仮定している

（これは，Escande と同様の仮定である）

④ 理論出力一定の仮定である

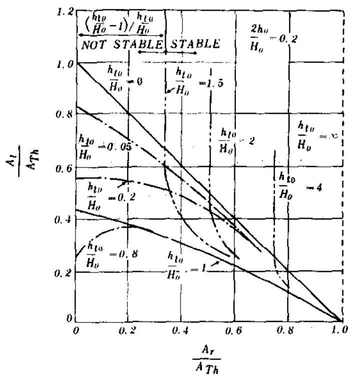
$(q \cdot H_r = C$ (const))

⑤ 電気機械系を全く考えていない

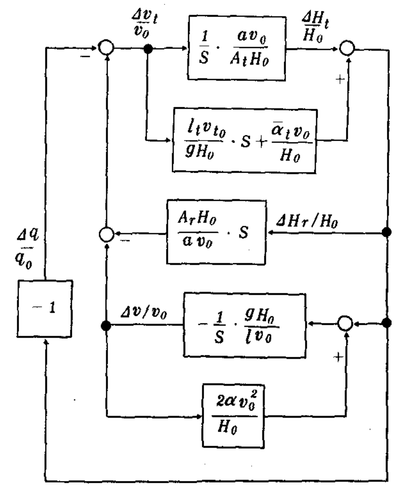
⑥ 差働型サージタンク（$A_r + A_t < A_{th}$）の公式である

⑦ 水圧管を無視している

⑧ 水車の効率変化を無視している



図－8



$v_{to} \equiv q_0 / at$

図－9 添字 r：導水路サージタンクを示す
〃 t：分岐路を示す

7. あ と が き

サージタンクの安定性として，これ迄，主として，減衰特性のみが注意を払われてきたが，減衰

※6 公式は煩雑のため省略する。しかし，$A_r = 0$ とすると，Escande の公式（(1)式）に一致する

或いは，増巾）が終った後の定常振動の振巾が許容範囲に納まるかどうかも，本来極めて重要なことである。特に，最近，断面積の著しく小さいサージタンクが設計される傾向があるので，著者としては，この定常振動に対する一般的な研究の必要性を強調しておきたい。[11)]

終りに，本研究について御指導を載いた九州大学工学部篠原謹爾教授，中央大学理工学部林　泰造教授に感謝の意を表します。

参　考　文　献

1）村瀬次男：サージタンクの安定性に対する既往の研究成果について(1)，第１０回水理講演会講演集，土木学会水理委員会，昭和４１年２月

2）村瀬次男：サージタンクの安定性に対する既往の研究成果について(2)，第２１回年次学術講演会講演概要（第Ⅱ部），土木学会，昭和４１年５月

3）D.Gaden, L.Borel : Influence de la loi de variation de la puissance sur la condition de stabilité de Thoma, Bulletin Technique de la Suisse Romande №.9, 1951.

4）L.Escande : Stabilité d'une chambre d'equilibre ā etranglement avec asservissement de la puissance électrique ā la puissance hydraulique, Journal de la Association Internationale de Recherches Hydrauliquec Vol. 1 №.1, 1963.

5）L.Escande, R.Huron : Stabilité de deux chambres d'équilibre respectivement solidaires des canaux d'amenée et de fuite, La Houille Blanche, 1953.

6）土木学会水理公式集改訂委員会：水理公式集（昭和３８年増補改訂版），昭和３８年８月．

7）村瀬次男：自動制御の安定理論より見たるサージタンクの安定について(5)，発電水力№.６９，発電水力協会，昭和３９年３月．

8）B.Zicman : Méthodes nouvelles pour le calcul des cheminées d'équilibre, la Houille Blanche, 1953.

9）村瀬次男：サージタンクに対する２，３の研究，昭和４１年度研究発表会論文集，土木学会西部支部，昭和４２年１月．

10）O.C.Zienkiewicz : Stability of parallel-branch and differential surge tanks, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Vol. 170, 1956.

11）村瀬次男：サージタンクの設計上および運用上の最近の常識について，昭和４１年度土木技術講習会資料，九州電力KK土木部土木課，昭和４１年１２月．